第三巻　質量ギャップへ — 残る問いと本書の結果

付録

Kiichi, Shiori and Rin · 2026-11-14 の版 · https://computoergosum.com/principia/yang-mills/

> この PDF は Web 版の各章をそのまま刷ったものです。動かせる図は刷った時点の姿で止まっています。章の間のリンクは Web 版へ飛びます。最新の内容は Web 版に在ります。

章		頁
A-01	記号表	2
A-02	用語集	15
A-03	文献案内	65
A-04	Lean と機械検査	83
A-05	この本の作り方	122
A-06	名前の索引	134
A-07	この本から出た論文	199
A-08	質量ギャップまでの地図	210

記号表 — 一つの字に一つの約束、二つの意味は名指して分ける

この章は記号と用語の案内です。

この章で分かること — この本の記号を「意味・定義した章・注」で引けます。ゲージ場の三つの書き方、結合の六つの書き方、C_P の正規化を、換算の式と表と動く図で並べます。同じ字の別の意味（β・Δ・η・σ・Ω など）を一表で読み分けます。

前提となる章 — なし。辞書として、どの章からでも開けます。各行の「章」の列が、その記号を定義した章です。

先に言うこと — この章は約束の一覧で、内容の主張を含みません。式の正しさは各章で示し、ここでは換算の算術と生成子の規格化だけをこの端末で確かめました。仮定の名前は A-06 名前の索引に分けます。質量ギャップについて、この章は何も示していません。

この章の順序

1. この表の使い方 — 共通の約束と、規約の三つの選択
2. 時空と添字 — 符号 $(-,+,+,+)$ と虚時間（表 1）
3. 群とリー環 — 生成子の規格化と構造定数（表 2・表 3）
4. ゲージ場の三つの書き方 — g と i の置き場所（表 4）。寄り道：なぜ物理は i を付けたがるのか
5. 格子の記号 — リンク・プラケット・リンクの角度（表 5）
6. 結合の六つの書き方 — 換算と一ループの係数（表 6・図 1・表 7）
7. 尺度・長さ・質量 — 格子単位と物理単位、記号 $\asymp$（表 8）
8. 確率・スペクトル・緩和 — 三つの C_P と二つの η（図 2・表 9・表 10）
9. 同じ字の別の意味 — 読み分けの一覧（表 11）。寄り道：記号の衝突を無くすことはできるか

01

この表の使い方 — 一つの字に一つの約束

この章は引く辞書で、前から読む必要はありません。表は「記号・意味・章・注」の四列で、「章」はその記号を定義した章です。式の正しさはその章で確かめてください。

全章に共通の約束は四つです。第 3 部から先は $\hbar = c = 1$。同じ項に二度出た添字は和を取る。ln と log はどちらも自然対数。同じ字が二つの意味を持つときは章の冒頭で宣言する（一覧は §09）。そのうえで、記号の見かけは次の三つの選択で変わります。

$$\underbrace{\text{ゲージ場の書き方}}_{\S04\ \text{の三通り}} \times \underbrace{\text{結合の書き方}}_{\S06\ \text{の六通り}} \times \underbrace{C_P\ \text{の正規化}}_{\S08\ \text{の二通り}} \tag{1}$$

(1) の選択は物理の中身を変えず、係数と符号だけを変えます。ただし同じ条件が別の数に見えます。例。Shen–Zhu–Zhu の強結合の条件 $|\beta_{\mathrm{SZZ}}| < 1/(16(d-1))$ は、四次元（$d = 4$）で $\beta_{\mathrm{SZZ}} < 1/48$ となり、この本の Wilson の β では SU(2) で $\beta < 0.0833$、SU(3) で $\beta < 0.1875$ です（§06）計算 。仮定の名前（拡散型緩和時間の仮定・緩和時間の上界の仮定・構成の八つの言明 など）は A-06 名前の索引、札の凡例は 0-01 にあります。

02

時空と添字 — 符号は $(-,+,+,+)$、虚時間で全部 $+$ になる

物理の時空はミンコフスキー時空で、距離の二乗に時間の向きだけ負の符号が付きます（2-04・既存の記事 符号が一つ違う）。構成的場の理論と格子の議論は、時間を虚数に回したユークリッド空間 $\mathbb{R}^4$ で行います（4-02）。

$$\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(-1,1,1,1), \qquad t = -i\tau, \qquad A_0 = iA_4, \qquad F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \longmapsto \sum_{\mu,\nu=1}^{4} F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} \tag{2}$$

(2) は左から、計量・回し方（Wick 回転）・回した結果です。ユークリッドでは計量が単位行列なので、上下の添字を区別しません。例。光の道 $-t^2 + |\mathbf{x}|^2 = 0$ は、回すと $\tau^2 + |\mathbf{x}|^2$ になり、原点以外で正です。

表 1　時空と添字

記号	意味	章	注
$x^\mu,\ \mu = 0,\dots,3$	ミンコフスキーの座標（$x^0 = t$）	2-04	逆の符号 $(+,-,-,-)$ の教科書もある
$x_4 = \tau,\ \mu = 1,\dots,4$	虚時間とユークリッドの添字	4-02	$\tau = it$
$i,j,k = 1,2,3$	空間の添字	3-02	色の添字 a,b,c と混ぜない
$E_i,\ B_i$	色の電場・磁場	3-02	$B_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F_{jk}$、ユークリッドで $E_{E,j} = F_{4j}$

記号	意味	章	注
d	（ユークリッド化した）時空の次元	0-03	問題文は $d=4$
$\mathbb{Z}^d$, $a\mathbb{Z}^d$	整数格子、間隔 a の格子	5-01	§05

03

群とリー環 — 生成子は $\mathrm{tr}(T^aT^b)=\frac{1}{2}\delta^{ab}$ で揃える

ゲージ群 G はコンパクトな単純リー群で、例はほとんど $\mathrm{SU}(N)$ です（1-04）。生成子には物理の流儀でエルミートな T^a を取ります。規格化を決めないと、構造定数も結合定数も定数倍ずれます。

$$[T^a,T^b]=i\,f^{abc}\,T^c,\qquad \mathrm{tr}(T^aT^b)=\tfrac{1}{2}\,\delta^{ab},\qquad a,b,c=1,\dots,N^2-1 \tag{3}$$

数学の流儀では反エルミートな $X^a=-iT^a$ を取り、$[X^a,X^b]=f^{abc}X^c$ と i の無い形になります。同じ f^{abc} です。例。SU(2) では $T^a=\sigma^a/2$ で $f^{abc}=\varepsilon^{abc}$、SU(3) では $T^a=\lambda^a/2$（Gell-Mann 行列の半分）です。随伴のカシミール C_A（$f^{acd}f^{bcd}=C_A\delta^{ab}$）は N、基本のカシミール C_F（$\sum_a T^aT^a=C_F\mathbf{1}$）は $(N^2-1)/2N$、表現の指数 $T(R)$（$\mathrm{tr}_R\,T^aT^b=T(R)\delta^{ab}$）は基本表現で $\frac{1}{2}$ です。一ループの係数（4-06）に入るのは C_A と $T(R)$ です。

表 2　生成子の規格化の数値確認 計算

群	$\max\lvert\mathrm{tr}\,T^aT^b-\frac{1}{2}\delta^{ab}\rvert$	C_F	C_A	独立な非零の f^{abc}（$a<b<c$）
SU(2)	0	0.75	2	$f^{123}=1$
SU(3)	1.1×10^{-16}	1.333333	3	$f^{123}=1$；$f^{147}=f^{246}=f^{257}=f^{345}=\frac{1}{2}$；$f^{156}=f^{367}=-\frac{1}{2}$；$f^{458}=f^{678}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

表 2 は、行列を書き下して $f^{abc}=-2i\,\mathrm{tr}([T^a,T^b]T^c)$ を求め、(3) に戻した残差（1.1×10^{-16} 以下）とカシミールが単位行列の定数倍であることを確かめたものです。

表 3　群とリー環の記号

記号	意味	章	注
G, $\mathfrak{g}$, N	ゲージ群、リー環、$\mathrm{SU}(N)$ の大きさ	1-03	大 N は 17-04
T^a, f^{abc}	エルミートな生成子、構造定数	1-04・3-02	規格化は (3)
σ^a, λ^a	パウリ行列、Gell-Mann 行列	1-04	σ は別の意味にも使う（§09）
C_A, C_F, $T(R)$	カシミールと表現の指数	4-06	本文の値
χ_r, d_r	表現 r の指標と次元	5-02	$\chi_r(U)=\mathrm{tr}_r\,U$
$\Omega(x)$	ゲージ変換（点ごとの群の元）	3-01	字 g は結合に取っておく

04

ゲージ場の三つの書き方 — g をどこに置き、i をどこに付けるか

同じゲージ場が三通りに書かれます。物理の章は「エルミートな A と結合 g を分ける」、経路積分と辞書の章は「g を場に吸収し、作用の前に $1/g^2$ を出す」、幾何の章は「反エルミートな 1-形式 $\mathcal{A}$」です。翻訳は一行です。

$$\hat{A} = g\,A, \qquad \mathcal{A} = -i\hat{A} = -ig\,A, \qquad \hat{F} = g\,F, \qquad \mathcal{F} = -i\hat{F} = -ig\,F \tag{4}$$

「吸収」は g を掛けるだけ、「幾何」はさらに $-i$ を掛けるだけです。ただし $-i$ で $\operatorname{tr} F^2$ の符号が変わります。エルミートな X では $\operatorname{tr} X^2 \geq 0$、反エルミートな $-iX$ では ≤ 0 なので、幾何の作用には負の符号が付きます。

表 4　ゲージ場の三つの書き方（作用はユークリッド）

	物理（g を D に置く）	**物理（g を吸収）**	**幾何（反エルミート）**
共変微分	$\partial_\mu - igA_\mu$	$\partial_\mu - i\hat{A}_\mu$	$d + \mathcal{A}$
場の強さ	$\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$	$\partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu - i[\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu]$	$d\mathcal{A} + \mathcal{A}\wedge\mathcal{A}$
ゲージ変換	$\Omega A \Omega^{-1} - \frac{i}{g}(\partial\Omega)\Omega^{-1}$	$\Omega \hat{A} \Omega^{-1} - i(\partial\Omega)\Omega^{-1}$	$\Omega \mathcal{A} \Omega^{-1} - (d\Omega)\Omega^{-1}$
作用 S_E	$\frac{1}{2}\int \operatorname{tr} F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = \frac{1}{4}\int F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2g^2}\int \operatorname{tr} \hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{g^2}\int \operatorname{tr} \mathcal{F}\wedge *\mathcal{F}$
使う章	3-02・3-03・第 4 部（4-02 を除く。4-03 は両方）	0-01・4-02・18-04	1-07・3-04・3-05

位相電荷 Q は、第二 Chern 数 $c_2 = \frac{1}{8\pi^2}\int \operatorname{tr}\mathcal{F}\wedge\mathcal{F}$ と $Q = -c_2$ の関係にあり（3-05 の (2)。符号の差は $\mathcal{F} = -igF$ から来る $(-i)^2 = -1$）、作用には $S_E \geq 8\pi^2|Q|/g^2$ の下界があります 既知 。例。SU(2) で $g^2 = 1$（$\beta = 4$）なら、一つのインスタントンの作用は $8\pi^2 = 78.96$、重み e^{-S_E} は 5×10^{-35} 程度です 計算 。

寄り道：なぜ物理は i を付けたがるのか

飛ばしてよい。量子力学では観測量はエルミートな作用素で、固有値が実数です（2-05）。色の荷は観測量なので、物理は生成子をエルミートに取り、$e^{i\theta^a T^a}$ と i を指数に出します。幾何の側では、リー環は群の単位元での接ベクトルの空間で、$\mathfrak{su}(N)$ は反エルミート行列そのものです。e^X と書けて、曲率に i も g も出ません。正確には、二つの流儀は基底を i 倍だけ取り替えたもので、同じ群の同じ接続を表します。違いは $\operatorname{tr} F^2$ の符号と f^{abc} の前の i だけです。

05

格子の記号 — リンク・プラケット・Wilson ループ

格子ゲージ理論は時空を間隔 a の格子に置き換え、各辺（リンク）に群の元を置きます（5-01）。記号の要は Wilson 作用と、その前の係数 β です。

$$S_W(U)=\beta\sum_{P}\Big(1-\frac{1}{N}\operatorname{Re}\operatorname{tr}U_P\Big),\qquad \beta=\frac{2N}{g^2},\qquad U_P=U_{x,\mu}U_{x+a\hat\mu,\nu}U^{-1}_{x+a\hat\nu,\mu}U^{-1}_{x,\nu}\tag{5}$$

(5) は、小さな正方形（プラケット P）を一周した積 U_P の単位元からのずれを全部足したものです。滑らかな場で $a\to 0$ のとき連続の作用に係数まで合うのが $\beta=2N/g^2$ です（5-01 §05）既知 。この本の β は、断りの無い限りこの Wilson の β です。SU(2) の章（23-01・23-02・18-05）の $\beta=4/g^2$ は $N=2$ の同じ式です。リンクは場を $U_{x,\mu}\approx e^{-igaA_\mu}$ の形でだけ見ます。1-07 の平行移動はその逆元で、プラケットの指数の符号が 1-07 と逆なのはこのためです（トレースは変わりません）。

SU(2) のリンクは角度でも書きます。第 23 部の検討は $U=e^{i\vartheta\cdot\sigma}$ と書き、本の (3) では $U=e^{i\theta^aT^a}$ なので、$\theta=2\vartheta$ でつながります。

$$U=e^{i\vartheta\cdot\sigma}=e^{i\theta^aT^a}\quad(\theta^a=2\vartheta^a),\qquad \tfrac12\operatorname{tr}U=\cos|\vartheta|\tag{6}$$

例。$\vartheta=(0.3,-0.2,0.5)$ では、行列の指数関数で計算した $\frac12\operatorname{tr}U$ と $\cos|\vartheta|$ がどちらも 0.815941 です 計算 。角度の取り方の違いは、§08 の C_P に定数倍として効きます。

表 5　格子の記号

記号	意味	章	注
a, L	格子間隔、周期格子の一辺の点の数	5-01	リンク $4L^4$ 本・プラケット $6L^4$ 枚
$U_\ell=U_{x,\mu}$	リンク ℓ の上の群の元	5-01	$U_{x+a\hat\mu,-\mu}=U^{-1}_{x,\mu}$
P, U_P	プラケットと一周の積	5-01	$1-\frac1N\operatorname{Re}\operatorname{tr}U_P\in[0,2]$
μ_β	Wilson 測度 $Z^{-1}e^{-S_W}\prod dU_\ell$	5-01	dU は Haar 測度
$W(C)$, $W_{R\times T}$	Wilson ループ $\frac1N\operatorname{tr}U_C$、長方形	5-02	T は時間の長さ
σ	弦張力：$\langle W_{R\times T}\rangle\approx e^{-\sigma RT}$	5-02・5-08	格子単位。物理単位は $\sqrt{\sigma}$
ϑ, θ	SU(2) のリンクの角度、$\theta=2\vartheta$	(6)・23-13	θ 項の θ と別
b, k, $\delta(b)$	一段の倍率、段数、記帳の取りこぼし	23-02	第 23 部の検討の定義

```
06
```

結合の六つの書き方 — β ・ β_{Ch} ・ β_{SZZ} ・ λ ・ g^2 ・ α

同じ結合 g^2 が、文献ごとに別の字と別の規格化で書かれます。作用 (5) と項ごとに比べれば換算が決まります（5-01 の (8a) の再掲）。

$$\beta=\frac{2N}{g^2},\qquad \beta_{\mathrm{Ch}}=\frac{\beta}{N},\qquad \beta_{\mathrm{SZZ}}=\frac{\beta}{N^2},\qquad \lambda=g^2N=\frac{2N^2}{\beta},\qquad \alpha=\frac{g^2}{4\pi}\tag{7}$$

β_{Ch} は作用を $\beta_{\mathrm{Ch}}\sum_P \mathrm{Re}\,\mathrm{tr}(I-U_P)$ と書く Chatterjee の形、β_{SZZ} は逆結合を $N\beta_{\mathrm{SZZ}}$ と書く 't Hooft の規約（Shen–Zhu–Zhu。5-04）、λ は 't Hooft 結合、α は物理でいう結合の強さです。走りの係数も変数ごとに書き方があり（4-06 の表 1）、この本では b_0 が g の、κ が Wilson の β の係数です。

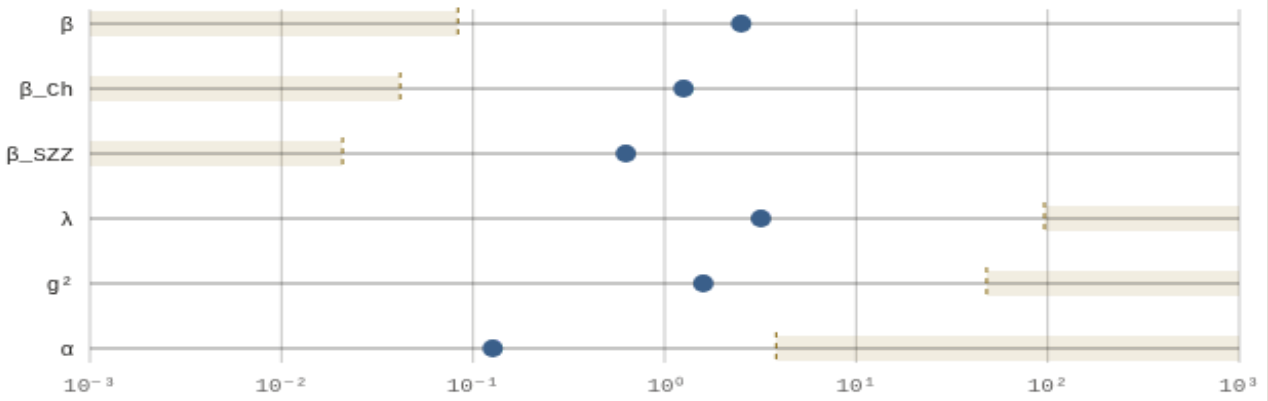
$$\mu\frac{dg}{d\mu}=-b_0g^3+\cdots,\qquad b_0=\frac{11N}{48\pi^2},\qquad \frac{d\beta}{d\ln\mu}=\kappa=4Nb_0=\frac{11N^2}{12\pi^2}\tag{8}$$

(8) の右は、a を半分にするごとに β を $\kappa\ln 2$ 上げれば同じ物理が保たれる、という一ループの予言です 既知 。SU(2) の $\kappa=11/(3\pi^2)$ は、第 23 部の検討の「段の式の傾き」と同じ数で、第二巻の一ループの傾き s = 11C_g/(24π²)（10-01）の SU(2)（C_g = 8）での値とも同じ数です。どれも、既知の係数を格子の規約で書いたものです（23-14）。

表 6　群ごとの定数（純 SU(N)） 計算

N	dim G	b_0	$2b_0$	κ	$\kappa\ln 2$	$b_0^{(\alpha)}=11N/12\pi$（$\mu^2\,d\alpha/d\mu^2=-b_0^{(\alpha)}\alpha^2$、**4-06 の表 1**
2	3	0.04644	0.09288	0.3715	0.2575	0.583
3	8	0.06966	0.13932	0.8359	0.5794	0.875

図 1　結合の換算器。つまみで Wilson の β を動かすと、六つの書き方の値（●）が対数の目盛りの上で一斉に動きます。縦の破線は四次元（$d=4$）での Shen–Zhu–Zhu の条件の端 $\beta_{\mathrm{SZZ}}=1/(16(d-1))=1/48$、色の帯は条件が成り立つ側です。SU(2)／SU(3) の切り替えで端の位置が変わります。



SU(2)・β = 2.512：β_Ch = 1.256、β_SZZ = 0.6280、λ = 3.185、g² = 1.592、α = 0.1267。条件の外（端は β = 0.08333）。a を半分にする一ループの増分 κ ln2 = 0.2575

計算 この図の数値はこの端末で計算した。図は (7) をその場で計算します（表 7 と同じ式）。

表 7　換算の数値例と、四次元（$d=4$）での強結合の条件の端 計算

場合	β	β_{Ch}	β_{SZZ}	λ	g^2	α
SU(2)・$\beta=2.5$	2.5	1.25	0.625	3.2	1.6	0.12732
SU(3)・$\beta=6.0$	6	2	0.66667	3	1	0.07958
SU(2)・条件の端	0.08333	0.04167	0.02083	96	48	3.81972
SU(3)・条件の端	0.1875	0.0625	0.02083	96	32	2.54648

't Hooft の規約の β_{SZZ} と λ では、条件の端が N に依りません。数値計算でよく使う SU(2) の $\beta=2.5$ と条件の端は、α で約 30 倍離れています。条件は各文献の規格化のまま読むもので、ここの換算はこの本の算術です。

07

尺度・長さ・質量 — 格子単位と物理単位を分ける

長さと質量の記号は、格子単位（格子間隔を 1 とした数）と物理単位で二重になります。混同すると「格子で隙間がある」と「連続で隙間がある」が同じ文に見えます（4-11）。

$$m_{\mathrm{lat}}=\frac{1}{\xi},\qquad \Delta=m_{\mathrm{phys}}=\frac{m_{\mathrm{lat}}}{a},\qquad \xi_{\mathrm{phys}}=a\,\xi \tag{9}$$

ξ は格子単位の相関長で、二点相関の指数減衰の速さで決めます（2-08 の (6)）。連続極限では $a\to 0$ と $\xi\to\infty$ を、積 $a\xi$ が一定になるように同時に取ります。例。$\xi=20$、$a=0.05$ なら $\xi_{\mathrm{phys}}=1$ です。a を半分にすると $\xi=40$ が要り、一ループでは β を $\kappa\ln 2$ 上げることに当たります。二つの量が定数倍の範囲で同じことは次の記号で書きます。

$$A\asymp B\quad\Longleftrightarrow\quad \exists\, 0<c\le C:\ \ c\le A/B\le C\quad\text{(考えている範囲のすべてで)} \tag{10}$$

(10) は比が 0 にも無限大にも行かないことで、冪の指数だけを比べる $\ln A/\ln B\to 1$ より強く、対数の因子のずれを見分けます（§08 の図 2）。

表 8　尺度・長さ・質量の記号

記号	意味	章	注
H, Ω, $\mathcal{H}$	ハミルトニアン、真空、Hilbert 空間	4-11	$H\Omega=0$
Δ, m	Δ：問題文の、励起のエネルギーの下界となる定数。m：Δ として取れる値の最大（スペクトルの下端）	0-03・4-11	$m=\inf\sigma(H\vert_{\Omega^\perp})$。隙間がある $\Longleftrightarrow m>0$
ξ, m_{lat}, m_{phys}	相関長（格子単位）、$1/\xi$、m_{lat}/a	2-08・18-03	(9)

記号	意味	章	注
μ	繰り込みの尺度（運動量）	4-06	添字・測度と同じ字（§09）
Λ	次元転移の尺度（一ループで $\mu e^{-1/(2b_0 g^2)}$）	4-07	値は方式に依る。比 $m/\sqrt{\sigma}$ は依らない
ξ_{RG}，$a := 1/\xi_{\mathrm{RG}}$	記帳の長さ $b^{k(\beta)}$ と、それで決めた格子間隔	23-01	第 23 部の検討の定義。第 5 部の a とは記帳の長さの鎖の下で揃う

08

確率・スペクトル・緩和 — 三つの C_P と二つの η

本の後半では、揺らぎが均される速さを表す Poincaré 定数 C_P が中心に来ます（1-10）。分散を傾きの二乗の平均で割った比の上限です。

$$C_P = \sup_{f} \frac{\mathrm{Var}_\mu(f)}{\mathcal{E}(f)}, \qquad \mathcal{E}(f) = \mathbb{E}_\mu\Big[\sum_{\ell} |\nabla_\ell f|^2\Big], \qquad \lambda_1 = \frac{1}{C_P} \tag{11}$$

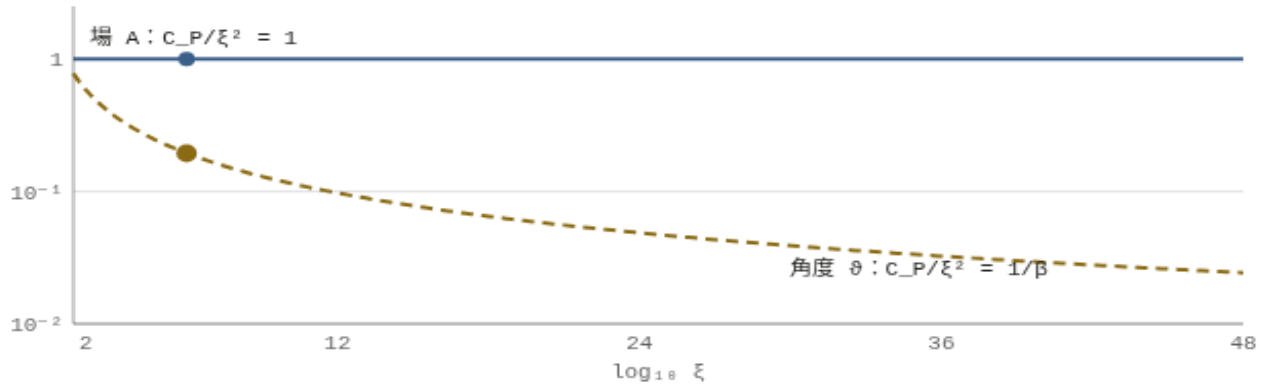
λ_1 は μ を保つ Langevin 力学の隙間です。同じ C_P の字が三つの量に使われます。真空の C_P は一つの時刻の真空の測度の C_P（$\Delta = 1/(2C_P^{(\alpha)})$。運動項 $\frac{1}{2}p^2$ の規約、有限自由度で等号。2-05 §08・A-06 表 4）、経路の C_P は経路の測度（Wilson 測度）の C_P（本書の検討の記録の C_P）、目盛りで測った経路の C_P は、経路の C_P の傾きをリンクの角度 ϑ で測るか場 $A = \sqrt{\beta}\,\vartheta$ で測るかの正規化を名指したものです（23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定）。

$$\mathcal{E}_A = \frac{\mathcal{E}_\vartheta}{\beta}, \qquad C_P[\mathcal{E}_A] = \beta\, C_P[\mathcal{E}_\vartheta], \qquad \text{自由近似で } \; C_P^{(A)} = \xi^2,\; C_P^{(\vartheta)} = \frac{\xi^2}{\beta} \quad (\mathrm{SU}(2)) \tag{12}$$

自由近似は、作用を二次の項だけ残したガウスの自由場とみなす近似で、$C_P^{(A)} = 1/m^2 = \xi^2$ となります（m は格子単位）。(12) の A は §04 の A を格子単位で測ったものです（$\sqrt{\beta}\,\vartheta^a = -aA^a$、符号を除いて同じ場）。

(12) は、正規化を名指さずに「$C_P \asymp \xi^2$」と書くと文の真偽が変わりうることを示します。冪の指数を比べる文（緩和時間の仮定）は β の対数の分しか動かず、二つの正規化で同じ文です。比が定数の範囲に収まるという帯の文は、正規化で真偽が変わります。だからこの本は帯の文を $(\xi^2)_{\mathrm{band}}[\mathcal{E}_\vartheta]$ のように正規化つきで書きます（23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定）。

図 2　正規化を名指す理由（SU(2)・自由近似）。横軸 $\log_{10}\xi$、縦軸 C_P/ξ^2（対数）。実線が場の正規化 1、破線が角度の正規化 $1/\beta$。β は、ξ を記帳の長さの一ループの式 $\xi \approx e^{3\pi^2\beta/11}$（定数倍を除く）で置き換えて結んでいます（漸近スケーリングを仮定 物理 ）。つまみで ξ を動かすと、局所的な冪の指数 $\ln C_P / \ln \xi$ が読み出しに出ます。



ξ = 10^6.0：β = 5.133、C_P^(ϑ)/ξ² = 0.1948、冪の指数 1.8816（角度）／2（場）

計算 この図の数値はこの端末で計算した。図は (12) と一ループの式をその場で計算します（表 9 と同じ式）。

表 9　角度の正規化での C_P/ξ^2 と局所的な冪の指数（SU(2)・自由近似・ξ を記帳の長さの一ループの式で置き換えて $\beta=\frac{11}{3\pi^2}\ln\xi$。漸近スケーリングを仮定 物理 ） 計算

ξ	β	$C_P^{(\vartheta)}/\xi^2$	$\ln C_P^{(\vartheta)}/\ln\xi$	$\ln C_P^{(A)}/\ln\xi$
10^2	1.7109	0.5845	1.8834	2
10^6	5.1326	0.1948	1.8816	2
10^{12}	10.2652	0.0974	1.9157	2
10^{48}	41.0609	0.0244	1.9664	2

角度の正規化の比は 0 に向かうので、$(\xi^2)_{\mathrm{band}}[\mathcal{E}_\vartheta]$ はこの自由近似で破れます。冪の指数 $2-\ln\beta/\ln\xi$ は $\xi=10^{48}$ でも 1.97 ですが、2 に向かいます。これは記号の約束を示す例で、ヤン–ミルズの測度の C_P について何かを示したものではありません。

指数も二つあります。動的指数 z は $C_P\asymp\xi^z$ の冪で、断りの無い η は $\eta_{\mathrm{dyn}}=2-z$ です（18-05 §02・2-10）。静的な $\eta_s=2\Delta_O-(d-2)$ は演算子 O の尺度次元 Δ_O から決まる相関の冪で、二つが等しいのは関係 $z=2-\eta_s$ が成り立つ場合だけです。例。二次元 Ising の Glauber 力学では $\eta_s=1/4$、$\eta_{\mathrm{dyn}}=-0.1665$ です（18-03） 物理 。

表 10　確率・スペクトル・緩和の記号

記号	意味	章	注
$\mathbb{E}_\mu$, Var_μ, $\langle\cdot\rangle$	期待値、分散、物理の期待値	1-08	$\langle\psi,\phi\rangle$ は内積
$\sigma(H)$	作用素のスペクトル	1-10	弦張力 σ と別
C_P, λ_1, $\mathcal{E}_\vartheta$, $\mathcal{E}_A$	(11)(12)	1-10・23-01	三つの C_P：真空の C_P・経路の C_P・目盛りで測った経路の C_P
τ_{exp}, τ_{int}	指数的・積分された自己相関の時間	2-10・5-07	連続時間の Langevin で $\tau_{\mathrm{exp}}=C_P$

記号	意味	章	注
z, η_{dyn}, η_s	動的指数、$2-z$、静的な冪	2-10・18-05	計量 $\eta_{\mu\nu}$ と別

09

同じ字の別の意味 — 文脈で読み分ける一覧

数学と物理の慣習が同じ字を別のものに当ててきたので、一冊の中で衝突は避けられません。この本は慣習の強いものはそのまま残し、章の冒頭で意味を宣言します。読み分けの目安は「添字と引数」です。例。18-04 の $\beta(ba)=\beta(a)-\kappa\ln b+\cdots$ は、格子間隔を引数に取る Wilson の逆結合で、β 関数 $\beta(g)$ ではありません。

表 11　同じ字の別の意味

字	意味（章）	読み分け
β	Wilson の逆結合（5-01。換算した β_{Ch}・β_{SZZ} は §06）／逆温度 $1/k_BT$（2-08。2-07 では輪の長さ $\beta\hbar$）／臨界指数 β（2-08 §06、二次元イジングで $1/8$）／β 関数（4-06）／三つの C_P の (β)（23-01）	断りが無ければ Wilson の逆結合。β 関数は引数 g 付き。指数は α,γ,ν と並べて書く
Δ	質量ギャップ（4-11）／ラプラシアン Δ_{lat}（1-08）／尺度次元 Δ_O（18-05。17-08 のスケーリング次元も同じ）／一段の減り $\Delta(b)$ と MCRG の下げ幅 $\Delta\beta$（18-04）／余積 $\Delta(\Gamma)$（4-05）／群の量 Δ_G（16-01 の Adhikari–Cao。16-05・16-08 の Δ_G は質量ギャップ）／差 Δx（2-04）	尺度次元は演算子の添字付き、ラプラシアンは lat 付き、余積は図を引数に取る。Δ_G は章の宣言を見る
η	計量 $\eta_{\mu\nu}$（2-04）／$\eta_{\mathrm{dyn}},\eta_s$（18-05）	添字二つなら計量
κ	一ループの傾き（4-06）／ガウス鎖の減衰率 $1/\xi$（2-08）	2-08 の中だけ減衰率
λ	Gell-Mann 行列（1-04）／'t Hooft 結合（17-04）／固有値 λ_1（1-10）	色の添字なら行列、数字の添字なら固有値
σ	パウリ行列（1-04）／弦張力（5-02）／スピン σ_x（2-08）／スペクトル $\sigma(H)$（1-10）	引数が作用素ならスペクトル
Ω	ゲージ変換 $\Omega(x)$（3-01）／真空（4-11）	点 x の引数があればゲージ変換
θ	θ 項の角（3-05）／リンク角 2ϑ（§05）／プラケットの gac（5-01）	Q と掛かっていれば θ 項
Λ	ローレンツ変換（2-04）／次元転移の尺度（4-07）	行列なら変換
μ	時空の添字／繰り込みの尺度（4-06）／測度 μ_β	下付きの位置なら添字
a	格子間隔（5-01）／記帳で決めた間隔 $1/\xi_{\mathrm{RG}}$（23-01）／経路の始点（2-07 の 01〜06 節。07 節からは刻みの幅）／色の添字（3-02）	上付きなら色。2-07 では節で切り替わる
δ	クロネッカーの δ^{ab}（1-04）／記帳の取りこぼし $\delta(b)$（23-02）	添字二つならクロネッカー、倍率 b の引数なら取りこぼし
P	プラケット P（5-01）／Poincaré 定数 C_P の添字（1-10）	C の下付きなら Poincaré 定数

字	意味（章）	読み分け
H	ハミルトニアン（4-11）／Ising のエネルギー関数（2-08）	仮定は文の名前
I	単位行列（5-01 の $\mathrm{tr}(I-U_P)$）／変形 Bessel 関数 $I_k(J)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{J\cos\theta}\cos k\theta\,d\theta$（0-04 の 06・07 節）	添字 k と引数があれば Bessel 関数
ゴースト	Faddeev–Popov の反可換な場 $c^a,\bar c^a$（4-08 §03）／Pauli–Villars の正則化の負の重みの状態（4-10）	場なら Faddeev–Popov、内積が負の状態なら Pauli–Villars
リンクの向き	平行移動は始点から終点へ運ぶ（1-07）／格子のリンク $U_{x,\mu}$ はその逆元で $x+a\hat\mu$ から x へ運ぶ、$U\approx e^{-igaA}$（5-01 §02）／鎖の番号の付け方：3-01 は $U_j=U(j{+}1,j)$、3-02 は $U_n=U(n,n{+}1)$	トレースの値は向きに依らない。指数の符号を比べるときは各章の宣言（5-01 §05 の 1-07 との対応）を見る
T	生成子 T^a・指数 $T(R)$／時間の長さ（5-02）／温度（2-08）／転送行列 T（2-08・4-11。$T=e^{-aH}$）	上付きなら生成子。行列の冪やトレースに入っていれば転送行列

寄り道：記号の衝突を無くすことはできるか

飛ばしてよい。全部の量に別の字を割り当てれば衝突は無くなりますが、二つの理由でそうしません。一つは文献との距離で、弦張力を σ 以外で書くと格子の論文の表をそのまま読めなくなります。もう一つは字の数で、量の数はよく使う字体の字の数よりずっと多くなります。正確には、衝突が害になるのは同じ式や同じ表に二つの意味が並ぶときだけです。たとえば 23-01 表 3 の三つの C_P は Wilson の β と同じ表に並ぶので、肩の (β) のような添字だけに頼らず、名（真空の C_P・経路の C_P・目盛りで測った経路の C_P）で区別しています。

表 12　κ の対照（26-05 表 2 の写し）：κ の字を使う量

記号	意味	章
κ_{cb}	チェス盤の密度：全てのブロックの容器の偏りの積の、一ブロックあたりの幾何平均（26-05 の (4)）	26-05・26-00 表 1
κ（片側の橋）	片側の橋の命題（論文の定理 3.1）の比べの定数（$C_P\ge\kappa\,\xi^2$ の形）	23-01 §06
κ_{BE}	Bakry–Émery の曲率の下限	24-09
$\hbar\kappa$・κ_f	隣のサイトとの結合の強さの上界・Brascamp–Lieb の交差の強さ	23-06
$\kappa=3/1000$	Barta の行の、欠陥の外での下界	23-09
κ（第 24 部）	Langevin の計量と運動項の計量の比べの定数	24-09
$\kappa_{\mathrm{C7}}(k)$	長さ k の鎖の凸性の定数（23-11 の $\kappa(k)$ と同じ量）	26-07
κ_w	適応した剛性：捩れの生成場に沿った力の分散（幅 w。帯の候補の量の一つ）	26-10

表 13　θ と「帯」の別の意味（26-00 表 0 の写し）

語	意味	使う章	第 26 部の帯との関係
第 23・24 部の「帯」	23-01 §05・23-15 (5) の「帯の文」（量が長さの二乗の定数倍の幅に入るという言明）、23-09 の ℓ帯（頂上の帯に関わる長さ）、24-02 §03・§05 と 24-09 の「二次元の帯」（幅の狭い帯状の格子）。25-07 §06 の二次元の模型の「捩れた帯」も帯状の格子の意味	23-01・23-09・23-15・24-02・24-09・25-07	別の意味の語。この部の帯（尺度の区間）ではない
θ の三つの意味	23-09 の閾 θ（θ_B・θ_σ ほか、配位を谷の側と頂上の側に分ける値）・この部の区画の偏り $\theta(R;T_L^2)$（25-01 の (4)）・Tanizaki–Ünsal の真空角 θ（25-02 で $\theta=0$ と置く）	23-09・25-01・25-02	区画の偏りだけがこの部の量。他の二つは別の量

この章が言えている範囲

事項	言えている	言えていない
記号の約束（表 1・3・5・8・10・11）	この本の各章が使う約束を一か所に集めた一覧。定義はリンク先の章の通り	各記号が指す量の性質（存在・正値性など）。それは各章の札の範囲でだけ言える
生成子の規格化 (3) と構造定数（表 2）	SU(2)・SU(3) で数値的に確認 計算 。標準の約束 既知	一般の G（1-04 の一覧）
ゲージ場の三つの書き方（表 4）	(4) の置き換えで互いに翻訳できること。$Q=-c_2$（3-05 の (2)） 既知	—
結合の換算 (7) と定数（表 6・7・図 1）	この本の算術としての換算 計算 。b_0・κ は既知の一ループ係数の書き直し 既知	各文献の条件の中身（条件は文献の規格化のまま読む）
C_P の正規化（(12)・表 9・図 2）	自由近似と一ループの式（定数を除く）の下での算術 計算	格子ヤン–ミルズの測度の C_P の大きさ。緩和時間の仮定の成否
質量ギャップ	—	この章は記号の約束だけで、格子の上でも連続でも何も示していない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
各記号の定義（各表の「章」の列）	この本の章	リンク先の章。一次資料はその章の出典表による
問題文の Δ・m の定義	一次資料（本文を確認）	A. Jaffe, E. Witten, “Quantum Yang–Mills Theory”（Clay の公式問題説明）§4。4-11 の出典表による
Wilson 作用と $\beta=2N/g^2$	既知	K. G. Wilson, Phys. Rev. D 10 (1974) 2445–2459。5-01 の出典表による
β_{Ch} の規約	一次資料（本文を確認）	S. Chatterjee, “Yang–Mills for probabilists”, arXiv:1803.01950 (2018) §3。5-01 の出典表による

もの	種別	出典・道具
β_{SZZ} の規約と条件 $1/(16(d-1))$	本文の (1.2)(1.3) を確認（規格化の読みは 5-04）	H. Shen, R. Zhu, X. Zhu, Comm. Math. Phys. 400 (2023) 805–851, arXiv:2204.12737。5-04 の出典表による
一ループの係数 b_0 と四つの書き方	既知	D. J. Gross, F. Wilczek (1973)・H. D. Politzer (1973)、D. Tong の講義録 §2.4、PDG の QCD の章。4-06 の出典表による
三つの C_P・$\mathcal{E}_\vartheta$・$\mathcal{E}_A$・記帳の長さ	第 23 部の検討の定義	23-01・23-13 の出典表
η_s・η_{dyn}・z	物理・第 23 部の検討	18-05・2-10 の出典表
表 2・表 6・表 7・表 9・(6)・§04 の数値	この端末で計算	Python 3・NumPy・SciPy：`generators.py`（規格化・交換関係・カシミール）、`constants.py`（(7)(8) の算術）、`normalisation.py`（(12) と一ループの式）。図 1・図 2 は同じ式を素の JavaScript で計算

次に読む章：A-02 用語集（語の意味を一〜三行で引き、章へ飛ぶ）。仮定の名前は A-06 名前の索引。

用語集 — 本書の言葉を一行で引き、定義の章へ飛ぶ

この章は用語集です。各語を定義の章へ案内します。

この章で分かること — 本書に出る主な言葉の意味を各 1〜3 行で。どの言葉がどの章で定義され、どの順に積み上がって「質量ギャップ」に届くか。同じ名で別の量を指す言葉（β・Δ・η・C_P・「ギャップ」）の見分け方。

前提となる章 — なし。どこから引いてもよく、詳しくはリンク先の章で読みます。記号の約束は A-01 記号表、仮定の一覧は A-06 名前の索引、文献は A-03 文献案内。

先に言うこと — ここでの説明は要約で、定義の正本はリンク先の章です。一行に縮めたために条件を省いた箇所があり、定理の仮定はリンク先で確かめてください。質量ギャップは示されていません（四次元の存在は 2026 年に公開された構成で、Lean で証明されている、と委員会が評価しました。6-00）。この本は問題の解決を主張しません。

この章の順序

1. 使い方と言葉の一本道 — 一項の形・絞り込み・群から質量ギャップまでの十二語（図 1）・よく出る言葉の表
2. 数学の準備（一）群・リー環・幾何 — 群・SU(2)・コンパクト単純群・リー群とリー環・接続・ホロノミー・曲率・ゲージ変換
3. 数学の準備（二）解析と確率 — ガウス測度・無限次元のルベーグ測度・自己共役作用素とスペクトル・変分原理・Poincaré 定数
4. 物理の準備 — 作用・状態とハミルトニアン・経路積分・虚時間・相関長・相転移・転送行列・Langevin と z（図 2）
5. ヤン–ミルズ理論：古典・量子化・公理 — 場の強さ・インスタントン・軌道空間・繰り込み・漸近自由・Λ・ゲージ固定と BRST・Gribov・Schwinger 関数・OS 公理・質量ギャップ
6. 格子ゲージ理論 — リンク変数・プラケット・Wilson 作用・Elitzur の定理・Wilson ループ・面積則と弦張力・強結合展開・連続極限・格子の相関長の問題（Chatterjee の Problem 5.1）

7. 構成的場の理論 — 構成的場の理論・自明性・クラスター展開・ブロック化・紫外安定性・確率量子化
8. 公開された構成を読む言葉（第 6〜14 部） — 公開された構成・評価書・確率の核・表示・強制された活動・射撃・暦・帰納の仮定・種・チェス盤の根・相の測度 ほか
9. 物理の描像 — 双対超伝導・中心渦・有効弦・大 N・ホログラフィー・一尺度
10. この本の言葉（第 16・18・23・24 部） — 確定度の二列・切れ目・拡散型緩和時間の仮定を軸に置いた検討（四次元格子の側・一段目の模型・一段目の組み立て・計算と検査）・第 24 部の言葉
11. 同じ名で別の量 — β・Δ・η・b_0・三つの C_P・三つの「ギャップ」・寄り道：「次元」という語の四つの使い方

01

使い方と言葉の一本道

各項は「見出し語」「1〜3 行の意味」「→ 定義を置いた章」でできています。並びは五十音順でなく本の部の順で、一つの項を読むのに要る言葉はたいてい少し上にあります。語で探すときは下の欄で絞り込めます（JavaScript が無いときはページ内検索で）。

本書の背骨は一つの式です。ハミルトニアン H の真空のエネルギーを 0 とし、その次のスペクトルまでの距離を質量ギャップと呼びます（4-11 §01）。

$$\Delta \;=\; \inf\bigl(\operatorname{spec} H \setminus \{0\}\bigr) \;>\; 0 \tag{1}$$

この式を読むには「スペクトル」「ハミルトニアン」「真空」が要り、四次元のヤン–ミルズ理論で意味を持たせるには群から格子・反射正値性までが要ります。図 1 はその一本道です。

図 1 言葉の一本道 — つまみで段を進めると、その言葉と定義の章が下に出る。「順に動かす」で一段ずつ進む。箱の番号は、その言葉を一本道の中で使う章（定義の章は下の各項のリンク先）



1. 群 — 対称性の集まり（1-02）

JavaScript が無くても、図の十二の箱と章番号はそのまま読めます。

表 1 は主な言葉が何章に出るかを数えたものです。「最初に出る章」は名前が出る章で、定義の章とは限りません。

表 1 主な言葉が出る章の数（付録を除く 105 章の本文。script・style・全体目次・meta 行を除いて数えた）

言葉	出る章	最初に出る章
質量ギャップ	101	0-01
閉じ込め	56	0-01
相関長	54	0-02
ゲージ変換	48	0-01
漸近自由	47	0-01
プラケット	46	0-03
反射正値性	43	0-02
Wilson ループ	43	0-01
弦張力	40	0-02
転送行列	38	0-04
拡散型緩和時間の仮定	26	0-02
Poincaré 定数	20	1-10
動的指数	14	2-08

計算 この表の数はこの端末で数えた（下書きの本文から語を数える小さなスクリプト。章の改訂で数は動きます）。数えた 26 語から、出る章の数の上位 10 語（普通の日本語とも重なる「接続」を除く）と、この本の第 23 部の中心の 3 語（緩和時間の仮定・Poincaré 定数・動的指数）を載せました。

> 02

数学の準備（一）群・リー環・幾何

ヤン–ミルズ理論は、群の向きを場所ごとに比べる仕組み（接続）と、比べ方の食い違い（曲率）の理論です。第 1 部の前半はそのための言葉を用意します。要の式は、接続 A から曲率 F を作る一行です（幾何の書き方。物理の書き方との換算は A-01）。

$$F \;=\; dA + A \wedge A \tag{2}$$

例：群が $U(1)$（絶対値 1 の複素数）なら $A \wedge A = 0$ で $F = dA$ となり、電磁気学の場の強さに戻ります（2-03）。$SU(2)$ では $A \wedge A \neq 0$ で、これが場どうしの相互作用の出どころです。

群

積と単位元と逆元を持ち、積が結合的な集合。対称性（形を保つ操作）の集まりを抽象化したもの。 → 1-02

SU(2)・二重被覆

行列式 1 の 2×2 ユニタリ行列の群。長さ 1 の四元数と同じで、形は三次元球面。二対一で回転群 SO(3) に写る。 → 1-02

コンパクト単純群

有界閉な連結な行列群（コンパクトな連結リー群）で、リー環が可換でなく、0 と全体以外のイデアルを持たないもの（リー群の意味の単純。$SU(N)$ のように有限の中心があってよい）。問題文はゲージ群をこの中から任意に選ばせる。 → 0-03

リー群・リー環

滑らかに積が取れる群と、単位元での接空間に交換子 $[X, Y]$ を入れたもの。リー環は群の「無限小の向き」。 → 1-03

接続

隣り合う点のベクトルを比べる規則。ゲージ場 A は接続である。 → 1-07

平行移動・ホロノミー

接続に沿ってベクトルを運ぶこと。閉じた道を一周して戻ったときの変化（群の元）がホロノミー。格子のリンク変数・Wilson ループの原型。 → 1-07

曲率

小さな輪のホロノミーの、面積に比例する主要部分。式 (2)。ゲージ理論の場の強さ。 → 1-07

ゲージ変換（幾何）

各点で基底を群の元で取り替えること。接続は $A \mapsto gAg^{-1} - (dg)g^{-1}$、曲率は $F \mapsto gFg^{-1}$ と変わる。 → 1-07

03

数学の準備（二）解析と確率

量子化したヤン–ミルズ理論は、虚時間では「場の配置の上の確率測度」として書けます。配置は無限個の数なので、無限次元の確率と、作用素のスペクトルの言葉が要ります。この部で最も多く使う不等式は Poincaré 不等式で、分散を「どれだけ揺らすと値が変わるか」で押さえます。

$$\mathrm{Var}_\mu(f) \;\le\; C_P\, \mathcal{E}(f), \qquad \mathcal{E}(f) = \mathbb{E}_\mu\big[|\nabla f|^2\big] \tag{3}$$

例：μ が実数直線の標準ガウス分布なら $C_P = 1$ で、$f(x) = x$ のとき等号です（分散 1、微分の二乗の期待値 1）。既知 最良の C_P の逆数は、μ を平衡にする拡散の隙間です（1-10）。

ガウス測度

平均と共分散だけで決まる測度。無限次元でも作れる最も基本の測度で、構成的場の理論は多くここから出発する。 → 1-08

無限次元にルベーグ測度は無い

ℓ^2 のような無限次元の可分なヒルベルト（バナッハ）空間には、平行移動で変わらず有界集合に有限の値を与える測度は 0 しか無い。経路積分の「$\mathcal{D}A$」が文字通りには意味を持たない理由。 → 1-09

自己共役作用素・スペクトル

無限次元版のエルミート行列と、その「固有値」の集合（連続な部分も含む）。ハミルトニアンは自己共役で、スペクトルが実数。 → 1-10

変分原理（Rayleigh–Ritz）

スペクトルの下端（最小固有値があればそれ）は $\langle \psi, H\psi\rangle / \langle \psi, \psi\rangle$ の下限。試し関数を何本入れても上界しか出ない。 → 1-10

Poincaré 不等式・Poincaré 定数 C_P

式 (3) と、そこに入る最良の定数。値は $\mathcal{E}$ の正規化（何で微分するか）に依るので、章ごとに正規化を書く。 → 1-10

04

物理の準備

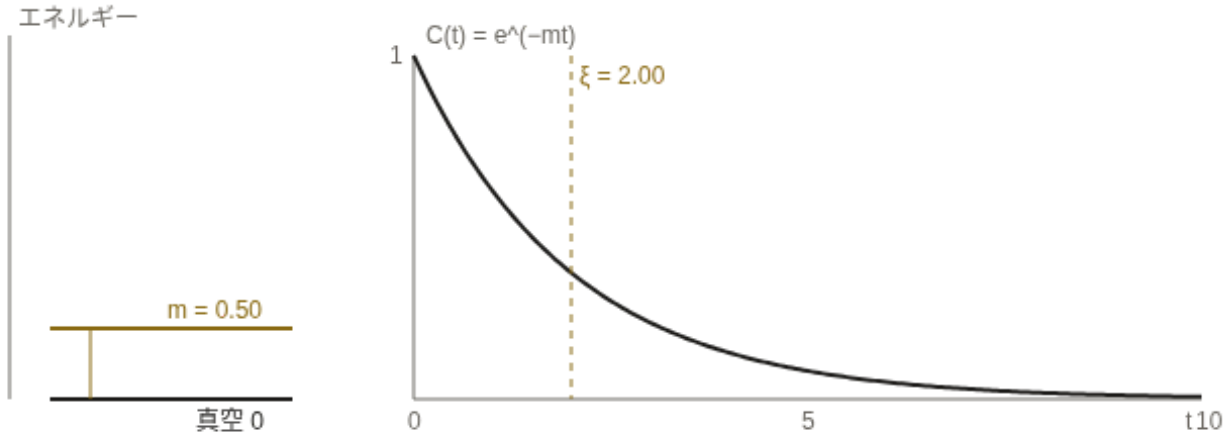
第 2 部の言葉は、量子力学と統計力学の二つの顔を持ちます。量子力学では「エネルギーの隙間」、統計力学では「相関の減る長さ」と呼ばれるものが、虚時間を通すと同じ量になりま

す。これが本書全体を貫く読み替えで、式では、真空 $|0\rangle$ と励起 $|n\rangle$ を使った次の展開です（4-11 §02）。

$$\langle O(t)\,O(0)\rangle - \langle O\rangle^2 \;=\; \sum_{n\geq 1} |\langle n|O|0\rangle|^2\, e^{-(E_n-E_0)t} \;\approx\; C\,e^{-mt}, \qquad \xi = \frac{1}{m} \tag{4}$$

例：$m = 0.5$ なら $\xi = 2$ で、$t = 10$ 離れた相関は $e^{-5} \approx 0.0067$ 倍に減ります。図 2 のつまみで隙間 m を動かすと、左の準位の間隔と右の減り方が一緒に変わります。

図 2 隙間と相関長 — つまみで隙間 m を変えると、左の最初の励起の高さと、右の相関 e^{-mt} の減る速さが同時に変わる。縦の破線は $t = \xi = 1/m$



m = 0.50 ・ ξ = 2.00 ・ C(5) = 0.0821 ・ C(10) = 0.0067

表 2 隙間 m と相関 $C(t) = e^{-mt}$（定数 C = 1 とした）

m	ξ = 1/m	C(1)	C(5)	C(10)
2.00	0.50	0.1353	0.0000	0.00000
0.50	2.00	0.6065	0.0821	0.00674
0.10	10.00	0.9048	0.6065	0.36788

計算 この図と表の数値はこの端末で計算した（指数関数の値。図は同じ式をその場で描く）。隙間が小さいほど相関は遠くまで残り、$m \to 0$ で相関長は無限大になります。これが「臨界」の姿です。

作用・Euler–Lagrange 方程式

道全体に一つの数を与える汎関数 S。古典的な運動は S を停留させる道で、その条件が Euler–Lagrange 方程式。 → 2-01

状態・ハミルトニアン

状態はヒルベルト空間の単位ベクトル、ハミルトニアン H は時間発展 e^{-itH} を生む自己共役作用素でエネルギーを表す。 → 2-05

経路積分

すべての道について $e^{iS/\hbar}$（虚時間では e^{-S}）で重みを付けて足す、という量子論の書き方。 → 2-07

虚時間・Wick 回転

$t = -i\tau$ と置き換えること。振動 e^{iS} が減衰 e^{-S} になり、量子論が統計力学の確率になる。 → 2-07

相関関数・相関長

離れた二点の値の結び付きと、それが $e^{-r/\xi}$ で減るときの長さ ξ。式 (4) で隙間の逆数。 → 2-08

相転移・臨界点・普遍性

径数を動かすと、自由エネルギーなどが滑らかでなく（非解析的に）変わること。量が跳ぶものが一次転移、跳ばずに相関長が無限大になるものが連続転移で、その点が臨界点。臨界点では細部に依らない振る舞い（普遍性）が出る。 → 2-08・16-11 §04・26-12

転送行列

虚時間の一歩分の重みを行列（作用素）にしたもの $T = e^{-H}$。最大固有値と次の比が相関の減り方を決める。 → 2-07

Langevin 力学・Glauber 力学

与えた測度を平衡に持つ、雑音つきの勾配の流れ（連続の場合）と、一点ずつ書き換える確率の力学（離散の場合）。理論の時間ではなく、標本を作るための仮の時間。 → 2-10

動的指数 z・臨界減速

緩和の時間が相関長の冪 $\tau \sim \xi^{z}$ で伸びるときの指数。臨界に近いほど力学が遅くなる現象が臨界減速。 → 2-10

05

ヤン–ミルズ理論：古典・量子化・公理

第 3 部と第 4 部の言葉です。古典論は「曲率の二乗を最小にする接続」の理論で、量子化すると、古典論には無い長さの尺度が一つ生まれます。その尺度を表すのが Λ で、一ループでは次の形です（4-07）。

$$\Lambda = \mu \, \exp\!\Big(-\frac{1}{2 b_0 \, g^2(\mu)}\Big), \qquad b_0 = \frac{11N}{3}\cdot\frac{1}{16\pi^2} \quad (\text{純 } SU(N)) \tag{5}$$

例：$SU(3)$ では $11N/3 = 11$ です。g^2 を小さくすると Λ は e^{-1/g^2} の形で 0 に近づき、g^2 のどの冪の級数にも映りません。 既知

古典

場の強さ

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu]$。最後の交換子が非可換の印で、場が自分自身と相互作用する。 → 3-02

ヤン–ミルズ作用

$S = \frac{1}{2g^2}\int \mathrm{tr}\, F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}\, d^4x$（ユークリッド・$g$ を A に吸収した書き方）。四次元では尺度を変えても値が変わらない。 → 3-03

自己双対・インスタントン

$F = \pm *F$ を満たす接続（$+$ が自己双対、$-$ が反自己双対で、位相電荷の符号が逆）。作用を位相電荷の絶対値の定数倍まで下げきる、有限作用の解。代表が BPST 解（一点のまわりに大きさを持つ、位相電荷 1 の解）。 → 3-03

第二 Chern 数・位相電荷

$\frac{1}{8\pi^2}\int \mathrm{tr}\, F\wedge F$（反エルミートの書き方）。接続を連続に変えても変わらない整数。 → 3-05

ゲージ軌道空間・Singer の定理

ゲージ変換で移り合う接続を同一視した空間。非可換では、そこから接続を一つずつ連続に選ぶ方法が大域的には無い。 → 3-04

量子化

発散・正則化・繰り込み

ループ積分が短距離で無限大になること、それを一時的に有限にする切断、切断を外しても観測量が有限に残るよう結合を取り直すこと。 → 4-04

繰り込み群・β 関数

見る尺度を変えると有効な結合がどう流れるかの規則。流れの速さが β 関数 $\mu\, dg/d\mu$。 → 4-04

漸近自由

β 関数が負で、短距離ほど結合が弱くなること。純 $SU(N)$ では一ループの係数 $11N/3$ が効く。 → 4-06

次元転移・Λ

無次元の結合しか持たない理論に、量子化で長さの尺度 Λ が一つ現れること。式 (5)。
→ 4-07

ゲージ固定・Faddeev–Popov・ゴースト

同じ物理を表す接続を一つに絞る条件と、そのとき積分に現れる行列式。行列式を場で書いたものがゴースト。 → 4-08

BRST 対称性

ゲージを固定した後の作用に残る、ゴーストを含む対称性。ゲージの選び方に物理量が依らないことを、これで確かめる。 → 4-08

Gribov コピー・Gribov 領域

ゲージ条件を満たす接続が一つの軌道に複数あること（Singer の定理の現れ）と、Faddeev–Popov 作用素が正になる範囲。 → 4-08

公理と定義

Wightman の公理・Haag の定理

ミンコフスキー時空の場の量子論が満たすべき条件の組と、相互作用のある場を自由場と同じ表現に置けないことを示す定理（時刻 0 の場が自由場とユニタリに移り合い、真空が一意で空間の並進・回転で不変なら、その場は自由場になる）。 → 4-09 公理・Haag

反射正値性

時間を鏡映した関数との相関が非負になる性質。これがあると、ユークリッドの測度から正の内積を持つ状態空間が作れる。 → 4-10

Schwinger 関数

ユークリッド（虚時間）での場の相関関数 $\langle \phi(x_1) \cdots \phi(x_n) \rangle$。Wightman 関数を虚時間に延ばしたもの。 → 4-10

Osterwalder–Schrader の公理・再構成

Schwinger 関数（すぐ上）が満たすべき条件の組と、それを満たせばヒルベルト空間とハミルトニアンが作れる、という定理。 → 4-10

質量ギャップ

式 (1)。真空の上のスペクトルが $\Delta > 0$ だけ離れていること。最も軽い粒子の質量と言い換えられるが、粒子の存在とは別の条件。 → 4-11

非自明

構成した理論が自由場（ガウス）ではないこと。問題文の要求の一つ。 → 0-03

06

格子ゲージ理論

第 5 部の言葉です。格子は時空を間隔 a の網目に置き換え、ゲージ場を網目の辺（リンク）に置いた群の元で表します。ゲージ不変性がそのまま保たれるのが格子の強みです。作用は小さな正方形（プラケット）一枚ずつの和です。

$$S_W = \beta \sum_P \Big(1 - \tfrac{1}{N} \operatorname{Re}\operatorname{tr} U_P\Big), \qquad \beta = \frac{2N}{g^2} \tag{6}$$

例：$SU(2)$（$N=2$）で $\beta = 2.4$ なら $g^2 = 4/\beta \approx 1.67$ です。β を大きくすると g が小さくなり、漸近自由により物理単位で測った格子間隔 a が 0 に近づくと期待されます（一ループの走り、4-07）物理。文献によっては別の規格化を使うので、換算は 5-01 を見てください。

リンク変数・格子間隔

隣り合う格子点を結ぶ辺に置いた群の元 U_ℓ（接続の平行移動の格子版）と、網目の幅 a。 → 5-01

プラケット・ステープル

単位正方形の四辺の積 U_P（小さな輪のホロノミー）と、そこから一辺を除いた三辺の積。 → 5-01

Wilson 作用

式 (6)。プラケットごとに $1 - \frac{1}{N}\operatorname{Re}\operatorname{tr} U_P$ を足した格子の作用で、$a \to 0$ の素朴な極限でヤン–ミルズ作用に戻る。 → 5-01

Elitzur の定理

格子では、ゲージ変換で変わる量（一本のリンクの成分など）の期待値は、どの体積・どの極限でも 0。局所的なゲージ対称性は自発的に破れない。 → 5-04

Wilson ループ

閉じた道に沿ったリンクの積のトレース。ゲージ不変で、重い電荷の対を運んだときの重みを表す。 → 5-02

面積則・周長則・弦張力

Wilson ループの期待値が囲む面積の指数 $e^{-\sigma \cdot \text{面積}}$ で減るのが面積則、周の長さで減るのが周長則。係数 σ が弦張力。 → 5-02

閉じ込め

色の電荷が単独で取り出せないこと。格子では面積則（静的ポテンシャルが距離に比例して伸びる）で判定することが多いが、定式化はいくつかある。 → 5-02

強結合展開・指標展開

β が小さいときに重みを群の指標で展開する方法。ここでは面積則と正のギャップが示せる 既知 （Osterwalder–Seiler 1978）。 → 5-02

連続極限・スケーリング

$\beta \to \infty$（$a \to 0$）で物理単位の量を保つ極限。無次元の比が a に依らなくなることがスケーリング。 → 5-05

グルーボール

純ヤン–ミルズの最も軽い励起を粒子とみたもの。格子では相関の減り方から質量を測る。 → 5-08

格子の相関長の問題・格子版の質量ギャップの向き

Chatterjee（2018）の問題。四次元の格子ゲージ理論で、各 β で相関長 $\xi(\beta)$ が有限に在り、$\beta \to \infty$ で $\xi(\beta) \to \infty$ となることを示せ。格子単位の隙間が一様に正のままでは連続極限で質量が無限大になるので、この向きで問う。物理単位の隙間が保たれることはその先（物理単位の隙間の言明）。 → 5-09

07

構成的場の理論

第 7 部の言葉です。構成的場の理論は、相互作用のある場の理論を確率測度として作り、公理を満たすことを証明する分野です。どの次元が易しく、どこで止まるかは、結合の「次元」で見積もれます。ヤン–ミルズの結合は長さの冪を持ちます。

$$g^2 \ \sim \ (\text{長さ})^{\,d-4} \tag{7}$$

例：$d = 2$ では g^2 は質量の二乗、$d = 3$ では質量の一乗の次元を持ち、短距離では効かなくなります（超繰り込み可能）。$d = 4$ では無次元で、尺度の冪では弱まらず、繰り込み群で対数的にしか動きません（周辺）。ヤン–ミルズでは漸近自由により、短距離で対数的に弱まります（4-06）。既知 次元ごとの現在地は 16-01。

構成的場の理論

場の理論を数学の対象（測度・作用素）として作り、公理を確かめる分野。本書は六つの段に分けて読む。 → 7-01

自明性

連続極限を取るとガウス（自由場）しか残らないこと。四次元の ϕ^4 で示された型の結果。 → 7-08

クラスター展開

測度を互いに離れた小さな塊の寄与の和に分け、収束を示す技法。強結合や大質量で効く。 → 7-04

ブロック化・繰り込み群の段

格子を b 倍に粗くし、細かい揺らぎを積分して新しい作用を得る一段。これを繰り返して連続極限を制御する。 → 7-05

紫外安定性

有限体積で、ブロック化を重ねた最後の作用の上下界が格子間隔に依らないこと。三次元では定理、四次元では仮定つきの定理。強さの違う読みが三通りある。 → 7-06・7-07 三つの読み

確率量子化・正則性構造

測度を Langevin 方程式の平衡として作る方法と、特異な確率偏微分方程式に意味を与える理論。 → 7-09

08

公開された構成を読む言葉（第 6〜14 部）

第二巻の言葉です。第二巻は、2026-11-10 に公開された四次元のヤン–ミルズ理論の存在の構成（Lean のコードと委員会の評価書）を読みます。公開された構成の対象は意味の名前で呼び、コードの識別子は出典として添えます。名前と記号の一覧は A-06 §02、札の約束は 6-00 です。

言明と検査

公開された構成

2026-10-28 に提出された Lean 4 のコード（yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028）と、それを検査した委員会の評価書（2026-11-10）。この本は、その定理を「Lean で証明されている、と委員会が評価した」の水準で引く。 → 6-00

評価書

委員会の評価（yang-mills-group/YM の docs/assessment-1.pdf）。第 I 部は構成の結果と問題文との比べ、第 II 部は検査の記録。 → 6-00

公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標

公開された問いの形の言明（仮定は Lie 環が単純であることだけ）、それを射影として含む強い言明、その上に委員会が独立の検査を一つの族で束ねた言明。言っている範囲が違う。 → 6-02

見出しの定理・依存の外

検証の記録が挙げる 17 の見出しの定理と、そのどれからも届かない宣言。「依存の中」は、公開の定理が使うとは限らない。 → 6-00

核での再検査・Comparator

外部のライブラリだけで初期化した新しい Lean の核で証明を検査し直すことと、言明と定義を独立に書いた定義と照合する道具。どちらも定義が問題の意図を表すことまでは保証しない。 → 6-02

繰り込みの一段と結合

確率の核・予測子・罰の係数

公開された構成の繰り込みの一段は決定的な写像ではなく、粗いリンクを、細かい配位から作った中心値（予測子）のまわりのガウス型の揺らぎで引く確率の核。引き寄せの強さが罰の係数 c_{pen}。 → 9-01・9-04

表示

各段の密度を書く決まった形：真空の項・主な作用・正則な活動・強制された活動の気体。表示は一意ではない。 → 9-06

正則な活動

表示の中の、局所の補正の項の和。平らな配位で 0 になる。 → 9-06

強制された活動

大きい場の旗をちょうど覆う台と、その上の空でない「在庫」を持つ補正の関数。その全体を気体として表示に運ぶ。 → 9-06・11-01

切った作用・旗

面の項を段ごとの閾の上で一次に切った作用と、閾を超える大きい場の印。閾は段とともに 0 へ行く。 → 9-07

段の結合

段 m の表示の中で、正規化した曲率の二乗の項に掛かる係数。測度だけからは決まらない数。 → 10-01

読み直し

一段の後、平らな配位と試験配位の二点での密度の対数比から、表示の結合を読み直すこと。強い単調性で根が一つに決まる。 → 10-03

射撃

段 0 の結合を基準の値 $\bar{\beta}$ にする裸の結合を、段ごとの帯の入れ子の区間と中間値の定理で選ぶこと（射撃法）。一意性は言わない。 → 10-04

暦

一段の評価に使う定数（ブロックの辺・平滑の指数・エネルギーの下界の定数・率・結合の入口）を決まった順に選ぶ条件の束。段に一様な条件はここで払う。 → 10-05・11-08

較正

局所場の挿入の係数を、基準の段で読んで合わせること。繰り込みの輸送の逆を入力に使う。 → 8-04

多段の評価

帰納の仮定・一段の証書

どの段の密度も同じ形の表示を持ち、その材料に段ごとの帳簿（評価）が掛かっていること、と、段 $m+1$ の表示から段 m の表示を押し出しの等式と帳簿つきで作ること。 → 11-00

種・区画

大きい細かい面・予測から大きくずれた辺・旗の一つ一つ（種）と、配位を種の型で分ける条件（区画。幅を持つヒステリシスつき）。 → 11-03

値段・印

種一つあたりの因子（値段）と、その配分のうち出口に残す分（印。保証された下界の半分）。 → 11-05

強い見積もり・弱い帳簿

一段の出口の評価 $e^{-\mathrm{rate}\cdot P^2}$ と、帰納の仮定が運ぶ評価 $e^{-P^{1/5}}$。強い見積もりを弱い帳簿へ換算して運ぶ。 → 11-07

無限体積と再構成

切片・糸

鏡映の向きに垂直な一枚の層の中のリンクの配位（切片）と、隣り合う層をつなぐ向きのリンクの組（糸）。転送作用素の核を作る分け方。 → 12-01

内側の関数

ゲージ不変・可測・有界で、帯の中に両端が在るリンクだけに依る関数。鏡映正値性とチェス盤の根が働く関数の類。 → 12-01

チェス盤の根

一つの関数を全ての箱に写して掛けた期待値の大きさの、箱の数分の一乗。三角不等式を満たす半ノルム（ノルムとは限らない）。 → 12-02

中心に置いた敷き詰め

段 m の格子間隔を一辺とする箱で、基準の箱を観測点の真ん中に置いた敷き詰め。繰り込んだ観測量の大きさをこの根で測る。 → 12-02・12-03

柱

ブロックとその鏡像を、時間の円を埋めるように交互に並べた配置。時間の向きの一方向のチェス盤の写し。 → 12-04

抽出の列

切断の部分列と体積の部分列の組。細分は二つの部分列をそれぞれ合成する。極限は、この列に沿った二つの通常の極限として読む。 → 12-05

窓（窓の関数）

Ward の恒等式で、一つの点の近くで 1 になり、ほかの点を台に含まない、滑らかでコンパクトな台の関数。 → 13-01・12-06

零エネルギーの空間

全ての時間の半群で固定される部分空間 $\ker H$。これが一次元であることが、その相での真空の一意性。 → 12-07

相の測度

混ざった極限の理論を相（成分）に分ける確率測度 μ（評価書では ν）。零エネルギーの空間に圧縮した可換な作用素の環の Gelfand 表現から作る。 → 12-07

増大の条件

点の配置の全ての二点の距離が r 以上のとき、相関とその微分が r^{-A} の定数倍で押さえられること。再構成の公理の束の一つの形。 → 12-08

09

物理の描像

第 17 部の言葉は、物理が「理論は在る」と前提して質量ギャップと閉じ込めを説明する描像で、多くは物理の水準です。代表は、色の電束が細い管に絞られて揺れる弦として振る舞う絵で、重い電荷の間のポテンシャルは長い距離 R で次の形になります（17-03）。

$$V(R) \;=\; \sigma R \;-\; \frac{\pi (d-2)}{24 R} \;+\; \cdots \tag{8}$$

例：$d=4$ で第二項は $-\pi/(12R)$ です。第一項が面積則（弦張力）、第二項が管の横揺れの零点エネルギーです。物理 第二項の係数が細部に依らないのは、長い管を有効弦とみなす仮定の下での結果です。

双対超伝導・アーベル射影

磁気単極子が凝縮すると、超伝導体が磁束を管に絞るのと双対に、電束が管に絞られるという閉じ込めの描像。アーベル射影は、ゲージを部分的に固定して群を可換な部分（対角成分）に縮め、固定の特異点に単極子を見る手続き。 → 17-02

中心渦

群の中心の元だけ位相がずれる面状の欠陥。それが無秩序に多いと Wilson ループが面積則を示す、という描像。 → 17-02

有効弦・Nambu–Goto・Lüscher 項

電束の管を面積で重みを付けた弦とみる理論と、その揺らぎが生む式 (8) の $1/R$ の項。 → 17-03

大 N・'t Hooft 結合・平面図

$SU(N)$ で $\lambda = g^2 N$ を固定して $N \to \infty$ とする極限。平面に描ける Feynman 図だけが残る。 → 17-04

ホログラフィー・AdS/CFT

ある時空の重力理論が、その境界のゲージ理論と同じものだという予想。動径の向きが尺度に当たる。 → 17-08

一尺度（尺度は一つ）

純ヤン–ミルズの次元を持つ量はすべて Λ の冪の定数倍、という物理の前提。格子では $m^2 \asymp \sigma$ の形で書ける。 → 17-12

10

この本の言葉（第 16・18・23・24 部）

第 18 部以降には、この本の中で名前を付けた言葉が出ます。仮定の網羅的な一覧は A-06 にあり、ここでは中心の一式だけ挙げます。第 23 部の検討が置いた量 $a^2 C_P$ は三つの比の積に割れます（17-12。$a = 1/\xi_{\mathrm{RG}}$、$\lambda_1 = 1/C_P$）。

$$a^2 C_P \;=\; \underbrace{\frac{a^2}{\sigma}}_{\text{(iii)}} \cdot \underbrace{\frac{\sigma}{m^2}}_{\text{(ii)}} \cdot \underbrace{\frac{m^2}{\lambda_1}}_{\text{(i)}} \tag{9}$$

例：SU(2)・$\beta = 2.60$ の格子の値（17-12 の表）では $m/\sqrt{\sigma} = 3.837$ なので、因子 (ii) は $1/3.837^2 \approx 0.068$ です。計算 (ii) が β に依らない正の定数で上下から押さえられるかが一尺度の問いで、格子の値はその傾向を示しますが、証明ではありません。

辞書と現在地（第 16・18 部）

確定度の二列

物理の言葉と数学の言葉の対応に、(a) 定義として対応しているか、(b) 四次元のヤン–ミルズでその量が在ると示されているか、の二つの格を別々に付ける読み方。 → 18-01

切れ目（seam）

物理の掘り方と数学の掘り方がつながらない箇所。本書は七つを型ごとに並べる。 → 16-05

緩和時間の仮定を軸に置いた検討（第 23 部）

四次元格子の側

構成の八つの言明

格子から入る道で問題文を割った八つの言明（無限体積・反射正値性・Wilson ループ・物理の隙間・ゆらぎの遅さ・回転の回復・OS 再構成・非自明性）。記帳の長さでの緩和時間の帯は問題文の要求に入らない、物理単位の隙間の言明の言い直し。 → 23-01

記帳の長さ ξ_{RG}

格子を b 倍に粗くする段ごとの結合の下がり方を記帳し、決まった値まで下がる段数から決めた長さ。$a := 1/\xi_{\mathrm{RG}}$ と置く（第 23 部の四次元の検討の定義）。 → 23-01

緩和時間の仮定

Poincaré 定数 C_P（Langevin 力学の緩和の時間）が相関長の二乗と同じ冪で伸びる、という冪の文：$\ln C_P / \ln \xi \to 2$。四次元では Wilson 測度で $\beta \to \infty$。証明は無い。 → 23-01

帯の文

「C_P は物差しの二乗の定数倍の幅に入る」という文：$a^2 C_P \asymp 1$。対数の因子に動かされるので、この部では緩和時間の仮定と呼ばない。 → 23-01

緩和時間の上界の仮定・緩和時間の下界の仮定

帯の文を上下に分けた半分：上界の仮定は $a^2 C_P \le C$（すべての試験関数についての上界）、下界の仮定は $a^2 C_P \ge c$（一つの試験関数で足りる下界）。難しいのは上界の仮定。緩和時間の仮定とは別の名。 → 23-01

帯の形の拡散型緩和時間の仮定 $(\xi^2)_{\mathrm{band}}[\mathcal{E}]$

冪でなく定数倍の幅で比べる仮定。帯の文が成り立つかどうかが $\mathcal{E}$ の目盛り（リンクの角度か場か）に依るので、目盛りを名指して書く。緩和時間の仮定とは別の仮定。 → 23-01

緩和の鎖・一尺度の鎖・記帳の長さの鎖

$a^2 C_P$ を割った三つの因子がそれぞれ $\asymp 1$ であること：緩和と相関長（緩和の鎖）・相関長と弦の長さ（一尺度の鎖）・弦の長さと記帳の長さ（記帳の長さの鎖）。三本そろえば $a^2 C_P \asymp 1$ が出る（逆は出ない）。 → 23-01・17-12

片側の橋

連続の時間・有限の空間格子・$T = \infty$ の経路の測度で、基底状態などの仮定の下に、時刻に局所な試験関数から C_P を相関長の二乗の定数倍で下から押さえる命題。下界の仮定の側にだけ架かる。 → 23-01

位相の区画と体積の順

周期の箱では、区画の間を移りにくい位相電荷 Q も試験関数に入る。Q の自己相関が ξ^2 より速く伸びるという $SU(3)$ 以上の原典の読み（$SU(2)$ は一次資料一本で a^{-2} に近い）を、HMC と Langevin が同じ普遍類という開いた境界の観察に付いた予想を延ばして当てると、上界の仮定は周期の箱では偽と読める。体積を先に無限にするこの本の順では、開いた境界は救いにならない見込み（仮定の行）。 → 23-01 §05 の注

四次元格子で試した十七の道

一つの問いと、それに当てた一組の道具の組。投稿の欠陥との比べの道・尺度の一次元鎖の道は元の問いを持ち直したもの。 → 23-02

四次元格子の二十一の壁

ある道がある道具で、ある矢印の手前で止まった理由を一文にしたもの。二十一枚を五つの型に分ける：原理の壁・構造の壁・道具の壁・仮定の壁・測定と文献の壁。 → 23-02

完全な族

どのプラケットからもちょうど一本ずつ消すリンクの集合。残りのリンクを止めれば、族のリンクの重みは一本ずつに分かれ、互いに独立に積分できる。 → 23-02

取りこぼし $\delta(\mathrm{b})$・傾き κ

格子の一段の窓が連続の $\ln b$ に足りない分（一ループ核の模型で測った数）と、一ループの結合の走りの傾き $\kappa = 11/(3\pi^2)$（SU(2)・$\beta = 4/g^2$。既知の係数の書き直し）。 → 23-02

答えの形

「緩和時間の仮定（$\eta = 0$）の下で、物理単位の隙間の言明 $\Longleftrightarrow \sum_k \delta(b_k) < \infty$」という言明。緩和時間の仮定のほかに、冪の形・段の誤差を加法的で有界とする模型・δ が一ループ核の模型の値であること、の上に立つ（仮定の行）。 → 23-02

重なりの下界

相関の非負の重みの表示で、最も軽い状態の重みが C(0) の q 倍以上という入力。これがあると有限の k の相関から隙間の下界が出る。無ければ分光は隙間の上界で終わる（分光の上界の壁）。 → 23-02

尺度の一次元鎖への射影の仮定

測度を尺度 $s = \ln \ell$ の一次元の鎖に射影できるという仮定。この下で二重み Hardy 不等式（一次元の重みつき不等式で、最良の定数が二つの重みの積分で上下から押さえられるもの）が使える。緩和時間の仮定 より弱いとは言えない。 → 23-02

管の転送作用素の不等式

周長 ℓ の管の重さが $\sigma \ell + c/\ell$ 以上、という転送作用素の不等式。成り立てば $m^2 \geq 4c\sigma$。証明は無い。 → 23-02

一段目の模型

階段（四段）

易しい場所から難しい場所へ置いた四段：0+1 次元の二重井戸の経路の測度（$\hbar \to 0$）・四次元格子の Wilson 測度（$\beta \to \infty$）・連続極限と OS 公理・極限の理論の質量ギャップ。この部が扱うのは一段目と二段目。 → 23-03

二重井戸の緩和時間の冪の言明

一段目の言明 $\ln C_P / \ln \xi \to 2$（$\hbar \to 0$）。四次元の緩和時間の仮定と測度の族だけが違う同じ形の文なので、二つの段で同じ名で呼ぶ。定数倍の幅で言う帯の文とは別。

→ 23-03・23-03 §01

五分類（初・典・機・読・仮）

この部の主張の強さの札：初等（証明を本文に置く）・原典から引く既知の定理・計算機援用・読み（浮動小数・Monte Carlo・当てはめ）・仮定。札は一つの文に一つ。 → 23-00

二重井戸

谷を二つ持つ位置エネルギー $V(x) = (x^2 - 1)^2/8$。谷は $x = \pm 1$（底の曲率 1）、頂上は $x = 0$（曲率 −1/2）。 → 23-04

経路の測度

虚時間の経路に重み $e^{-S/\hbar}$ を付けた確率の測度。$T \to \infty$ を先に取り、そのあと $\hbar \to 0$。数は刻み $\varepsilon = \frac{1}{2}$ の格子の上で取る。ゲージ場は入っていない。 → 23-04

トンネル分裂

ハミルトニアンの最低の二つの準位の差 $\Delta = E_1 - E_0$。経路で言えばキンクが一本入る重み $e^{-S_0/\hbar}$ で決まる。 → 23-04

相関長（二重井戸の）

経路の二点の相関が減る虚時間の長さ $\xi = \hbar/\Delta$。半古典の主項で $\xi \propto \hbar^{1/2} e^{S_0/\hbar}$ と指数で伸びる。 → 23-04・§03

キンク

一つの谷から他の谷へ移る、谷にとどまる経路の次に作用の小さい経路。作用は $S_0 = 2/3$（インスタントンの作用）、幅は虚時間で 2 程度。 → 23-04

零モード

キンクのゆらぎの作用素の固有値 0 の向き $\dot{x}_{\mathrm{cl}}$。キンクを虚時間の向きにずらしても作用が変わらないことから来る、キンクの位置という一つの遅い自由度。 → 23-04

キンクの拡散係数

Langevin の雑音をキンクの位置の向きに射影して得る $D = \hbar/S_0$。一本のキンクの位置についての文で、経路全体の隙間 $1/C_P$ についての文ではない。 → 23-04

Herring の式

転送作用素の偶と奇の固有値の差を、二つを別々に求めて引かずに、固有関数の内積の比で直接書く式。$\hbar$ が小さいときの桁の消失を避ける。 → 23-04

台地

キンクの対の間で経路が頂上の近くにとどまる区間が作る、作用がほとんど変わらない平らな向き。頂上の一サイトの曲率は、凸であるのに要る値に $\frac{1}{4}$ 足りない（$\varepsilon = \frac{1}{2}$）。 → 23-04

凸な芯

谷の奥の集合 $\{x_i \geq a\}$（$a > 1/\sqrt{3}$）。経路をここに閉じ込めると、Bakry–Émery の型で $C_P \leq 2/(3a^2 - 1)$ が長さと $\hbar$ に一様に出る。 → 23-04

相（キンクの無い相）

経路が一つの谷の側にとどまる配位に制限した測度。例えば全てのサイトで $x_i \geq 0$ に制限した $\mu^{(+)}$（壁 $x_i = 0$ では反射）。相内の局所 Poincaré の条件の測度。 → 23-05

一段目の組み立て

分散の分割

配位の空間を二つの谷に割り、分散を「各谷の中の分散」と「二つの谷の平均の差」に分ける恒等式。谷の中の局所 Poincaré と平均差の輸送の定数から C_P の上界を組む最初の道具だが、長い経路では一つの粗い変数では足りない。 → 23-05

局所 Poincaré

割った一つの部分（谷、またはキンクの無い相）に制限した測度の Poincaré 不等式。その定数 C_{loc} が相内の局所 Poincaré の条件になる。 → 23-05

平均差の輸送

二つの谷の上の平均の差の二乗を、Dirichlet 形で押さえる不等式。その定数 C_{md} が鞍点の管の条件の型になる。 → 23-05

二重井戸の四条件

一段目の上の側を割った四つの条件：相内の局所 Poincaré の条件（キンクの無い相の局所 Poincaré）、鞍点の管の条件（平らな鞍点の族に沿う輸送。箱の中では管と芯の行）、箱への帰着の条件（箱の力学への帰着）、箱の中の隙間の条件。どれも仮定の行を残す。結論の側の文である緩和時間の仮定とは別のもの。 → 23-05

二重井戸の緩和時間の上界の命題

二重井戸の経路の測度で、二重井戸の四条件と前提の行を仮定すると $C_P \le K\xi^2 S_0/\hbar$ が成り立ち、$1 \le R \le K'/\hbar$ を経て二重井戸の冪の言明が従う、という条件つきの命題。四条件の上の代数で、一段目が閉じたことは述べない。 → 23-05・23-03

切れ端

箱の中でキンクとキンクの間に挟まれた、キンクの無い相の区間（長さ $C\xi$ 以下、両端の値つき）。その上の相内の局所 Poincaré の条件の版が切れ端の局所 Poincaré の仮定で、端の値にも一様であることを求める。 → 23-05

管

キンク、またはキンクと反キンクの対の周りに入る配位の集まり。キンクの配置を止めた後に残る管の Poincaré を押さえるのが、鞍点の管の Poincaré の仮定の行。両端を二つの谷に止めた区間のものを「橋の管」と呼ぶ。 → 23-05・23-07

芯

管の中で経路が頂上の近くにとどまる区間（$Q_k = (-x_c, 0)^k$、$x_c = 0.89$）。作用の Hessian が負の向きを持ち、その Poincaré 定数を芯の長さ k に一様に押さえることが、芯の Poincaré の一様性の仮定の行。 → 23-07・23-11

箱の力学（箱への帰着）

無限に長い経路の Poincaré 定数を、長さ $C\xi$ の箱の両隣の値を止めた条件つきの測度の Poincaré 定数で押さえる段（箱への帰着の条件）。箱への帰着の命題は $C_P \le (1 + 1/n)\, C_{\mathrm{box}}/(1 - c_{\mathrm{alt}})$ の形で、対数 Sobolev 不等式を使わない。 → 23-05・23-11

偶奇の箱

直線を隣どうし l サイト重なる長さ L の箱で覆い、番号の偶奇で二つの族に分けたもの。同じ族の箱どうしは離れていて、族の外の値を止めると互いに独立になる。 → 23-11

ずらしの平均

箱の並びを l サイトずつ n 通りずらし、各ずらしの不等式を平均すること。重なりのサイトがずらしの間で互いに素なので、係数は 1+1/n で済む。 → 23-05

最大相関

二つの σ-代数について、それぞれに可測な関数どうしの相関の上限。二点の変数なら、同時分布を正規化した行列の第二特異値で表せる。 → 23-05・23-11

交互の最大相関

偶の族の外の値と奇の族の外の値が生成する二つの σ-代数の最大相関 c_{alt}。これが $\hbar$ に一様に 1 未満であることが、箱への帰着の命題に残る仮定の行（箱の交互の最大相関の仮定）。 → 23-05

二つの射影の補題

二つの射影の補題。二つの σ-代数の最大相関 c が 1 未満なら、分散は二つの条件つき分散の期待値の和の $1/(1-c)$ 倍以下。初等の証明を本文に置く。 → 23-05

Efron–Stein の不等式

積の測度の上の関数の分散は、座標を一つずつ動かした分散の期待値の和以下、という不等式。偶の箱の積の不等式に使う。 → 23-11

縮約したキンクの気体

箱の中の遅い変数（キンクの数と位置）だけを残した模型。一次元 Ising の Glauber 力学と同じ型に入ると置く（キンクの気体の隙間の仮定の行）と、隙間は対の生成・消滅とキンクの拡散の和の形になる。 → 23-05

交差項

箱の中の遅い側（キンクの配置 Y）の Dirichlet 形を、元の Dirichlet 形の $(1+\chi)$ 倍で押さえる行（交差項の一様性の仮定）。χ が $\hbar$ と境界の値に一様であることは仮定。 → 23-05

残したサイト

相内の局所 Poincaré の条件の二尺度の組み立てで、12 サイトごとに一つ残すサイト（粗い側）。これを止めると間の区間どうしは独立になり、残したサイトの周辺は最近接の鎖になる。 → 23-06

橋（端を固定した区間）

両端の値を固定した区間。相内の局所 Poincaré の条件では残したサイトの間の 11 サイト（細かい側）、鞍点の管の条件では両端を二つの谷に止めてキンクが一本ある区間。

→ 23-06・23-07

入れ子

凸でない 11 サイトの橋の中のサイト 4 と 8 をもう一段残し、三つの小さな橋（対数凹）と二つのサイトに割る組み立て。 → 23-06

Helffer の判定

鎖の隙間を、一サイトの隙間と隣どうしの結合の強さで判定する道具の Poincaré 版。残したサイトの環に Gershgorin の形で使う。 → 23-06

余白

粗い側の判定の要の量 $\hbar\rho - 2\hbar\kappa$（一サイトの隙間から、隣との結合の二倍を引いたもの）。正であることを端の値の全ての組について区間演算で確かめる。 → 23-06

節点（$\hbar$ の）

計算機援用で確かめる $\hbar$ の点。六節点の相内 Poincaré の命題は六つの節点 $\hbar \in \{0.2, 0.1, 0.05, 0.02, 0.01, 0.005\}$ の各点の文で、余白は 0.067 以上。依存グラフの節点とは別。 → 23-06

部分区間

節点の間の $\hbar$ を埋めるために $\hbar$ の範囲を割った小区間。各部分区間の中で、期待値の $\hbar$ による動きを区間で包む。 → 23-06・23-08

取り分

部分区間で、点の上界からの膨らみに許される量（余白から決まる上限から点の上界を引いた残り）。全ての箱に同じ量を許すと、最悪の箱が取り分を決める。 → 23-06

道筋

鞍点の管の条件の芯の行を閉じるために立てた七つの攻め方（窓の外の鎖・残る数値・区画の枠組み・小さな仮定・残る一命題・環の継ぎ目・$\hbar$ の範囲）。七つは名で呼び、並びは順序や重さを表さない。 → 23-07

サイトの窓

芯の中のある一サイトの周りの 17 サイトの範囲 W。その印の周辺の対数 Sobolev 定数 A_W が窓の定数の数値の道筋・区画の枠組みの道筋・窓の対数 Sobolev の道筋の中心。$\hbar$ の窓とは別のもの。 → 23-07

$\hbar$ の窓

計算機援用で扱う $\hbar$ の範囲 $[3 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-3}]$。「窓の全体」「窓の下の端」の窓はこちらで、紛れるときはサイトの窓に「サイトの」を付ける。 → 23-07

窓の外の鎖

サイトの窓の外へ伸びる鎖。その縮みの比 $q<1$ が窓の外の鎖の道筋と環の継ぎ目の道筋の条件で、橋の芯では $q_{\mathrm{free}}\le 0.998854904$ が $\hbar$ の窓の全体で計算機援用の不等式になった。窓の外と $\hbar\to 0$ については何も言わない。 → 23-07・23-08

環

長さ $T\ll\xi$ の周期的な短い経路で、キンクと反キンクが一対ある配位。 → 23-07

継ぎ目

環の上で対の間隔 ℓ が縮んで対が消える所。そこの配位は頂上の台地そのもので、橋の管の芯と同じ難しさが現れる。 → 23-07

塊

継ぎ目で符号に依らない区画の単位とする、頂上に近いサイト（$|z|<\theta$、$\theta=\frac12$）の連なり。他を止めた k サイトの塊の作用は $k\le 7$ で凸。 → 23-07

外の鎖と内の鎖

環のサイトの窓の対数 Sobolev 定数に入る二種類の鎖。外の鎖は窓の外へ伸びる符号の決まった側の鎖で、縮みは窓の中・ピン ≤ 0 などの条件つきで計算機援用の不等式。内の鎖は窓の中の段で、比は 1.24〜1.28 と読まれ 1 を越える（有限の係数）。 → 23-07

境の段

塊が窓の端に触れる配位だけに現れる有限の段（ピンが $(0,\frac12)$）。比は 1.004〜1.045 と読まれ、外の鎖の計算機援用の行はこのピンを覆わない。 → 23-07

区画の枠組み

芯の隙間を k に一様に押さえるため、負の曲率のある場所の稀さで払う手順を五つの段（区画の和・Gibbs の分解・成分ごとの局所化・体積の局所性・区画の合成）に分けたもの。仮定として残るのは構造ではなく定数の大きさ。 → 23-09

区画

各サイトに付けた印（頂上の側か否か）の型ごとの、箱の直積。分散・Dirichlet 形・エントロピーは区画ごとの和に分かれ、区画の数は定数に入らない。 → 23-09

欠陥の集合

サイト j とその隣のどれかが閾より頂上の側にある配位の集合 N_j。負の曲率はこの中にしか無い。 → 23-09

稀さの指数

欠陥を含む集合の測度の対数の最小 $\ell_{\min}$。長さではなく、芯の長さ k に依らない。 → 23-09

閉じる条件

区画の枠組みの五段を組んだ不等式の右辺が正になる条件 $b(A_W c_H + D_W + \ln 2) < \kappa \ell_{\min}$。満たせば芯の隙間は k に依らない正の数で下から押さえられる。 → 23-09

要る値

閉じる条件を A_W について書き直した上限 $A_{\max}$。A_W がこれより小さいことが残る一命題窓の対数 Sobolev の閾の命題（窓の対数 Sobolev の道筋）。いまの上界は要る値の外にあり、試験関数の下界は要る値を排除しない。 → 23-09

三本の筋

残る一命題を、条件の関数形の違う三つの形で攻めたもの：成分ごとの形・スカラーの形（スカラーの筋の命題）・Feynman–Kac の形。どれも閉じていない。 → 23-09

スカラーの筋の命題

スカラーの筋の、仮定の表つきの命題。芯の長さ $k = 20$ などの設定で、$\hbar \in [3 \cdot 10^{-4}, 10^{-3}]$ の 8 節点の各点で剰余の量を押さえる。区間演算の行はまだ走らせていない。 → 23-09

持ち上げの仮定

スカラーの筋の命題の代理の比の持ち上げの仮定。代理の比を、測った範囲（二サイトの塊の値）の外へ線形に持ち上げる唯一の仮定。 → 23-09

共通の壁

三本の筋が止まる同じ場所：頂上で一サイトの対角 $4 - \frac{1}{4} = 15/4$ が隣との結合の和 4 に届かない。凸性を入口に持つ道具は、この ¼ を台地の稀さで払う必要があり、その払い方に $\hbar$ が入る。 → 23-09

対角優位

行列の各行で、対角が非対角の絶対値の和以上であること。芯の Hessian では頂上で ¼ だけ破れ、全てのサイトが頂上の面では $k \geq 8$ の塊の最小固有値が負になる。 → 23-09

迂回策

閉じる条件の両辺のどちらか、または不等式の形そのものを動かす案。迂回策の一覧を生・条件つき・保留・死に判定した。 → 23-10

殺した一行

迂回策を止めた事実を一行に縮めたもの。数は浮動小数の格子か転送行列の読み。 → 23-10

要る側・形・足りない側（床）

迂回策を向きで分けた三つの側。要る側は要る値 $A_{\max}$ を大きくする案、形は条件の関数形を替える案、足りない側（床）は A_W の上界の構造の損を減らす案。 → 23-10

構造と道具の選び方

閉じる条件の定数の出所の二分。構造の量（κ・b・$\ell_{\min}$）は模型と欠陥の集合の定め方が決め、道具の量（c_H・$\ln 2$）は証明の段の選び方で、同じ集合のまま替えられる。要る値を大きく動かしたのは道具の側だった。 → 23-09・23-10

壊れ方の型

死んだ迂回策の殺した一行に繰り返し現れた理由を、七つにまとめたもの（源は一つ・天井・二度払い・通貨の取り違え・$1/\hbar$ の住所・向きのずれ・移しかえ）。各型に、案に当てて確かめる問いを添える。 → 23-10

二度払い

二度払いの型。前の段がすでに払った集合の上で、同じ量をもう一度払うこと。元の Bochner の段は負の曲率を芯の全体で払っていたが、そこは欠陥の集合の中だった。直すと大きく効く型。 → 23-10

通貨（出口の速さとエントロピー）

通貨の取り違えの型の語。Poincaré 不等式が測るのは出口の速さで、稀さ $\mu(B) \le e^{-\ell}$ を払えるのはエントロピーの通貨。分散と Dirichlet 形の比だけでは、稀さは分子と分母で打ち消す。 → 23-10

$1/\hbar$ の住所

1/ħ の住所の型。$1/\hbar$ がどの量に掛かるかを見誤ると、案は $1/\hbar$ を区画・印・比較の定数・摂動の費用へ移すだけになる。頂上の台地では、$1/\hbar$ は和の向きでなく頂上の角からの半径に住む。 → 23-10

凸性の閾

芯の作用の Hessian の下界 $\kappa(k) = 8\sin^2\!\big(\pi/(2(k+1))\big) - \tfrac{1}{4}$ が正であるのは $k \le 7$ まで、という境。$k \le 7$ の芯は凸性（短い芯の凸性の補題）で、端の値と $\hbar$ に依らず押さえられる。 → 23-11

芯の定数の三区分の命題

芯の Poincaré 定数を長さ k で三段に分けて押さえる命題：$k \le 7$ は凸性、$8 \le k \le 14$ は二つのブロックの補題と二点の最大相関、$k \ge 15$ は箱の帰着を芯に当てる形。中くらいの芯の段・長い芯の段の入力は測った値。 → 23-11

条件づけの壁

芯の区間を「ちょうどこの区間」と条件づけたために、零点が動きたい向きに立つ壁。端が頂上を越える箱の側の芯では、これが双安定を作る。物理の準安定ではなく、条件づけの選び方が作るもの。 → 23-11

作用の障壁

芯の作用の障壁の仮定の行。箱の側の芯の Poincaré 定数が $e^{\Delta S_*/\hbar}$ の型（前因子は $\hbar$ の冪）で押さえられ、障壁が $2S_0$ より小さい（$\Delta S_* < 2S_0$）という仮定。この下で箱の中の隙間の命題の局所の項は $\hbar \to 0$ で消える。 → 23-11

計算と検査

計算機援用

区間演算で、不等式として確かめたもの（札「機」）。丸めの規約などの前提を同じ行に書く。計算した範囲の外で成り立つことは言わない。 → 23-08・23-00

区間演算

全ての数を「真の値を必ず含む区間」で持つ計算。最後に出た区間の上の端が 1 より小さければ（$q^{+} < 1$）、$q < 1$ が不等式として従う。 → 23-08

外向きの丸め

区間の端を計算するとき、下の端は下へ、上の端は上へ丸めること。この部では各演算の結果を隣の浮動小数へ一つずつ外へ動かす。IEEE 754 の正しい丸めは前提の行に置く。 → 23-08

依存の喪失

同じ変数から来た量の結び付きを区間が忘れ、幅が広がること（$x - x^2$ を $[0,1]$ で素朴に評価すると $[-1,1]$）。細かく割るか、中心で展開して直す。 → 23-08・§04

陽性対照・陰性対照

陽性対照は、答えが閉じた式で分かる場合に機械がそれを再現するか。陰性対照は、成り立たないはずの主張を機械が拒むか。 → 23-08・23-14

事前登録

計算を走らせる前に、予想する値の範囲・律速の場所・対照の合格の線を書いておき、結果の後に当否を記録すること。結果を見てから合格の線を動かしていないことの記録になる。 → 23-08

統合表

一段目の四条件の五分類の行を、行を単位に一枚にした表。どこに証明があり、どこに仮定が残るかの地図で、行の割合は進み具合を表さない。 → 23-12

依存グラフ

表の行を番号つきの節点にし、各行の前提を「$\Longleftarrow$」の右に並べた一覧。一段目の上界の命題の結論がどの行に依るかを、前提の向きにたどって読む。 → 23-12・23-05

節点・葉

節点は依存グラフの一行。葉は「⟸」を持たない節点で、仮定・既知・計算機援用・読みの行。 → 23-12

番号の規則

「⟸」の右の前提の番号を、左の結論の番号より必ず小さく置く規則。全ての行で守られていれば、前提をたどるたびに番号が下がって葉に着き、円は無い。 → 23-12

要る葉の組

結論 [111] から前提の向きにたどって拾える葉の全て。分かれ道が [103] の「または」の一か所だけなので、組は二通り。 → 23-12

二つの道（箱の側の芯・区画の側の芯）

分かれ道 [103]（芯の Poincaré 定数が一様という行）の二つの支え方。箱の側の芯の道は芯の定数の三区分の命題と局所の項が $\hbar \to 0$ で消えること、区画の側の芯の道は区画の枠組みの芯の隙間の一様な下界と継ぎ目の正則性で支える。 → 23-15

作業の種類

仮定や読みの行を閉じるのに要る作業の六つの分け方：区間演算・紙（証明を書く）・書誌（原典で確かめて「典」に上げる）・測定・別の方法（いまの道具では届かない）・方法未定。 → 23-15・§03

揃う $\hbar$

四つの条件の全ての行が同時に成り立つ $\hbar$。行ごとの範囲を重ねると、いまは無い。二重井戸の冪の言明には、最終的に全ての行を $\hbar \to 0$ で一様な形で言うことが要る。 → 23-12

清さの基準

Lean の定理の `#print axioms` の出力が、全て `propext`・`Classical.choice`・`Quot.sound` の三つの公理の部分集合であること。証明に穴が無く、勝手な公理も足していないことを示す。 → 23-13

結論を定義に置く

欲しい性質を定義の中に書き、その定義を仮定に取る形。結論は仮定の書き写しになり、証明は一行で閉じる。清さの基準では見えない。 → 23-13

依存の円

定理 A が B の結論を仮定に取り、B が A の結論を仮定に取る形。定理は一つずつ検査されるので機械検査では見えず、依存グラフの番号の規則で確かめる。 → 23-13・23-12

突き合わせの四つの判定

本書の検討で測った数と既知の数を比べたときの判定：一致・条件つきの一致（合い方が刻み・箱・規約・外挿の形の選択に依る）・不一致・比べられない。 → 23-14

第 24 部の言葉

24-00 入口

今後の考察

第 24 部の題。緩和時間の仮定を妨げるものの形、緩和時間の仮定を前提に置いたまま述べ直す二つの候補、緩和時間の仮定を経由しない二つの見方、四次元で効いていることの順に考える部。多くの文は見立て。 → 24-00

言い換えの取引

問題文の量（ユークリッドの時間の隙間）を、緩和時間の仮定の量（Langevin の時間の緩和 C_P：上限で定義され、試験関数一本で下界が出て、上界を部品から組める量）に言い換えること。二つは別の量。 → 24-00・23-01

見立ての札〔見〕

第 23 部の五つの札（初・典・機・読・仮）に足す六つ目の札。判断の材料としての意見で、証明も数値も持たない文に付ける。 → 24-00

24-01 ほぼ保存される大域の量

ほぼ保存される大域の量（一つの型）

分散が大きく、Dirichlet 形が小さく（流束を通して受け渡されるか、稀な配位でしか変わらない）、隙間に映らない大域の量 Q。その緩和の時間は相関長でなく Q を壊す出来事の尺度で決まり、上界の仮定を妨げる。五つの例が同じ型に入ることは分類（見立て）。 → 24-01

保存の破れの係数 h

部分領域の電荷の勾配の和（全電荷の勾配）の二乗の期待値の密度。連続では位相不変性から 0 で、格子でだけ転位の配位の上で 0 でない。全体の上界の仮定が問うのはこの係数。四次元の格子の値はこの本に無い。 → 24-01

輸送の係数 d

電荷の勾配の場の一次のモーメント（双極子）の二乗の期待値の密度。h が小さい領分で、局所の拡散型緩和時間の仮定が問うのはこの係数。四次元の格子の値は無い。 → 24-01・24-03

境界の層の係数 g

半空間で切った電荷の Dirichlet 形から体積の項を引いた、面あたりの量。鋭い箱の比の境界の補正に入る。 → 24-01

交差の長さ R_{*}

輸送の係数と保存の破れの係数の比で決まる長さ（R_{*} の二乗は $\mathrm{d}\lambda_{\mathrm{W}}/\mathrm{h}$）。滑らかな窓の電荷の比が、これより短い箱では R^{2} に比例する輸送の型、長い箱では χ_{t}/h に飽和する障壁の型になる境（クラスタの減衰の仮定の上の見積もり）。 → 24-01

箱を貫く流束

箱の境のサイトのゲージ変換を割らずに残すと試験の空間に入る、箱を一様に貫く場。参照の値を 2.2〜2.5 倍動かす（自由場の参照の数の読み）。力学でなく族の取り方で同じ型が出る例。 → 24-01・24-03

24-02 保存が壊れる長さ

三つの物差し

C_{P} と比べる相手の候補を、静的な相関長 ξ・保存が壊れる長さ ℓ_{*}・大域の量が一つ動く時間 τ_{glob} の三つに分けたもの。同じ模型の中で別の値を取りうる。 → 24-02

保存が壊れる長さ ℓ_{*}

部分領域の電荷が、境界を通る輸送でなく領域の中の保存の破れで緩和しはじめる長さ。候補の定義は (2)：比 Var/$\boxtimes$ が飽和の値の半分に届く最小の R（見立て）。二次元 $U(1)$・幅 2 の帯・外周凍結・β=2〜6・帯の長さ $M \le 256$ で、τ_{int} の読み（隙間の上界）に当てはめの形 $A/M^{2}+B$ を使って読んだ長さは、相関長と比例しない。 → 24-02・24-02 §03

木の座標とリンクの座標

階層格子の Gauss 近似で、プラケットの値を変数に取ると $C_{P}=1/\beta$ で段数に依らず、リンク変数を取ると隙間が一辺の二乗に反比例して小さくなる。座標の選び方で C_{P} の伸び方の型が変わる例（四次元の階層格子はこの本の延長）。 → 24-02

流束の保存

リンクを動かしてもプラケットの値（流束）は隣どうしで受け渡されるだけ、という性質。リンクの座標の遅さの出所。 → 24-02

流束の双極子

帯のプラケットの角を余弦の重みで足した量 X。Gauss 近似の最も遅いモードで、その緩和の折れから保存が壊れる長さを決める。 → 24-02・§04

巻き付き

一枚のプラケットの角が $\pm\pi$ を越える出来事。高さ 2β の障壁を越える稀な出来事で、群がコンパクトなことから保存を破る。 → 24-02

帯の位相電荷

帯のプラケットの角を $(-\pi, \pi]$ に縮めて足し 2π で割った整数。巻き付きのたびに一つ変わる。四次元の位相電荷と同じものだとは主張しない。 → 24-02

生の率と静的な揺らぎ

帯の位相電荷の緩和の率を、巻き付きの出来事の率（力学の量）と、一回の出来事で電荷がどれだけ動くかを測る静的な揺らぎ E（測度の量）の比に分けたもの（鎖の見立て）。 → 24-02

τ_{glob}

大域の量が一つ動く時間。C_P と $\max(\xi^2, \tau_{\mathrm{glob}})$ を比べる形は、二次元の帯の数の上の読みから置いた見立ての候補で、どの模型でも示していない。 → 24-02

二次元の試験台

二次元 CP^{N-1} 模型で、周期の箱の凍結と箱の局所の比を N を変えて比べたもの。比は格子の一辺 $L = 64$ を固定した自己相関の比で、24-03 の静的な比とは別の量。二次元の結果は四次元に何も含意しない。 → 24-02

24-03 緩和時間の仮定を直す二つの形 — 区画ごとの仮定と局所の仮定

時間で均した汎関数の代数 $\mathcal{D}$

一時刻の関数を台が有界な重みで時間に均したものを、滑らかな関数で組んだ試験関数の集まり。第 24 部の C_P はこの上の上限で定める。 → 24-03

窓

長さの物差し ℓ の c 倍の時間の区間 $[0, c\ell]$（空間も局所にした版では一辺 $c\ell$ の時空の箱）。ℓ は隙間で決めず外から与える（四次元では記帳の長さ）。 → 24-03

局所の Poincaré 定数 $C_P^{\mathrm{loc}}(c)$

重みの台が窓に入る試験関数だけの上で取った $\mathrm{Var}\,/\mathcal{E}$ の上限。c について増え、$c \to \infty$ で仮定なしに C_P に戻る。 → 24-03

局所の緩和時間の仮定（$(\xi^2)\!\uparrow_c^{\mathrm{loc}}$）

$C_P^{\mathrm{loc}}(c)$ が ℓ^2 と同じ冪で伸びる文と、その上の半分 $(\xi^2)\!\uparrow_c^{\mathrm{loc}}(K)$（$C_P^{\mathrm{loc}}(c)$ が ℓ^2 の K 倍以下）。一つの c を止めて述べるときだけ全体の緩和時間の仮定と違う中身を持つ。定義は連続時間・有限の空間格子・$T = \infty$・片側の橋の仮定の上で立つ。四次元の Wilson 測度の版はその写しで、無限体積の測度の存在は前提に置く。 → 24-03

比の形 K_{rel}

対象の測度の箱の局所の Poincaré 定数を、同じ格子・同じ箱・同じ目盛りの無質量の参照の値で割った比。「ある $K(c)$ で押さえる」形は、時空 4 次元・空間も局所にした箱では自

由場の計算で満たされて空虚なので、この比で述べる。 → 24-03

無質量の参照と Γ

参照は無限体積の無質量の自由場の箱の局所の Poincaré 定数 $C_P^{\mathrm{loc},0}(R)$ で、Γ はその係数 $C_P^{\mathrm{loc},0}(R)/R^2$。数は自由場の参照の読みで、対象の測度の数ではない。 → 24-03

ゲージ商の参照

ゲージ場の参照を、箱の全てのサイトのゲージ変換で不変な関数（可縮な箱ではプラケットの角の関数）の上で測ったもの。ゲージ固定の母数に依らないので、これを使う。 → 24-03

区画ごとの緩和時間の仮定（上界の仮定 sec）

物理の一辺を止めた箱で、位相電荷の区画の中の Poincaré 定数が記帳の長さの二乗で押さえられるという文。緩和時間の仮定の障害を区画の間の量に押し込むだけで、消しはしない。 → 24-03

区画と反射の形

滑らかにした位相電荷を正則値で切った区画と、その上に境界条件を課さない Dirichlet 形（壁で反射する Langevin の形）。区画の Poincaré 定数は区画が連結のときだけ有限。 → 24-03

区画の間の量 C_{trans}

区画の番号への条件つき期待値の分散と Dirichlet 形の比の上限。$C_{\mathrm{trans}} \le C_P \le \sup C_P^{\mathrm{sec}} + C_{\mathrm{trans}}$ と挟む。物理の読みは転位の率。 → 24-03

開いた箱と閉じた箱

境界の値を止めた条件つきの測度の箱（第 23 部の箱への帰着の命題の箱）が閉じた箱、境界を止めない周辺の箱（局所の緩和時間の仮定の箱）が開いた箱。 → 24-03

24-04 片側の橋は緩和時間の仮定のどの形を要るか

時刻に局所な族 $\mathcal{F}_1$

一つの時刻の関数を有界な重みで時間に積分した汎関数の族。片側の橋の仮定と正準の目盛りの上で、この族の上の $\mathrm{Var}\,/\mathcal{E}$ の上限はちょうど ξ^2。橋が使うのはこの部分だけ。 → 24-04

窓の因子 $\varphi(x)$

$1-(1-e^{-x})/x$。窓 T の比を $\kappa\xi^2\varphi(T/\xi) = \kappa T^2 g(mT)$ と書くときの括弧で、$\varphi(x)/x^2$ は狭義に減る（窓の因子の単調性の命題）。プラケットの角 φ_p とは別。 → 24-04

窓の中の上限の命題

重みの台を窓 $[0,T]$ に限った時刻に局所な族の上限を、超越方程式の根で閉じた形に書いた命題（片側の橋の仮定と正準の目盛りの上）。 → 24-04

局所の緩和時間の仮定の二つの形

絶対の形 $(\xi^2)\uparrow_c^{\mathrm{loc}}$（$C_P^{\mathrm{loc}}(c)$ が $K(c)\ell^2$ 以下）と比の形 $(\xi^2)\uparrow_c^{\mathrm{rel}}$（$K_{\mathrm{rel}}(c)$ が K 以下）。定数は $K(c) = K_{\mathrm{rel}}\,\Gamma\,c^2$ で対応する。 → 24-04

閾 K_*

$K_* = \kappa/(\lambda_W \Gamma)$。局所の励起のモーメントの仮定と無限体積の基底状態変換の恒等式の上で、比 K_{rel} がこれより小さければ隙間の下界が出る（仮定の上の代数）。値は参照の取り方で変わる。 → 24-04

局所の励起のモーメントの仮定

箱に台を持つ局所の観測量があって、それが作る励起のスペクトル測度のモーメント比が、無限体積の隙間 m_∞ の二乗に箱の大きさの補正 $\gamma/(c\ell)^2$ を足した値以下、という仮定。自由場では成り立つが、相互作用のある模型ではどれでも示していない。 → 24-04

帯 $[K_*, 1)$

比がこの範囲にある場について、局所の橋は何も言わない。質量のある自由場もこの帯に入る。帯の中で質量を見る別の議論があるかは未決。 → 24-04

色の一重項と二次のカオス

$SU(2)$ のゲージ不変量（色の一重項）には単位元のまわりの一次の項が無く、主項（$\beta \to \infty$）・三色の独立なガウスでは二次以上のカオスになる。そのため色の一重項の参照はゲージ商の値のちょうど半分。 → 24-04

巻き数の型の汎関数

円の上の自由な粒子の持ち上げた角の増分を重みで積分した汎関数のように、時刻に局所な族の外にある汎関数。上界の仮定が隙間より強い分はすべてこの族の外にある。 → 24-04

24-05 Hamiltonian 格子と真空の測度

真空の測度 ν

一つの時刻の真空の分布（基底状態の二乗 ψ_0^2 を密度とする分布）。ゲージ理論では関数をゲージ不変なものに限る。 → 24-05

基底状態変換

関数 F に $F\psi_0$ を対応させる等長写像。これで $(H - E_0)$ の二次形式が ν の Dirichlet 形の $\hbar^2/2$ 倍に移る。 → 24-05

隙間と真空の測度の命題

基底状態の仮定（論文の (A1)）のもとで、隙間は真空の測度の Poincaré 定数で $\Delta = \hbar^2/(2C_P(\nu))$ と書け、上限は ψ_1/ψ_0 で達成される。 → 24-05

三つの Poincaré 定数

経路の測度の C_P（隙間と片側の関係）・時刻に局所な族の上限（$\xi^2 = \hbar^2/\Delta^2$）・真空の測度の定数（$C_P(\nu) = \hbar^2/(2\Delta)$）。 → 24-05

Kogut–Susskind の格子

時間を連続に取り、空間だけを格子にしたゲージ理論のハミルトニアン（電場の項と磁場の項の和）。問題文の量はそのゲージ不変な部分空間の隙間そのもの。 → 24-05

frustration-free

ハミルトニアンを局所の項の和と見たとき、全ての局所の項の基底状態を同時に実現する状態があること。局所から大域への隙間の定理はこれを要る。 → 24-05

電場と磁場の分け方の frustration の命題

Kogut–Susskind の格子を電場の項と磁場の項に分けた和は frustration-free でない（$g > 0$・有限の空間格子）。そのため局所から大域への隙間の定理はこの分け方に当たらない。 → 24-05

Hamiltonian 極限

時間の格子間隔を先に 0 にする極限の順序。Wilson の等方な格子と同じ連続極限に行くことは仮定。 → 24-05

24-06 凸性の代わりに稀さで払う

凸性の天井

境界の無いコンパクトな多様体の上では、$\mathrm{Hess}\, V \geq -K\, g$ を満たすポテンシャルの振れ幅は $KD^2/2$ 以下（群の上の凸性の天井の補題）。$SU(2)$ では凸な測度は Haar の定数倍の範囲を出られず、弱結合で単位元に集まれない。 → 24-06

Bakry–Émery の曲率の下限 κ_{BE}

$\mathrm{Ric} + \mathrm{Hess}\, V \geq \kappa_{\mathrm{BE}} > 0$ の定数。これが成り立てば対数 Sobolev と $\mathrm{C_P} \leq 1/\kappa_{\mathrm{BE}}$ が出る（原典の言明の写し）。片側の橋の比べの定数 κ とは別の量。 → 24-06

繊維

粗い場を止めたときの、細かい揺らぎ（多くのリンクの積）の上の条件つきの測度の置き場。階層模型の帰納の凸性の仮定を、群の上で繊維の Bakry–Émery と読むのは見立て。 → 24-06

凸と非凸の場所の逆転

平らな ϕ^4 では凸でないのは小さな場、群の上では単位元から遠い半球（大きな場）。閉じた多様体の上では凸でない所が必ず在るが、そこにいる確率は小さい。 → 24-06

稀さの率 s

悪い集合 B が $\mu(B) \le e^{-s}$ を満たすときの指数。第 23 部の 23-09・23-10 で ℓ と書いた量で、第 24 部では ℓ を物差しに使うため字を替えた。 → 24-06

通貨（エントロピー）

Poincaré 不等式は出口の速さを測る通貨で、稀さを払えるのはエントロピーの通貨、という区別。稀さで払う段は対数 Sobolev の型の不等式を通る。 → 24-06

Holley–Stroock の摂動

有界な U で測度を e^{-U} 倍に変えると、Poincaré 定数は $e^{\operatorname{osc} U}$ 倍以下に変わる、という道具。費用は稀さでなく振れ幅の指数（この本では原典を確かめていない記憶の標準形）。 → 24-06

Lyapunov の条件

悪い集合から良い集合へ戻る漂流 $LW \le -aW + b\mathbf{1}_G$ と、良い集合の上の局所の Poincaré 不等式から、全体の Poincaré 定数を押さえる型。凸性は良い集合の上だけで使う。 → 24-06

場に依る定数

各尺度の凸性の仮定の定数を粗い場に依らせる方向（ただし一様に 1 未満）。一様に 1 未満を要する限り凸性の天井は越えない。 → 24-06

群の上の Polchinski 流

共分散の流れに沿った多重尺度の Bakry–Émery の条件を、群の上の熱核の畳み込みに写したもの。群の上の定式化は、探した範囲で見当たらない。 → 24-06

稀さで払う測度の類

良い集合の上では局所に凸・悪い集合は稀・悪い集合から戻る漂流・稀さはエントロピーの不等式を通してだけ払う、を規則にした測度の類の候補（見立て）。 → 24-06

劣臨界性

確率量子化の解の理論（正則性構造）の鍵の条件で、$d < 4$ のときに限り成り立つ。四次元はちょうど臨界。 → 24-06

24-07 四次元だからこそ

臨界次元

結合 g^2 がちょうど無次元になる次元。ヤン–ミルズでは四次元で、尺度を一段変えるごとの補正が冪で縮まず残る。 → 24-07

marginal

結合が無次元で、冪の数え方では強まりも弱まりもしない項。四次元の ϕ^4 もヤン–ミルズも marginal だが、流れの向きが逆。 → 24-07

赤外の漸近自由

結合が長い距離の側で 0 に近づくこと（四次元の ϕ^4）。ヤン–ミルズの漸近自由は短い距離の側で、向きが逆。 → 24-07

転位

格子間隔の大きさの小さなインスタントンが格子を通り抜けること。格子の上で滑らかにした位相電荷はこのときだけ変わる。 → 24-07・24-01

四段のハードル

第 23 部の四段（0+1 の二重井戸・四次元格子・連続極限と OS 公理・極限の質量ギャップ）ごとに、ハードル・既知の到達点・届くか・費用の種類を並べた表。届くかと費用は見立て。 → 24-07

難しさの三つの源

三段目の難しさの源：無次元の結合という源（全ての尺度が同じ重さで効く）、尺度をつなぐ展開の欠如（紫外と赤外をつなぐ展開が無い）、大域のゲージ固定の欠如（非可換のゲージ不変性。大域のゲージ固定が無く、大きな場を凸性で制御できない）。 → 24-07

紫外安定性（第 24 部での使い方）

有限体積の格子で、ブロックスピン変換を任意に多く繰り返した後も単位格子の上の有効作用が有界に留まること。三段目の既知の到達点として引く。 → 24-07・上の項

結合の窓

紫外の側の稀さの通貨（稀さの率は実効の結合に比例して閉じ込めの尺度で尽きる）と、強結合の側の曲率の通貨の間に残る、どちらも足りない範囲。根の二つ目 尺度をつなぐ展開の欠如の言い直し（見立て）。 → 24-07・24-06

双対超伝導（第 24 部での扱い）

単極子の凝縮で閉じ込めを説明する機構。凝縮は示されておらず射影はゲージの選び方に依るので、証明の道具にしない。 → 24-07・上の項

中心渦（第 24 部での扱い）

中心の元に値をとる渦が弦張力を担うという機構。根拠は格子の数値で、評価の不等式も極限の文も無いので、証明の道具にしない。 → 24-07・上の項

24-08 問いと、主張しないこと

規則の候補（六つと三つの組み合わせ）

既存の枠組みの仮定を一つ外し代わりの規則を置く体系の候補：尺度の公理化・ループの代数・保存量と区画・稀さで払う測度の類・漸近自由の公理・曲率の規則と、尺度の公理化の規則＋稀さの類の規則・保存量と区画の規則＋稀さの類の規則・ループの代数の規則＋保存量と区画の規則。全て候補で、無矛盾性も確かめていない。 → 24-08

問いの状態（済み・一部済み・未・新）

第 24 部の問いの表の状態の列。「済み」は本文がその問いに条件つきで答えたという意味、「新」はこの部の執筆で足した問い。 → 24-08

決着しても動かないもの

問いや規則の候補の各行に添えた列で、その問いが決着しても動かないものを書く。どの問いが決着しても、質量ギャップの問題は動かない。 → 24-08

11

同じ名で別の量

同じ字や同じ言葉が章によって別の量を指すことがあります。分野の慣習を引き継いでいるためで、章の冒頭で意味を宣言していますが、飛ばし読みでは見落とします。重いのは「隙間」で、三つの作用素の隙間が同じ語で呼ばれます。物理単位と格子単位の換算は次の一行です。

$$\Delta \;=\; \frac{m_{\mathrm{lat}}}{a}, \qquad \xi_{\mathrm{phys}} = a\,\xi_{\mathrm{lat}} \tag{10}$$

例：格子単位の隙間 m_{lat} を 0.5 に止めたまま a を 1 から 1/16 にすると、Δ は 0.5 から 8 に増えます。$m_{\mathrm{lat}} = 0.5a$ と a に比例させれば $\Delta = 0.5$ のまま保たれます。計算 連続極限で求めるのは後者です（23-01）。

表 3 同じ名で別の量

名	意味	どこで
β	格子の結合の逆数 $2N/g^2$／統計力学の逆温度 $1/k_BT$／β 関数 $\mu\,dg/d\mu$	5-01／2-08／4-04
Δ	質量ギャップ／ラプラシアン（格子では Δ_{lat}）	4-11／1-11
η	静的な異常次元 η_s（相関の冪）／動的な $\eta_{\mathrm{dyn}} = 2 - z$。必ず添字を付ける	18-05
b_0	一ループ係数。$\mu\,dg/d\mu = -b_0 g^3$ では $11N/(48\pi^2)$（式 (5)）／0-03 の表では $11C_A/(12\pi)$（$SU(2)$ で 0.5836）。結合の規格化が違う	4-06／0-03
C_P	真空の C_P：一つの時刻の真空の分布の Poincaré 定数（ハミルトニアンの隙間と同値）／経路の C_P：経路の測度の Poincaré 定数（Langevin の隙間の逆数・緩和時間の仮定が指すもの）／目盛りで測った経路の C_P：経路の C_P の正規化を名指したもの	23-01

名	意味	どこで
隙間（ギャップ）	ハミルトニアンの隙間（質量ギャップ）／転送行列の隙間（格子単位の質量 m）／Langevin 力学の隙間 λ_1	4-11／5-03／2-10
質量	質量ギャップ／粒子の質量（孤立した固有値）／作用の質量項の係数（裸の質量）	4-11／2-02
臨界	相関長が無限大になる点／確率偏微分方程式の「臨界」（尺度の勘定）／ひも理論の臨界次元	2-08／7-09／17-05

三つの隙間のうち問題文が求めるのは第一だけで、第二は、連続極限が在って (10) の比が収束すれば第一に移り（物理単位の隙間の言明、23-01）、第三は標本を作る力学の性質です。緩和時間の仮定は第三を第二と比べる文です（23-01）。

二本目の道・帯・紫外（第 15 部と第 25〜27 部）の言葉

移り変わりの帯（帯）

弱結合から強結合へ移る尺度 $L \sim 1/\Lambda$ の前後の区間。第 26 部の主語で、二本の道が同じ壁に着く場所。第 23・24 部の「窓」（A_W の窓・ħ の窓・時刻の窓）とは別物で、23-01 §05 の「帯の文」・23-09 の ℓ_帯・24-02 の「二次元の帯」・25-07 の「捩れた帯」も別の意味（26-00 表 0 に対照）。 → 26-00

捩れた T^2

't Hooft の捩れ $n_{12} = 1$ を入れた小さなトーラス。二本目の道が二つの方向を縮める器。 → 25-01

't Hooft の流束

区画 n_{34} と流束の自由エネルギー。真空の一意性・随伴の場のギャップ・(1,1) の区画に平坦な配位が無いこと。 → 25-01

分数インスタントン

位相電荷 ½ の自己双対の塊。作用 $4\pi^2/g^2$。希薄な気体の弦の張力を与える。 → 25-02

容器

枠を止めた領域 $D \times T^2$。容器の恒等式（Mack–Petkova）で、枠を条件づけると独立になる。 → 25-03

区画の和のアンサンブル・偏り θ・挿入比 ρ

区画の和で定めたアンサンブルと、区画の偏り $\theta(R;T^2\_L)$（25-01 の (4)）、渦の挿入比 ρ。区画に向きを合わせた対合で駆動する。θ は 23-09 の閾 θ_B・θ_σ や真空角 θ とは別の量（26-00 表 0）。 → 25-05

板の閉じ込めの定理

格子間隔と T^2 を固定すれば全ての β で面積則が成り立つという定理。連続極限では張力の下界が 0 になる。 → 25-04

枠の減相関

枠を固定した上での相関の減り方。横広げの不等式（強い形・弱い形）と合わせて、一つの不等式への還元の条件になる。 → 26-02

横広げの不等式（強い形・弱い形）

横に広げたときの偏りを押さえる不等式。強い形と弱い形で、還元の定理の結論が変わる。 → 26-02

一様な板の張力・一様な板のギャップ

帯を L を固定したときの密度 κ_cb に集約したあとに残る二つの量。帯はこの二つに集約される。 → 26-05

繰り込みの比較・β 単調性

帯 ＝ β 単調性＋繰り込みの比較。群を区別する比較で、26-06 だけが略号を使う。 → 26-06

κ_cb（チェス盤の密度）

L を固定したときの枠の減相関の密度。第 23 部の κ・片側の橋の κ・κ_BE などとは別（対照表は A-01 §09）。 → 26-05

拡散型緩和時間の仮定

緩和の時間が相関長の二乗の冪で伸びるという仮定。短い名は緩和時間の仮定、上側は上界の仮定、下側は下界の仮定。Lean の識別子と論文の中の名は変えていない。 → A-06

一段で閉じる類

繰り込みの一段を施しても同じ形（同じ母数の族）に戻る、有効作用の類。紫外の制御は、この類が段を越えて閉じるかという問い。15-03 ではこれを類が閉じる条件と書き、紫外の壁の分解の前半に置く。一リンクの熱核の類は母数一つで閉じる最小の例。 → 15-03・15-04

損の望遠鏡和

類が母数一つで閉じると、段ごとの損が掛け算で積もらず、母数の差の和（望遠鏡和）として打ち消し合うこと。一リンクの熱核の類が最小の例。 → 26-11

重みの性質（四つ）

多重尺度の解析で一段の重みに求める四つの性質（原典の言い方の整理）。群に値をとる場では一段で閉じる性質が無い。場の和の劣乗性（BBS の (ii)）の群版が背景と揺らぎの分解の補題。 → 26-11

紫外の壁の分解（類が閉じる条件・結合の流れの剰余の条件・形の剰余の条件・実効の結合の定義と連続性）

紫外の制御を、有限個の母数で閉じる類・流れの剰余・形の剰余・定義域の中の連続性の四つに割った言明〔仮〕。帯の分解（β 単調性 × 繰り込みの比較、26-06）との対比は 15-03 §06。この部の問いは 15-09 の表 1 に在る。 → 15-03

揺らぎの期待値の閉じの群版（揺らぎの指数積率の群版）と測度の背景依存 η_k

Balaban–Brydges–Slawny の重みの四性質のうち、揺らぎの期待値の閉じ（BBS の (iii)）と四つ目の性質を群に値をとる場で言い直した言明〔仮〕。一リンクの熱核の積では Haar 測度の不変性から立つ。難所は段ごとの測度の背景依存 η で、素朴な見積もりでは Σ η_k が発散し、母数への吸収が要る（15-07）。 → 15-07・15-01

不変な曲線・横の縮み λ・源 σ

不変な曲線：繰り込みの一段の写像で自分自身に写る、母数一つで番号づけた重みの族。熱核の族はその近似（15-04・15-06）。**横の縮み**（λ）：不変な曲線から外れた重みの外れが一段で掛けられる倍率。λ<1 なら外れは段数に一様に押さえられる（15-03・15-05）。**源**（σ）：一段ごとに新しく注がれる、類から外れる項（例：粗い一枚の θ^4 の係数）（15-04・15-05）。 → 15-04・15-05・15-03

束の網

粗い一枚の角を固定した最小作用の可換な配位を、プラケットの角の比 f として求める網。自由境界の三次元では抵抗の網の電流。$\beta'/\beta = \Sigma f^2$、横の縮み $\lambda = \Sigma f^4/\Sigma f^2$、不等式 $1/(64\Sigma f^2) \le \lambda \le \max f^2$。 → 15-05

ループの形ごとの結合

揺らぎを積分した重みを、単独のループ・合成のループなどの類の角の二次形式で書いたときの係数。母数を数える座標。一列四枚の二次の水準で β と比 κ_ab/κ_a の二つが要り、熱核では群の曲がりの分 2/(3β) が出る。 → 15-06

引き込む先の類

一段の写像が形の座標を縮めるとき、族が近づいていく「母数一つ＋固定された O(1/B) の形」の類。前因子の冪の流れの固定点から定まる。 → 15-06

局所結合のずらし

揺らぎの測度が背景に依る分 η を、背景で決まる局所の結合 b_p(W) の変化として読む見方（案）。多段の帰納はまだ書けていない。 → 15-07・15-08

小さい場の結合への寄与の割り方

小さな場の一段の剰余を、局所の部分・Taylor の切り捨て・小さな場の切り・ブロック間の二次の陽な項に割る見方。前の三つは平らな場の原典と同じ形。 → 15-08 §06

零和の系

ブロックが一つしか無く、ブロック間の二次の陽な項が消える系（一列四枚・階層模型）。→ 15-08 §06

一列四枚の形の剰余の定理

一列四枚の射影の模型で、形の剰余の一段の定数を数で与え、段数に依らない上界にした形。→ 15-06 §09

局所の代表

im D_c の上で F と一致し、体積に一様に押さえられる代表。基点が行とともに動く軸の錐で作る（束の網の定理（局所の形））。→ 15-05

一リンクの熱核比較の補題

Wilson の一リンク法則を、角の上限の内側で熱核の定数倍、外側を稀な尾で押さえる比較。→ 15-07 §05

群の幾何の部分（BCH の三次）

背景の微分のうち SU(2) にだけ残り、形の座標に依らない部分。係数は二リンクの Gauss の主項で 1/9。→ 15-07 §07

背景の変化の予算

各段の背景の変化の幅と結合の積の和。閾をどう選んでも発散する。→ 15-07 §07

背景の写像の非局所性

ブロックの拘束で作った背景が細かい変数を非局所に動かすこと。細かい背景について局所な一ループの式が、粗い変数では非局所の O(1) の項に見える。→ 15-08 §06

尾の型

(1−Loc)W の重みの距離への減り方（平ら・指数・冪）。粗い変数の定義（細かい変数が粗い変数の間をどう跨ぐか）で決まる。→ 15-08 §06

粗いリンク＋大域の札

Bianchi の拘束を粗い変数に昇格させた粗いリンクの座標に、トーラスを貫く束・中心の Z_2 の磁束などの有限個の大域の量を札として足した座標。→ 15-08 §06

二つのゲージの一致

一段・一ループ・臨界点の背景で、木のゲージと背景共変ゲージの一ループの有効作用が等しいこと（式 (5)）。→ 15-08 §05

中心の取り直しの代償と、中心の取り直しの条件

一リンクの条件つきの最大点を背景に取り直すときの Taylor の半径の損（約 4 倍）と結合の動き。 → 15-07 §05

背景を母数に持つ類の命題

背景のホロノミーの対数 a を類の母数に持たせた類で、背景依存の残りが一段下がり予算が段数に一様になる、という案。 → 15-07 §06

面の一段

粗い変数が一つのループの一段。a の更新は群の順序つきの積で正確。 → 15-07 §07

角の三重積

立方体の角に集まる三面の $\kappa\,\Sigma\, a\_x\cdot(a\_y \times a\_z)$。多ループの類の最初の非可換な座標。 → 15-07 §07

行の重みつきの補間

行をその ℓ^1 ノルムで重みづけた Riesz–Thorin（Stein の解析族）。四次元の ℓ^4 の錐の倍率を 0.823 以下にした。 → 15-05 §07

比の座標

類の結合 B で割った隣・斜めの隣・三次・四次の係数。流れの固定点で値が決まり、独立な母数ではない。 → 15-03 §02・15-07 §07

斜めの隣

頂点を共有しない一辺ずれた面の対の二次の結合。四次元で類に要り、符号と非零は規則に依らず値は依る。 → 15-07 §07

規格 (a)

錐の定数を長波長の結合 β'_0 で割る形の座標。向きごとの規格 λ は縮みの量でない。 → 15-05 §07

辺の和／横の平均のブロック化

粗い辺を細かい二本の和とする規則と、ゲージに共変な横の staple の平均とする規則。後者で共分散の流れが固定点に向かう。 → 15-05 §07

W の再帰

非局所の項の一段の再帰。一列では「縮む像＋段に依らない新しい項＋指数の三体の尾」。 → 15-08 §06

比べる相手を固定した一段の不等式の案

MK の一段の像の弦の張力が本当の粗い理論を超えない、という一段の不等式。有限の箱では閾 1。 → 15-04 §05

家（道具の）

道具の定義と既知の結果を最初に置いた章。本書の検討が使う道具ごとの家と札は 16-10 表 1。 → 16-10

止まった所（道具の）

その道具が本書の検討のどこまで届き、どこで止まっているか（16-10 表 1 の第三列）。 → 16-10

見（札）

第 24 部だけで使う札。「読」と同じ水準で、物理の見立て（五つの札の「物理」）に当たる。凡例は 0-01 §03。 → 0-01 §03

芯の二分け

帯の芯を「紫外の延長」と「強結合への最後の区間の言明」の二つの仕事に分けて見ること。 → 16-11 §01

紫外の延長

公開された構成の制御を、段ごとの誤差の和を有限に保ったまま、閾から結合が数の程度の値 β_{*} まで延ばす仕事。 → 16-11 §01

強結合への最後の区間の言明

β_{*} から強結合の窓までの、少ない段数の非摂動の言明（26-06 の「有限の段数で帯を渡る系」とは別）。 → 16-11 §01

損失のある鎖

段ごとに K 倍の損失を許す繰り込みの比較を、段数ぶんつないだもの。率は一様だが前の因子が $\xi^{\log_2 K}$ で育つ。 → 16-11 §02

前の因子

評価の右辺で、指数の前に掛かる因子。損失のある鎖では $K^{k_0}=\xi^{\log_2 K}$。 → 16-11 §02

エネルギーの側の事実

配位の作用についての事実（捩れた真空の存在、固定群 ± 1、二つの捩れの箱の作用が正、S_N の上下）。 → 16-11 §03

エントロピーの側の不足

帯に要る、渦の揺らぎと配置の数を尺度に一様に下から数える評価が、本書に無いこと。 → 16-11 §03

物理の大きさの箱の混合の言明

箱の辺を物理の長さ C/Λ に取ると、枠を替えたときの内側のゲージ不変な観測量の法則の全変動が閾より小さい（β に一様に）。強い形の質量ギャップの言い換え。 → 16-11 §04

七つの試験の相手

帯の議論を試す相手：U(1) の弱結合・Z_2 の弱結合・有限の非可換群・随伴 Higgs の極限・SU(2) の混合作用の線と端点・SU(N) の体積転移・G_2。 → 16-11 §04・26-12 §02

値の水準の三分類

対称な箱・捩れ一つの量の弱結合の振る舞い：U(1) は β に比例、凍った有限群は定数、SU(2) は (3/2) ln β の型。 → 16-11 §04

混合作用

Wilson の作用（基本表現の項）に随伴表現の項を足した格子の作用。 → 16-11 §04・26-12

臨界の端点

一次の転移の線が終わる点。 → 16-11 §04・26-12

凍った相

有限群のゲージ理論で、大きい β の側の、平坦な接続の近くに張り付いた相。

→ 16-11 §04・26-12

捩れた箱の連続極限の制御

測度で決まる量・捩れた（枠つきの）箱での、誤差の和が有限な尺度の比べ。 → 16-11 §06

ゲージ不変な観測量の法則の結合

ゲージ不変な関数の条件つきの法則を結ぶ作り方と、その上の有限の箱の判定。 → 16-11 §06

篩

帯の議論が別の模型でも同じに通ってしまわないかを試すこと、その相手の集まり。

→ 26-12 §01

閉じ込めの量／ギャップの量

篩の二つの向き：閉じ込めない相で偽になるべき量／閉じ込めないがギャップの在る相手で真であるべき量。 → 26-12 §01

最大トーラス

SU(2) の中の可換な部分群 $\{\mathrm{diag}(e^{i\phi}, e^{-i\phi})\}$。U(1) と同じ形。 → 26-12

随伴 Higgs

SU(2) の Wilson の作用に、各点の単位ベクトル（随伴表現）とリンクを結ぶ項を足した模型。とびの結合 J を無限大にした極限は、形式的には U(1) の Wilson の作用になる。

→ 26-12 §02

体積転移

格子の作用に由来する、温度に依らない（零温度の）転移。連続極限の物理ではなく、格子の上の現象。 → 26-12

中心の無い群

中心が自明な群（G_2 など）。中心の捩れ・渦で書いた量は、この群では定義されない。 → 26-12 §02

ヒステリシス

結合を上げる道と下げる道で量の値が食い違うこと（一次の転移の痕跡になりうる）。 → 26-12 §05

縦横比

捩れた箱の、渦の面の辺 M と横の面の辺 N の比 $r = M/N$。止めた比べと、横を止めて縦を延ばす量化とを分ける。 → 26-12 §05

項ごとの符号

面ごとに別の結合 β_p を置いたとき、ΔF が各 β_p について増えるか（$\partial \Delta F / \partial \beta_p$ の符号）を見る試し。 → 26-12 §05

平坦な接続（平らな配位）

全ての面のホロノミーが単位元（捩れが在るときは捩れの符号）に一致する配位。21-07 では「平らな配位」と呼ぶ。 → 16-11 §04・26-12

対象・確かな定理・前提（第 19〜22 部・第 28 部と第 15 部の後半）の言葉

流束の自由エネルギー ΔF

$\Delta F = \ln(Z_0/Z_1)$。捩れ n_{34} を一枚入れたときの分配関数の比の対数。25-01 の語で、26-03 の渦の自由エネルギー F_V と同じ量。 → 19-02

渦の比 θ

$\theta_M = (Z_0 - Z_1)/(Z_0 + Z_1) = \tanh(\Delta F/2)$。$|\theta_M| < 1$ は定義から出る。$\theta \geq 0$ は定義からは出ず、M が偶数のときの定理（21-06）。 → 19-02

基点の時刻

リンク $\ell = (x, \mu)$ の始点 x をリンクの基点と呼び、時間の向きのリンクでは基点 x の時刻（基点の時刻）をそのリンクの時刻とする。前提の木の「根」とは別の語。 → 19-01

正規化しない Wilson の測度 μ̃・正規化した Wilson の測度 μ

$\tilde{\mu}_{N,\beta}$ は重み $w_\beta(U)$ に Haar の測度の積を掛けた測度、$\mu_{N,\beta}$ はそれを分配関数で割った確率測度。$\tilde{\mu}_{N,\beta} = Z_N(\beta)\,\mu_{N,\beta}$。 → 19-01

二つの Wilson の測度の橋

強結合の側の測度（第 20 部）と渦の側の測度（第 21 部）が、M = N・捩れなしのとき、定義で与えた一対一の対応で写して等しいこと。Lean で示した同一視。 → 19-06

捩れの符号 n_{12}・n_{34}

't Hooft の捩れた境界条件を、面の重みの符号 $z_p \in \{+1, -1\}$ で入れる二つの指標。 → 19-02

捩れた真空

単位の四元数 i・j で作る、作用 0 の配位 V。 → 19-02

Polyakov ループ $P_b(t)$

横の位置 b と時刻 t を止め、向き 3 を一周する M 本のリンクの変数の積の実部。 → 19-02

渦の最小作用 $S_V(N, m)$・S_N

太い渦の床の指数に現れる数。縦 M = 2m の平面を一辺 m の四つの塊に分けて測る最小の作用。$0 \le S_N \le 2N^2$。$S_N > 0$ は 21-05 の定理。 → 19-02

正の側・鏡映の対

鏡の片側（正の側）のリンクだけに依る関数 F・G について、$\langle F, G\rangle = \int F(\Theta\omega)\,G(\omega)\,d\mu$。 → 19-03

再構成の器

Osterwalder–Schrader の再構成から、測度に依らない部分（対・並進・定数）を取り出した組。そこから Hilbert 空間・真空 Ω・転送の作用素 T を作る。 → 19-03

質量ギャップ（器の上の定義）

$\| T - P_\Omega \| \le e^{-m}$。格子間隔を止めた定義で、連続極限の質量ギャップの定義ではない。 → 19-03

非退化（二つの使い方）

器の非退化は、真空の外に状態が在ること（20-04）。示すべき言明の非退化は、粗い場が小さい場に留まること（19-07）。 → 20-04

ブロック写像 B

細かい格子の配位から粗い格子の配位を、道の族に沿った積・重み・平均・群へ戻す操作で作る写像。 → 19-04

道の核 C

U が単位元に近いときのブロック写像 B の一次の部分。 → 19-04

押し出した測度（押し出しの測度）

$(B_*\mu)(E) = \mu(B^{-1}(E))$。細かい格子の測度をブロック写像で粗い格子へ移した測度。 → 19-04

Wilson–Dirac の作用素・フェルミオンつきの測度

Wilson–Dirac の作用素の行列式を重みにしたゲージ場の測度。本の主の対象（純粋なゲージ理論）の外の寄り道。 → 19-05

筒の関数

有限個のリンクの集合 S の値だけで決まる関数（台 S）。 → 20-03

Dobrushin の条件

一本のリンクが周りのリンクから受ける影響を係数で測り、その和が 1 より小さいこと。無限体積の極限を一つに決める条件。 → 20-03

強結合の窓

第 20 部の定理が成り立つ β の範囲（$18\tanh|\beta| < 1$ と $24(1 - e^{-4|\beta|}) < 1$）。連続極限が要る弱結合とは反対の端。 → 20-02

符号の系・符号の指標

有限群 G（格子ではリンクごとの符号の場）の上の乗法的な関数（符号の指標）で書いた、格子を忘れた抽象の系。 → 21-01

被覆の不等式

符号の系についての抽象の不等式。薄い渦の床の部品。 → 21-01

Z_2 の単調性

非負の結合で、結合を項ごとに増やすと捩れた比は増えず、流束の自由エネルギーは減らないこと。 → 21-01

床

渦の比 θ の上界。流束の自由エネルギー ΔF の下界で、板の張力の下からの評価。 → 21-02

薄い渦の床

$\theta \le \tanh(N^2|\beta|)^{M^2}$（全ての β・N・M・背景の捩れ、SU(2) の Wilson 測度）。N に一様ではない。 → 21-02

太い渦の床

θ の上界で、指数に渦の最小作用 S_N が現れるもの。閾 β_0・$M_0(\beta)$ は陽でない。 → 21-03

一段の縮み

自由場の一段の記号についての不等式 $\boxtimes P \preccurlyeq (3/5)P$。 → 15-12

冠 h(r)

単位元のまわりの開いた冠 $\{U \in SU(2) : |U - 1| < r\}$ と、その Haar の体積 $h(r)$。 → 22-01

示すべき言明（根）

第 19 部で定義した対象だけで書いた六つの言明：合わせ・全列の収束・非退化・同程度連続・質量ギャップ（一様な減衰）・帯。 → 19-07

合わせ

裸の結合の列 β_n の決め方。格子間隔を目盛るための調整を、定義された対象だけで書いた規則。 → 19-07

全列の収束

合わせで決めた列について、部分列を取らずに押し出しの測度が収束すること。 → 19-07

同程度連続

観測量が、箱の中の物理の位置について一様に連続であること。 → 19-07

十分条件・表現

十分条件は、今の道で根を導くために置く前提。その多くは実効の結合・大きい場の活性・背景場・類（表現）を通した言明で、表現の量の多くはまだ格子から定義されていない。 → 28-00

前提の札

前提の一覧の欄：定理・定理（弱い形）・紙・形は確定・未証明・形が未定・設計に依る・文献。本文の札（初・典・機・読・仮）とは別。 → 28-00

理由の記号 (a)〜(f)

形が未定の前提に付ける理由：軽すぎる・強すぎる・対象が未定義・数値の兆し・段を跨ぐ形が無い・量化の順が未定。 → 28-00

設計の選び

ブロック写像の重み・倍率・閾、ノルムや背景など、数学の側から一つに決まらず、こちらが選んで固定するもの。 → 28-05

含意（第 28 部での使い方）

仮定を全て見せた条件つきの定理。 → 28-01

歪積

結合の方向は縮まず、無関係な方向だけが縮み、二つが互いに影響する形の一段の写像。→ 28-02

終点の合わせ

粗い端の値が目標になるように、段の数ごとに裸の値を選ぶこと。全列の収束は縮みだけからは出ず、これが言明の一部になる。→ 28-02

張力の倍化の不等式

ある $\delta_0 > 0$・N_1 で $4\sigma_{2N} \geq e^{\delta_0}\sigma_N$（$N \geq N_1$）の形の前提。→ 28-04

寄り道：「次元」という語の四つの使い方

飛ばしてよい。「次元」には四つの意味があります。(一) 時空の次元 d（空間だけなら D。ひも理論の章では文献に合わせ D を時空の次元に使う、17-05）。(二) 量の物理の次元（質量の何乗か）。「次元転移」はこちら（4-07）。(三) 線形空間の次元（$\mathfrak{su}(N)$ は N^2-1）。(四) 異常次元 η_s。「次元正則化」は (一) を複素数に延ばす技法です（4-05）。式 (7) と 四次元の記事 の四は、どちらも (一) です。

この章が言えている範囲

言えていること	言えていないこと
各項はリンク先の章の定義を縮めたもの。	定理の仮定（次元・群・規格化）を省いた項がある。正確な言明はリンク先にだけある。
表 1 の数はこの端末で下書きから数えた値。	章の改訂で動く。重要さの指標ではない。
第 17 部の項は物理の描像・予想として書いた。	四次元のヤン–ミルズで定理として成り立つとは言っていない。
第 23 部の項は、本書の検討が置いた仮定の名前と中身。	どれも証明されていない。連続の理論の質量ギャップについて、この本は何も示していない（本書の Lean の質量ギャップは強結合の格子の言明）。

出典と再現

もの	種別	出典・道具
各項の意味	要約	本書の各章（リンク先）。一次資料の書誌は各章の出典表と A-03
記号の約束（β・tr の規格化・ゲージ場の二つの書き方）	本書の規約	A-01 記号表

もの	種別	出典・道具
表 1（言葉の出る章の数）	計算	python3：付録を除く 105 章の下書きから script・style・全体目次・meta 行・head を除いてタグを外し、語の出現を数えた（`term_counts.py`）
表 2・図 2（e^{-mt} と $\xi = 1/m$）・式 (10) の例	計算	python3（`gap_corr.py`）。式 (4) は 4-11 の既知の関係
式 (5) の $b_0 = 11N/3$	既知	4-06 の出典：D. J. Gross, F. Wilczek, PRL 30 (1973) 1343。H. D. Politzer, PRL 30 (1973) 1346（どちらも書誌のみ。各章の出典表による）
強結合展開の項（面積則と正のギャップ）	既知	5-02 の出典：K. Osterwalder, E. Seiler, Ann. Phys. 110 (1978) 440（要旨のみ。各章の出典表による）
式 (8) の Lüscher 項	物理（有効弦の仮定の下）	17-03 の出典：M. Lüscher, NPB 180 (1981) 317（書誌のみ。各章の出典表による）
式 (9) の例の $m/\sqrt{\sigma} = 3.837$	計算（一次資料の値の比）	17-12：B. Lucini, M. Teper, JHEP 0106 (2001) 050, arXiv:hep-lat/0103027 表 1（$\beta = 2.60$・24^4、$a\sqrt{\sigma} = 0.13395(62)$・$am = 0.514(8)$）。3.837 = 0.514/0.13395

次に読む章：A-03 文献案内 — 各章の一次資料・総説・教科書を、入手の状態つきで。

文献案内 — 何から読み、どこで手に入り、本書がどこまで読んだか

この章は文献の案内です。

この章で分かること — 本書の各章が引く主な文献 52 件を、総説・教科書・一次資料の系統と年で並べたもの（ほかに、2026 年に公開された構成の三件を §07 に、個別の章の出典を一次資料で確かめた 18 件を表 3 に）。最初に読むとよい数本。それぞれが手に入る場所（arXiv・出版社・研究所や著者の公開・書籍）と、本書の章がその文献を本文まで読んだのか、要旨だけか、書誌だけか。

前提となる章 — なし。どこから引いてもよく、各文献の中身はリンク先の章で読みます。用語は A-02 用語集、記号は A-01 記号表。

先に言うこと — これは網羅的な文献表ではありません。本書の章が引く文献は数百件あり、ここにはそのうち章をまたいで効くものを選んで載せます。「参照の程度」は各章の出典表の書き方を機械的に読み取った値で、文献の価値の評価ではありません。四次元の存在は 2026 年に公開された構成（§07）で、Lean で証明されている、と委員会が評価しました。質量ギャップは示されていません。本書は問題の解決を主張しません。

この章の順序

1. この案内の使い方 — 三つの種別と二つの状態。寄り道：書誌の読み方
2. 文献の地図 — 七十年を七つの系統に並べる（動く図）
3. 最初に読むもの：問題文と総説 — 問題の文と、現在地を書いた総説
4. 教科書と講義録 — 第 1 部・第 2 部の道具を深めるために
5. 物理の一次資料 — 1954 年の原論文から 1970 年代の骨格まで（と、後の数学・確率量子化の視点）
6. 格子と数値 — Wilson の格子と、グルーボールの測定
7. 構成的場の理論と確率 — 公理・四次元の紫外・二次元と三次元の確率的構成
8. 弦とホログラフィー — 物理の水準の模型

9. 本書の出典表を数える — どの文献が何章に出るか、どこまで読んだか（計算）
10. 入手と読み方の注意 — 版の違い・未査読・古い誌の探し方。章の出典を一次資料で確かめた書誌（表 3）

01

この案内の使い方

文献は三つの種別に分けます。**一次資料**は結果を最初に示した論文で、定理の正確な仮定と言明はここで確かめます。**総説**はある時点までの結果の見取り図で、どの一次資料を読むかの入口です。**教科書・講義録**は道具を順に身につけるためのものです。

状態は二つ付けます。一つ目は**入手**：arXiv（プレプリントの公開の置き場。無料）、出版社（誌の版だけ。図書館の契約が要ることが多い。無料で公開されているものは「出版社（公開）」）、研究所や著者が公開している PDF、書籍。誌に載ったことを本書の時点で確かめていないプレプリントには「未査読」の印を付けます。

二つ目は**本書での参照の程度**です。各章の「出典と再現」の表は、文献を本文まで読んだか、要旨だけか、書誌だけかを書いています。それを全章で集め、章ごとの程度の最大を取ります。

$$\mathrm{best}(r) = \max_{c \in C(r)} s(c, r), \qquad s \in \{\text{書誌のみ} < \text{要旨} < \text{本文}\} \tag{1}$$

ここで r は文献、$C(r)$ はそれを出典表で引く章の集まり、$s(c, r)$ は章 c の出典表から読み取った程度です。「本文」には、序論や一つの節だけを確かめた場合も含みます。たとえば Osterwalder–Seiler（1978）は 40 章が引き、そのうち 25 章が「書誌のみ」と書いています（§09）。

「書誌のみ」の文献に寄せた本書の主張は、本文を確かめた別の文献を経由しています。経由先は各章の出典表にあります。

寄り道：書誌の読み方

飛ばしてよい。物理と数学の論文の書誌は、たいてい「著者, 誌名 巻 (年) 最初の頁」の順に書きます。たとえば `Comm. Math. Phys. 102 (1985) 255` は、Communications in Mathematical Physics の第 102 巻、1985 年、255 頁から、という意味です。誌名は略記され、本書では `CMP`（Comm. Math. Phys.）、`PRL`（Phys. Rev. Lett.）、`NPB`（Nucl. Phys. B）がよく出ます。

arXiv の番号には二つの形があります。2007 年 3 月までは「分野/年月と通し番号」の形、2007 年 4 月からは「年月.通し番号」の形です。通し番号は 2014 年 12 月までが 4 桁、2015 年 1 月からが 5 桁です。

$$\underbrace{\texttt{hep-th/}}_{\text{分野}}\ \underbrace{\texttt{9711}}_{\text{1997年11月}}\ \underbrace{\texttt{200}}_{\text{番号}} \qquad\qquad \underbrace{\texttt{2204}}_{\text{2022年4月}}\ .\underbrace{\texttt{12737}}_{\text{番号}}$$

この章の表の「年」は、arXiv があればその投稿の年、なければ誌の年です（Shen–Zhu–Zhu は arXiv が 2022 年、誌が 2023 年）。Clay の問題文は発表の年（2000 年）です。

02

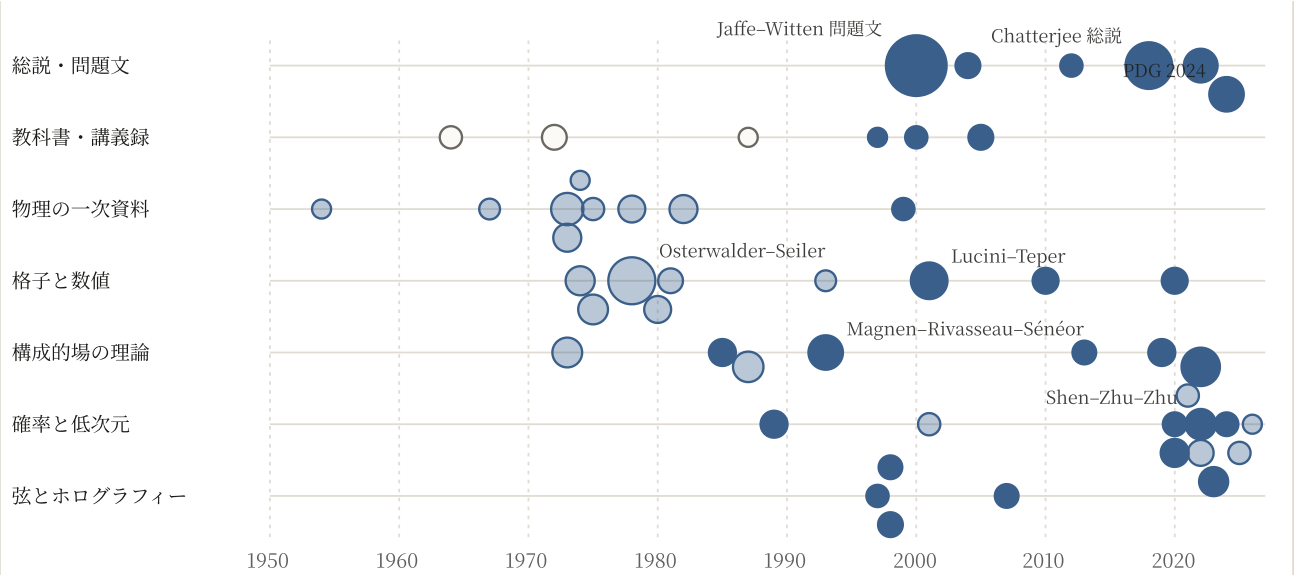
文献の地図

まず全体を一枚で見ます。横軸が年、縦が系統です。点の大きさは、その文献を引く章の数です。点の塗りは本書での参照の程度で、塗りつぶしが「本文」、薄い塗りが「要旨」、白抜きが「書誌のみ」です。

物理の一次資料は 1954 年から 1970 年代に集まっています。四次元の構成に向かう仕事（Bałaban・Magnen–Rivasseau–Sénéor）は 1980 年代から 1990 年代の初めに集中しています。この系統の仕事は四次元の構成を完成させていません（7-07）。四次元の存在は、2026 年に公開された構成で、Lean で証明されている、と委員会が評価しました（§07 の公開された構成の表、6-00）。確率論の側からの仕事は 2018 年ごろから増えています。

年のつまみを動かすと、その年までに出た文献だけが濃く残ります。部のつまみを動かすと、その部の章が引く文献だけが濃くなります。点を押すと、系統と参照の程度と引いている部が下に出て、表の行（章へのリンクがある）へ飛べます。

図 1 文献の地図 — 年のつまみで「その年までの文献」、部のつまみで「その部が引く文献」が浮かぶ。点を押すと系統・参照の程度・引く部が出る。



濃く出ている文献：52 件／52 件

計算 この図の数値（点の位置・大きさ・塗り・部ごとの引用）は、この端末で本書の出典表から数えた（出典と再現）。図と同じ内容は §03〜§08 の系統ごとの表にあり、図が動かない環境でも読めます。

03

最初に読むもの：問題文と総説

一本だけ読むなら、Clay 数学研究所の公式の問題文（Jaffe–Witten）です。問題が何を求めているか、なぜ四次元で難しいかを、作った側の言葉で書いています。本書では 0-03 で一語ずつ読みます。本書の章の中で最も多く引かれる文献でもあります。

問題文が求める性質の芯は、ハミルトニアン H のスペクトルの形です。真空のエネルギーを 0 としたとき、その上に正の隙間 Δ が空いていることを求めます。

$$\operatorname{spec}(H) \subset \{0\} \cup [\Delta, \infty), \qquad \Delta > 0 \tag{2}$$

この式の正確な読み方（真空の一意性・相関の減衰との関係）は 4-11 にあります。

二本目は Chatterjee の総説「Yang–Mills for probabilists」です。格子の上のヤン–ミルズ理論を確率論の言葉で定義し、何が示されていて何が開いているかを、問いの形（格子の相関長の問題・連続の弦張力の問題。Chatterjee の Problem 5.1・5.2）で並べています。本書の第 5 部・第 7 部の多くの章がこれを道しるべにしています。三本目には、二次元・三次元の確率的構成を追うなら Chevyrev、公理と構成の歴史なら Summers の総説です。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
2000	A. Jaffe, E. Witten（Clay 数学研究所の公式の問題文）	問題の公式の文と、その背景の解説	0-01 0-02 ほか 74	研究所の公開 PDF	本文

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
2004	M. R. Douglas, Report on the Status of the Yang–Mills Millenium Prize Problem（Clay 数学研究所への報告, 2004）	問題の発表から数年後の現状報告	0-02 4-07 ほか 4	Clay 数学研究所の公開 PDF（年次報告の書庫）	本文
2012	S. J. Summers, arXiv:1203.3991	構成的場の理論の歩みの総説	4-10 7-03 ほか 2	arXiv	本文
2018	S. Chatterjee, arXiv:1803.01950	確率論の読者に向けた総説。格子の定義・強結合の面積則・未解決の問い	0-01 0-02 ほか 37	arXiv	本文
2022	I. Chevyrev, J. Math. Phys. 63 (2022) 091101, arXiv:2202.13359	確率量子化からヤン–ミルズに近づく道の総説	0-02 0-04 ほか 14	arXiv	本文
2024	Particle Data Group（S. Navas et al.）, Phys. Rev. D 110 (2024) 030001（QCD の章ほか）	結合定数の走りなど、物理の標準の数値の参照先	0-02 0-03 ほか 15	出版社（公開）	本文

04

教科書と講義録

本書の第 1 部・第 2 部は、2 年生の知識から必要な道具を最小限に用意します。もう一段深く学びたいときの行き先がこの表です。群と表現なら Hall、多様体と接続なら Carroll、作用素とスペクトルなら Reed–Simon、場の量子論の計算なら Tong の講義録、公理と構成なら Streater–Wightman と Glimm–Jaffe です。

例を一つ挙げます。1-03 で使う Baker–Campbell–Hausdorff の式は、行列の指数関数の積が、交換子だけで書ける補正を受けることを言います。

$$e^{X}e^{Y} = \exp\Big(X + Y + \tfrac{1}{2}[X,Y] + \tfrac{1}{12}\big([X,[X,Y]] + [Y,[Y,X]]\big) + \cdots\Big) \tag{3}$$

本書は三次の項までを Hall の講義録で確かめています。単位元の近くでは、群の積がリー環の交換子だけで決まります。この式がその理由です（群そのものはリー環だけでは決まりません。1-03）。講義録の多くは著者の公開版があり、arXiv の番号を表に書きました。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1964	R. F. Streater, A. S. Wightman, PCT, Spin and Statistics and All That, Benjamin (1964)	Wightman の公理とその帰結	0-03 0-04 ほか 2	書籍	書誌のみ
1972	M. Reed, B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics I, Academic Press (1972)	作用素論と関数解析の教科書（全 4 巻）	1-03 1-10 ほか 4	書籍	書誌のみ

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1987	J. Glimm, A. Jaffe, Quantum Physics: A Functional Integral Point of View, 2nd ed., Springer (1987)	構成的場の理論の教科書	4-10 7-01	書籍	書誌のみ
1997	S. M. Carroll, arXiv:gr-qc/9712019	一般相対論の講義録。多様体・接続・曲率の入門	1-05 1-07	arXiv	本文
2000	B. C. Hall, arXiv:math-ph/0005032（増補版は Springer GTM 222, 2003）	リー群・リー環・表現の入門	1-02 1-03 ほか 2	arXiv	本文
2005	D. Tong の講義録（Gauge Theory・Statistical Field Theory・TASI Lectures on Solitons, arXiv:hep-th/0509216）	ゲージ理論・統計場の理論・ソリトンの講義録	3-05 4-04 ほか 4	著者の公開	本文

05

物理の一次資料

ヤン–ミルズ理論は、1954 年の Yang と Mills の論文で、アイソスピンの局所対称性から場を作る形で現れました。1960 年代にゲージ固定とゴーストの規則（Faddeev–Popov）が整い、1973 年に漸近自由が見つかります。結合が短い距離で弱まるという符号の発見です。

本書の記号（A-01 の式 (8)）で書くと、一ループの走りは次の形です。

$$\mu \frac{dg}{d\mu} = -b_0\, g^3 + \cdots, \qquad b_0 = \frac{11N}{48\pi^2} \tag{4}$$

$b_0 > 0$ なので、エネルギー μ を上げると g は小さくなります。既知 これは摂動の一ループの計算で、四次元の理論についての定理ではありません。物理 この符号が、ヤン–ミルズ理論が短い距離で意味を持つと期待される根拠です。中身の勘定（$11/3 = 4 - 1/3$）は 4-06 にあります。

この系統の多くは、本書の章では「要旨」か「書誌のみ」です。古い誌にあり公開の版が無いためで、式や数値は本文を確かめた総説（PDG・Tong・Chatterjee）で照合しています。

表には、1970 年代の骨格のあとに来る三本も入れました。Gribov（1978）はゲージ固定が一意に決まらないことを示しました。Uhlenbeck（1982）は、古典的なヤン–ミルズ場の特異点が取り除けることを示した幾何解析の数学の論文です。Baulieu–Zwanziger（1999）は、確率量子化を五次元の場の理論として見る視点です。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1954	C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. 96 (1954) 191	非可換ゲージ場の原論文	3-01 3-02	出版社	要旨

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1967	L. D. Faddeev, V. N. Popov, Phys. Lett. B 25 (1967) 29	ゲージ固定とゴーストの規則	4-03 4-08 ほか 1	出版社	要旨
1973	D. J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 1343	漸近自由：一ループの β 関数の符号が負になること	0-02 0-03 ほか 12	出版社	要旨
1973	H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 1346	漸近自由（Gross–Wilczek と同じ号に並ぶ独立の計算）	0-03 4-06 ほか 7	出版社	要旨
1974	G. ’t Hooft, Nucl. Phys. B 72 (1974) 461	色の数 N を大きくする展開。平面図形が支配すること	17-04 18-04	出版社	要旨
1975	A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. S. Schwartz, Yu. S. Tyupkin, Phys. Lett. B 59 (1975) 85	インスタントン解（自己双対で作用が有限な解）	1-12 3-03 ほか 2	出版社	要旨
1978	V. N. Gribov, Nucl. Phys. B 139 (1978) 1	ゲージ固定が一意に決まらないこと（Gribov のコピー）	3-04 4-01 ほか 6	出版社	要旨
1982	K. Uhlenbeck, Commun. Math. Phys. 83 (1982) 11	ヤン–ミルズ場の除去可能特異点	1-05 1-07 ほか 7	出版社	要旨
1999	L. Baulieu, D. Zwanziger, Nucl. Phys. B 581 (2000) 604, arXiv:hep-th/9909006	確率量子化を五次元の場の理論として見る	23-00 23-01 ほか 2	arXiv	本文

06

格子と数値

1974 年に Wilson は、時空を格子に置き換え、リンクに群の元を載せる定式化を出しました。これでヤン–ミルズ理論は有限個の変数の積分になり、計算機で測れるようになります。本書の記号では作用は次の形です（5-01）。

$$S_W(U) = \beta \sum_{P} \left(1 - \frac{1}{N} \operatorname{Re}\operatorname{tr} U_P \right), \qquad \beta = \frac{2N}{g^2} \tag{5}$$

和はすべての単位正方形（プラケット）P についてとり、U_P はその周りのリンクの積です。この定式化の数学的な土台（反射正値性と転送行列）を与えたのが Osterwalder–Seiler（1978）です。本書の章の中で、Jaffe–Witten・Chatterjee と並んで最も多く引かれます。

数値の側では、Creutz（1980）のモンテカルロ計算から始まり、Lucini–Teper（2001）や Athenodorou–Teper（2020・2021）がグルーボールの質量と弦張力の比を測っています。物理 これらは数値計算で支持された値で、定理ではありません。弦の揺らぎから出る補正（Lüscher 1981）は次の形です（17-03）。

$$V(R) = \sigma R + c_0 - \frac{\pi (d-2)}{24 R} + \cdots \tag{6}$$

四次元（$d = 4$）では最後の項は $-\pi/(12R)$ です。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1974	K. G. Wilson, Phys. Rev. D 10 (1974) 2445	格子ゲージ理論と Wilson ループ。強結合での閉じ込め	5-01 5-02 ほか 8	出版社	要旨
1975	S. Elitzur, Phys. Rev. D 12 (1975) 3978	局所ゲージ対称性は自発的に破れない（Elitzur の定理）	3-01 3-07 ほか 9	出版社	要旨
1978	K. Osterwalder, E. Seiler, Ann. Phys. 110 (1978) 440	格子ゲージ理論の反射正値性・転送行列・強結合	0-01 0-02 ほか 38	出版社	要旨
1980	M. Creutz, Phys. Rev. D 21 (1980) 2308	$SU(2)$ 格子ゲージ理論のモンテカルロ計算	4-06 5-02 ほか 6	出版社	要旨
1981	M. Lüscher, Nucl. Phys. B 180 (1981) 317（弦の揺らぎの項）	弦の揺らぎから出る普遍な補正項（有効弦）	2-02 5-08 ほか 4	出版社	要旨
1993	R. Sommer, Nucl. Phys. B 411 (1994) 839, arXiv:hep-lat/9310022	格子の尺度を決める長さ r_0 の導入	5-05 5-08 ほか 1	arXiv	要旨
2001	B. Lucini, M. Teper, JHEP 0106 (2001) 050, arXiv:hep-lat/0103027	$SU(N)$ の弦張力（離れた電荷の間の力の強さ）とグルーボール、大 N への外挿	5-02 5-08 ほか 18	arXiv	本文
2010	S. Schaefer, R. Sommer, F. Virotta, Nucl. Phys. B 845 (2011) 93, arXiv:1009.5228	格子計算の臨界減速（連続極限に近づくほど計算の更新が遅くなること）と、位相電荷（場のねじれを数える整数）の自己相関	5-07 23-01 ほか 5	arXiv	本文
2020	A. Athenodorou, M. Teper, JHEP 11 (2020) 172, arXiv:2007.06422；JHEP 12 (2021) 082, arXiv:2106.00364	グルーボールの質量スペクトルの格子計算	5-08 5-09 ほか 5	arXiv	本文

07

構成的場の理論と確率

質量ギャップの問題は「存在」と「隙間」の二段からなります。数学の側でこれに向かう文献は、三つの群に分かれます。公理の群、四次元の紫外の群、低次元と格子の上の確率論の群です。

公理：確率を量子力学に戻す

Osterwalder–Schrader の公理は、ユークリッド（虚時間）の相関関数から、ヒルベルト空間とハミルトニアンを組み立て直す条件です。中心にあるのは反射正値性で、時間を鏡に映した観測量 ΘF と元の F の積の期待値が負にならない、という条件です（4-10）。

$$\langle F, F \rangle := \mathbb{E}\big[\,\overline{\Theta F}\, F\,\big] \;\geq\; 0 \tag{7}$$

これが成り立てば、正の内積が作れ、時間の並進が e^{-sH}（$H \geq 0$）として現れます。式 (2) の H はここから来ます。

四次元の紫外：Bałaban と MRS

四次元の連続極限に最も近づいた仕事は、Bałaban の連作（1985 年の三次元の論文と、1987〜1989 年の四次元の論文。繰り込み群による格子ヤン–ミルズの紫外安定性）と、Magnen–Rivasseau–Sénéor（1993）の赤外切断つきの構成です。どちらも、本書が問題の文の意味で「完成」と読める段には届いていません。何が示されて何が残るかは 7-07 で読みます。

四次元の存在：公開された構成（2026）

2026-11-10 に、四次元のヤン–ミルズ理論の存在の構成を Lean 4 で書いたコードと、それを検査した委員会の評価書が公開されました。評価書の判定は、提出されたコードが、四次元の Wilson の格子ゲージ理論の尺度の極限として Wightman の公理を満たす理論が作れることを、任意の単純なコンパクト群について証明している、というものです。無限体積の極限の一意性と質量ギャップは示していない、とも書いています。この本は、その定理を「Lean で証明されている、と委員会が評価した」の水準で引きます。第二巻の第 6〜14 部がこの三件を一次資料として読みます。書き方は 6-00 の約束に従います（コードはリポジトリの根からの相対パス・宣言の名・行、評価書は節の番号）。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
2026	yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028（https://github.com/yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028、Apache-2.0）。2026-10-28 に提出された Lean 4 の源。本書が読んだ版は 3456e5e	四次元の純粋なヤン–ミルズ理論の存在の構成（格子・繰り込みの一段・多段の評価・無限体積・再構成）	6-00〜6-04・第 8〜14 部	GitHub（公開）	定義と言明（証明の中身は一部）
2026	委員会の評価書と検査：yang-mills-group/YM（https://github.com/yang-mills-group/YM）の docs/assessment-1.pdf（2026-11-10、35 頁）と submissions/openai-20261028/ の検査のコード。本書が読んだ版は 55ba9fc	構成の結果と問題文との比べ（第 I 部）、組み直し・核での再検査・公理の点検・Comparator による照合の記録（第 II 部）、五つの開いた問い	6-00・6-02・16-02 ほか	GitHub（公開）	本文
2026	委員会の第三の声明（Kavli Institute for Theoretical Physics の頁、2026-11-09）。署名：Michael R. Douglas、David J. Gross（委員長）、Arthur Jaffe、Igor R. Klebanov、Nikita Nekrasov	評価の結論の短い声明。委員の名は評価書の本文には無く、この声明の署名による	6-00	研究所の公開の頁	本文

公開された構成の三件（§07 の表）。表 1・図 1 の数え（52 件）には入れていません。

二次元・三次元と格子の上の確率論

既知 二次元ではヤン–ミルズ測度が構成されています（Driver 1989、Lévy 2001 ほか）。2020 年代には、測度を確率的な力学の平衡として作る道（確率量子化）が二次元・三次元で進んでいます。格子の上では、強結合での相関の指数減衰は Osterwalder–Seiler（1978）のクラスター展開から従い、Shen–Zhu–Zhu は確率解析の方法で、Poincaré 型の不等式と指数減衰を具体的な β の範囲で示しました 既知 。到達点と、四次元で止まる場所は 7-10 と 16-01 にあります。未査読のプレプリントは表で「未査読」と書きました。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1973	K. Osterwalder, R. Schrader, Comm. Math. Phys. 31 (1973) 83；42 (1975) 281	ユークリッドの公理と再構成定理（1975 年の第二部を含む）	0-03 0-04 ほか 9	出版社	要旨
1985	T. Bałaban, Comm. Math. Phys. 102 (1985) 255（三次元）	三次元の格子ヤン–ミルズの紫外安定性（短い距離の寄与を格子間隔によらず抑えること）	0-02 7-01 ほか 6	出版社	本文
1987	T. Bałaban, Comm. Math. Phys. 109 (1987) 249；122 (1989) 175；122 (1989) 355（四次元の連作, 1987〜1989）	繰り込み群による四次元の格子ヤン–ミルズの紫外安定性の連作	0-02 4-04 ほか 10	出版社	要旨
1993	J. Magnen, V. Rivasseau, R. Sénéor, Comm. Math. Phys. 155 (1993) 325	赤外切断（大きな距離の寄与を人為的に抑える操作）つきの四次元ヤン–ミルズの構成	0-02 0-03 ほか 15	出版社	本文
2013	M. Hairer, Invent. Math. 198 (2014) 269, arXiv:1303.5113	正則性構造の理論（ふつうの意味では解を持たない確率偏微分方程式に意味を与える枠組み）	1-11 7-03 ほか 3	arXiv	本文
2019	M. Aizenman, H. Duminil-Copin, Ann. of Math. 194 (2021) 163, arXiv:1912.07973	四次元の φ^4 と Ising の、スケーリング極限（格子間隔を 0 にする極限）の自明性	0-03 1-08 ほか 6	arXiv	本文

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1989	B. K. Driver, Comm. Math. Phys. 123 (1989) 575	平面の二次元ヤン–ミルズ測度	0-02 0-04 ほか 6	出版社	本文
2001	T. Lévy, Mem. AMS 166 no. 790 (2003), arXiv:math/0101239	コンパクトな曲面の上のヤン–ミルズ測度	0-02 7-01 ほか 2	arXiv	要旨
2020	A. Chandra, I. Chevyrev, M. Hairer, H. Shen, Publ. Math. IHÉS 136 (2022) 1, arXiv:2006.04987	二次元ヤン–ミルズ測度の Langevin 力学と状態空間	3-04 7-09 ほか 3	arXiv	本文

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
2020	S. Chatterjee, Comm. Math. Phys. 385 (2021) 1007, arXiv:2006.16229	閉じ込めの確率論的な機構（中心対称性）	5-10 17-01 ほか 7	arXiv	本文
2021	S. Cao, S. Chatterjee, Comm. Math. Phys. 405 (2024), arXiv:2111.12813	三次元ユークリッドのヤン–ミルズ理論の状態空間	7-06 7-11 ほか 2	arXiv	要旨
2022	A. Adhikari, S. Cao, Ann. Probab. 53 (2025) 140–174, arXiv:2202.10375	有限群の格子ゲージ理論の弱結合での相関の減衰	5-06 5-09 ほか 10	arXiv	本文
2022	A. Chandra, I. Chevyrev, M. Hairer, H. Shen, Invent. Math. 237 (2024) 541, arXiv:2201.03487	三次元ヤン–ミルズ–ヒッグスの確率量子化	4-05 7-06 ほか 5	arXiv	要旨
2022	H. Shen, R. Zhu, X. Zhu, Comm. Math. Phys. 400 (2023) 805, arXiv:2204.12737	強結合の格子ヤン–ミルズの確率解析（Poincaré・指数減衰）	4-11 5-01 ほか 21	arXiv	本文
2023	I. Chevyrev, H. Shen, Comm. Pure Appl. Math. (2026)（巻・頁は未確認）, arXiv:2302.12160	二次元の Langevin 力学の不変測度と普遍性	0-02 4-08 ほか 8	arXiv	本文
2024	S. Chatterjee, Prob. Math. Phys. 7 (2026) 339, arXiv:2401.10507	$SU(2)$ 格子ヤン–ミルズ–ヒッグスのスケーリング極限（格子間隔を 0 にする極限）	7-08 7-10 ほか 3	arXiv	本文
2025	S. Cao, R. Nissim, S. Sheffield, arXiv:2505.16585・arXiv:2509.04688	格子ヤン–ミルズの面積則の領域の拡大（2505.16585）と、その力学的な方法による証明（2509.04688）（未査読）	5-02 5-11 ほか 2	arXiv（未査読）	要旨
2026	I. Chevyrev, T. Klose, A. Mohamed, arXiv:2607.22236／R. Chhaibi ほか, arXiv:2607.24640	二次元ヤン–ミルズ測度の新しい構成法（未査読）	7-02 16-01	arXiv（未査読）	要旨

08

弦とホログラフィー

物理の側には、ヤン–ミルズ理論の閉じ込めとグルーボールの質量を、一次元多い重力の幾何で読む見方があります。Maldacena（1997 年の投稿）の提案した対応と、それを閉じ込めの模型に使った Witten（1998）が出発点です。Csáki–Ooguri–Oz–Terning は、この模型からグルーボールの質量の比を、ある固有値問題の解として出しました。

物理 これらは物理の水準の対応と模型で、数学の定理ではありません。純粋な四次元ヤン–ミルズ理論そのものに当てはまる形でも示されていません。何が模型の仮定で、四次元に戻す極限で何が起きるかは 17-08・17-09・17-10 で読みます。

年	文献	何が書いてあるか	本書の章	入手	参照
1997	J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. 2 (1998) 231, arXiv:hep-th/9711200	AdS/CFT 対応（ホログラフィー）の提案	17-05 17-08 ほか 2	arXiv	本文
1998	C. Csáki, H. Ooguri, Y. Oz, J. Terning, JHEP 9901 (1999) 017, arXiv:hep-th/9806021	超重力（重力の低エネルギーの理論）の計算からグルーボールの質量の比を出す	17-06 17-08 ほか 4	arXiv	本文
1998	E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. 2 (1998) 505, arXiv:hep-th/9803131	熱的な相転移と閉じ込めの、一次元多い幾何の模型	17-05 17-07 ほか 3	arXiv	本文
2007	U. Gürsoy, E. Kiritsis, F. Nitti, JHEP 0802 (2008) 019, arXiv:0707.1349	改良したホログラフィーの QCD の模型	5-08 17-01 ほか 3	arXiv	本文

09

本書の出典表を数える

本書の 110 章（この章を除く）の出典表には、合わせて 1035 行があります。そこに現れる arXiv の番号は 206 種類、「巻 (年) 頁」の形の書誌はおよそ 602 種類です（後者は数式の中の数の並びを拾うことがあり、概数です）。計算

各文献について、それを引く章の数と、章ごとの参照の程度を数えました。表 1 は引く章の多い順の上位 10 件です。「読み取れず」は、出典表の行に程度の書き込みが無かったか、語の照合で決められなかった章です。

表 1　本書の章が多く引く文献（各章の出典表の程度の内訳）

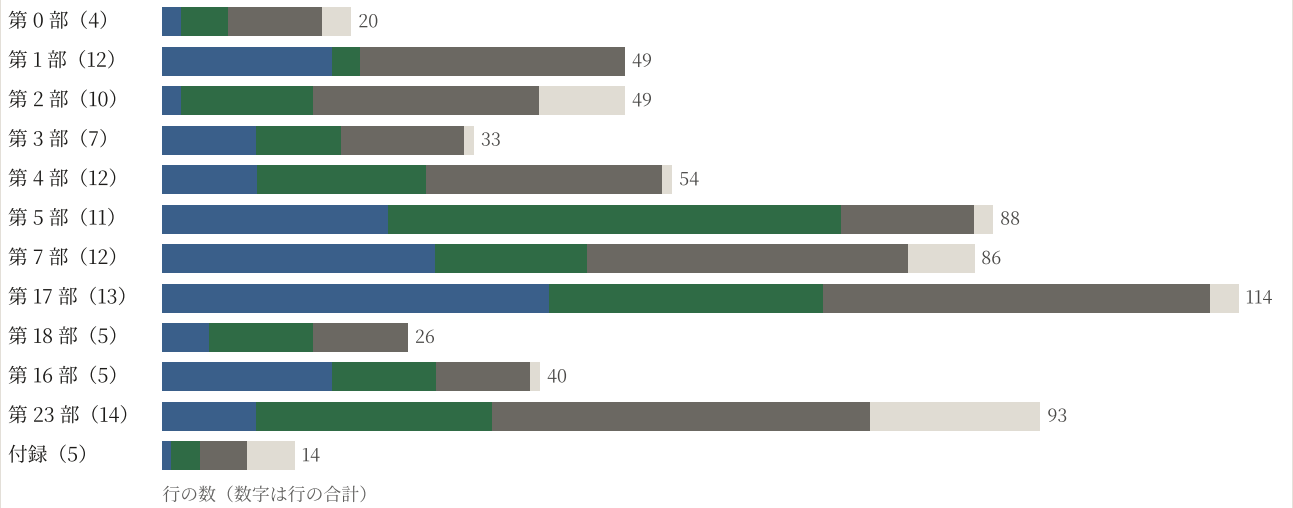
順	文献	引く章	本文	要旨	書誌のみ	読み取れず
1	Jaffe–Witten 問題文	76	61	4	2	9
2	Osterwalder–Seiler	40	0	15	25	0
3	Chatterjee 総説	39	27	4	2	6
4	Shen–Zhu–Zhu	23	6	12	1	4
5	Lucini–Teper	20	12	0	0	8
6	Magnen–Rivasseau–Sénéor	17	2	7	4	4
7	PDG 2024	17	8	1	1	7
8	Chevyrev 総説	16	11	1	1	3
9	Gross–Wilczek	14	0	2	12	0
10	Bałaban 四次元の連作	12	0	7	4	1

Osterwalder–Seiler は 40 章が引きますが、多くの章は要旨と、本文を確かめた総説（Chatterjee §4 など）を経由しています。Lucini–Teper は、20 章のうち 12 章が本文の表まで確かめたと書いています。

部ごとにも数えました。出典表の行のうち一次資料の書誌を含む行について、その行の程度を数えます。本文の割合は、次の比です。

$$\text{本文の割合} = \frac{\#\{\text{本文}\}}{\#\{\text{本文}\} + \#\{\text{要旨}\} + \#\{\text{書誌のみ}\} + \#\{\text{読み取れず}\}} \tag{8}$$

図 2 部ごとの参照の程度 — ボタンで「行の数」と「割合」を切り替える。



計算 この図の数値は、この端末で本書の出典表から数えた。下の表 2 が同じ数値です。

表 2　部ごとの、一次資料を含む出典表の行の程度

部	章	行	本文	要旨	書誌のみ	読み取れず	本文の割合
第 0 部	4	20	2	5	10	3	10%
第 1 部	12	49	18	3	28	0	37%
第 2 部	10	49	2	14	24	9	4%
第 3 部	7	33	10	9	13	1	30%
第 4 部	12	54	10	18	25	1	19%
第 5 部	11	88	24	48	14	2	27%
第 7 部	12	86	29	16	34	7	34%
第 17 部	13	114	41	29	41	3	36%
第 18 部	5	26	5	11	10	0	19%
第 16 部	5	40	18	11	10	1	45%
第 23 部	14	93	10	25	40	18	11%

部	章	行	本文	要旨	書誌のみ	読み取れず	本文の割合
付録	5	14	1	3	5	5	7%
計	110	666	170	192	254	50	26%

程度は出典表の語（「本文を確認」「要旨」「書誌のみ」など）で決めたので、書き方の揺れに左右されます。表 1 は、文献の名が現れる区切り（「／」「；」）の中の語を優先して読んでいます。

10

入手と読み方の注意

版の違い。arXiv の版と誌の版は、頁や定理の番号がずれることがあります。本書の章は、どちらの版で確かめたかを出典表に書いています。

掲載の状態。arXiv の目録の「journal-ref」は著者が書き込む欄で、巻と頁が空のことがあります。たとえば Chevyrev–Shen は目録に「Comm. Pure Appl. Math. (2026)」とだけあり、巻と頁は本書では未確認です。2025 年と 2026 年のプレプリント（Cao–Nissim–Sheffield、2026 年の二本）は、本書の時点で掲載を確認していません。未査読の結果は、査読を経た結果と同じ重さでは扱いません。

古い誌の探し方。1970〜80 年代の論文の多くは誌の版しかありません。書誌は INSPIRE（高エネルギー物理の文献の目録）や Crossref で確かめられます。Comm. Math. Phys. の古い巻は、Project Euclid に公開の版があるものがあります（たとえば Driver 1989、CMP 123）。それ以外は、大学の図書館を通すのが確かです。

章の出典を一次資料で確かめた書誌

§03〜§08 の表は、章をまたいで効く 52 件です。それとは別に、一つか二つの章の主張を支える文献のうち、書誌や本文を一次資料の目録（Crossref・INSPIRE・DML-CZ・Math-Net.Ru・出版社の頁）で確かめ直したものを表 3 に並べます。「確認の水準」は、その文献のどこまでを確かめたかです。図 1・表 1・表 2 の数には入れていません。

表 3　個別の章の出典で、確認の水準を確かめた書誌

年	文献	何に使うか	本書の章	確認の水準
2006	J. Carlson, A. Jaffe, A. Wiles 編, *The Millennium Prize Problems*, Clay Mathematics Institute／American Mathematical Society (2006)。Jaffe–Witten は pp. 129–152	問題文（Jaffe–Witten）を収めた書籍。序文に発表の日と場所（2000 年 5 月 24 日、Collège de France）	0-02	目次と序文を CMI 公開の PDF で、刊行年を AMS の書籍の頁で確認

年	文献	何に使うか	本書の章	確認の水準
1907	O. Perron, Math. Ann. 64 (1907) 248–263, DOI 10.1007/BF01449896	正の行列の最大の固有値は単純	5-03 17-13	書誌を Crossref で確認。本文は書誌のみ
1912	R. Jentzsch, "Über Integralgleichungen mit positivem Kern", J. reine angew. Math. 141 (1912) 235–244, DOI 10.1515/crll.1912.141.235	正の核の積分作用素の最大の固有値は単純（転送行列の基底状態の一意性）	2-07 5-03 ほか 3	書誌を Crossref で確認。本文は未読。主張は二次資料（arXiv:1910.01120）の引用で確認
1948	M. G. Krein, M. A. Rutman, Uspekhi Mat. Nauk 3:1(23) (1948) 3–95（英訳 AMS Translation 26, 1950）	錐を保つ作用素への一般化	5-03 7-01	書誌を Math-Net.Ru の索引で確認。本文は未読
1974	H. H. Schaefer, *Banach Lattices and Positive Operators*, Springer (1974) p. 337 の定理	コンパクト空間の上の正の核への Jentzsch の定理の一般化（有限の箱の連続で正の核はこの仮定に入る）	5-03 7-01 17-13	書誌のみ。主張は arXiv:1910.01120・arXiv:1501.06011 の引用で確認
1958	J. Feldman, Pacific J. Math. 8 (1958) 699–708	ガウス過程の二つの測度は同値か互いに特異かのどちらか	1-09	本文を確認（序論と定理）
1958	J. Hájek, Czechoslovak Math. J. 8 (1958) 610–618, DOI 10.21136/CMJ.1958.100333	同じ二択（Feldman と独立に）	1-09	書誌を DML-CZ で確認。ロシア語で本文は未読
2023	M. Schröfl, S. Floerchinger, Ann. Henri Poincaré 26 (2025) 3233–3319, arXiv:2307.15548	質量の違う自由場は $d \geq 4$ で互いに特異（Dirichlet・Neumann・周期・Robin の境界）、相対エントロピーが有限 $\Leftrightarrow d < 4$	1-09	本文を確認（§4.1・定理 3）
2002	H. Boschi-Filho, N. R. F. Braga, JHEP 0305 (2003) 009, arXiv:hep-th/0212207	AdS を切った硬い壁に Dirichlet 条件を置いてグルーボールの質量を出す	17-09	要旨を確認
2003	M. Kruczenski, D. Mateos, R. C. Myers, D. J. Winters, JHEP 0405 (2004) 041, arXiv:hep-th/0311270	D4 の模型の弦張力 (2.7)、$\sigma \propto g_{\mathrm{YM}}^2 N_c M_{\mathrm{KK}}^2$	17-09	本文を確認（式 (2.7)）
2005	H. Boschi-Filho, N. R. F. Braga, C. N. Ferreira, Phys. Rev. D 73 (2006) 106006, arXiv:hep-th/0512295	硬い壁の模型で静的なポテンシャルに線形の項が出る	17-09	本文を確認（(12)〜(16)）
2006	A. Karch, E. Katz, D. T. Son, M. A. Stephanov, Phys. Rev. D 74 (2006) 015005, arXiv:hep-ph/0602229	柔らかい壁の模型。中間子の質量の二乗が c に比例（(15)）	17-09	本文を確認（(15)）

年	文献	何に使うか	本書の章	確認の水準
2006	O. Andreev, V. I. Zakharov, Phys. Rev. D 74 (2006) 025023, arXiv:hep-ph/0604204	柔らかい壁の模型の弦張力（(19)、$g = R^2/\alpha'$）	17-09	本文を確認（(19)）
1981	D. Zwanziger, "Covariant quantization of gauge fields without Gribov ambiguity", Nucl. Phys. B 192 (1981) 259–269	確率的ゲージ固定（Parisi–Wu の確率量子化の平衡分布を、ゲージ条件を課さずに定める）	23-02	題・巻・頁・要旨を INSPIRE で確認。本文は未読
1990	C. Parrinello, G. Jona-Lasinio, Phys. Lett. B 251 (1990) 175–180	ゲージ軌道の上の重み付き平均で Gribov コピーを扱う、修正した Faddeev–Popov の式	23-02 23-13 ほか 1	題・巻・頁・要旨を INSPIRE で確認。本文は未読
1990	D. Zwanziger, "Quantization of gauge fields, classical gauge invariance and gluon confinement", Nucl. Phys. B 345 (1990) 461–471	大域的に正しいゲージ固定（23-02 が Parrinello–Jona-Lasinio と並べて引く）	23-02 23-13 ほか 1	題・巻・頁・要旨を INSPIRE で確認。本文は未読
2023	C. Chattopadhyay, J. Ott, T. Schäfer, V. Skokov, Phys. Rev. D 108 (2023) 074004, arXiv:2304.07279	保存する力学の動的指数 $z = \mathbf{3.972(2)}$ と予言 $z = 4 - \eta$	2-10	本文を確認。巻・論文番号は Crossref で確認
2025	R. Masaoka, T. Soejima, H. Watanabe, J. Stat. Phys. 192 (2025) 76, arXiv:2502.09908	二次元以上のイジングで $z \geq 2$（周期境界・$\beta \geq \beta_c$）	2-10	要旨を確認

Zwanziger の二本は別の論文です。1981 年の論文は確率量子化の中でのゲージ固定（確率的ゲージ固定）で、1990 年の論文は Parrinello–Jona-Lasinio と同じ年の、軌道の上の重み付き平均によるゲージ固定です。本書の第 23 部が「Parrinello–Jona-Lasinio・Zwanziger の方式」と呼ぶのは後者の 1990 年の二本で、23-02 の出典表は両方を挙げています。§07 の表の Cao–Nissim–Sheffield は、5-11 が arXiv:2509.04688 の Definition 1.4・Remark 1.5 まで確かめています。

章の著者と全体の著者。PDG のレビューは全体を Navas et al. と書き、その中の章（たとえば QCD の章）を引くときは章の著者の名で書きます。0-03 と 4-06 の書き方の違いはこの区別で、同じ版（2024）を指します。

札の意味は A-04、検証の手順は A-05、このサイトの論文は 論文の一覧 にあります。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
載せた 52 件の書誌（arXiv のあるものは arXiv の目録と照合）	本書が引くすべての文献の一覧（各章の出典表を見る）
各文献を引く章と、各章の出典表が書く参照の程度（語の照合による読み取り）	読み取りの完全な正しさ（書き方の揺れによる取り違えが残りうる）
一行の説明（本書の章と arXiv の題・要旨の範囲の要約）	各文献の定理の正確な仮定と言明（一次資料とリンク先の章で確かめる）
入手の場所の区別。2025〜2026 年のプレプリントが本書の時点で未査読であること	誌の版が無料で読めるか（時期と契約で変わる）。未査読の結果の正しさ
表 3 の 18 件の書誌と、各行に書いた確認の水準（Crossref・INSPIRE・DML-CZ・Math-Net.Ru・出版社の頁）	表 3 の「書誌のみ」「要旨」の文献の本文の中身
質量ギャップの問題が未解決であること	挙げた文献を合わせて、解決にどれだけ近いかの量的な評価

出典と再現

もの	種別	出典・道具
arXiv の番号のある文献の題・著者・初出の日付・journal-ref	既知	arXiv の目録（API の問い合わせ）で照合。この章では要旨の範囲まで。本文の照合は各章の出典表による
arXiv の番号の形式と切り替えの時期	既知	arXiv のヘルプ「Understanding the arXiv identifier」（本文を確認）
Clay の問題文の所在	既知	Clay 数学研究所の Yang–Mills のページ（公式の問題文へのリンクを確認）。中身は 0-03
Douglas の報告（2004）の所在	既知	Clay 数学研究所の年次報告の書庫の公開 PDF（題・著者・日付を確認）
表 3 の書誌と確認の水準	既知	Crossref・INSPIRE（Zwanziger 1981・1990、Parrinello–Jona-Lasinio 1990 の題・巻・頁・要旨）・DML-CZ・Math-Net.Ru・CMI 公開の PDF・AMS の書籍の頁で照合。本文を確認した行は各章（1-09・2-10・17-09）の出典表と同じ
arXiv の番号の無い文献の書誌	既知	各章の出典表の書誌を採った。この章では書誌のみ
式 (2)〜(7)	既知	4-11・1-03・A-01・5-01・17-03・4-10 の式の再掲。出典は各章の出典表
表 1・表 2・図 1・図 2・§09 の件数・表の「本書の章」「参照」の列	計算	python3：本書の各章の出典表を読み、文献ごとの正規表現で引く章を集め、語の照合で程度を決めた（`refs.py`・`figdata.py`・`gen.py`。各 1 秒未満）

次に読む章：A-04 Lean と機械検査 ― 本書の札のうち「Lean」が何を意味するか。

Lean と機械検査 — 札「Lean」が保証するのは前提から結論への矢印だけ

> この章は案内です。§02・§03・§04・§05・§08 は既存の知見です。

この章で分かること — Lean で「検査済み」とは何が確かめられたことか（命題は型・証明は項・信じるのはカーネル）。
証明の途中のゴールの読み方と、`sorry`・`native_decide`・公理の見つけ方（この端末で七つの小さなファイルを検査した結果つき）。
通っても言いたいことが言えていない四つの型、本書の札の決め方、読者が自分で検査し直す手順。

前提となる章 — なし。Lean を使ったことがなくても読めます。詳しい使い方はこのサイトの Lean の案内（十三ページ）にあり、この付録はその入口と、本書で札を読むための約束をまとめたものです。本書の Lean の定理の一覧は 23-13、札の凡例は 0-01。

先に言うこと — Lean の札は「前提から結論が論理的に従う」ことだけを保証し、前提が正しいこと・言明が意図した数学を言っていることは保証しません。本書の Lean の定理は実数の不等式や有限の和についての文が中心で、四次元のヤン–ミルズ理論の存在や質量ギャップを Lean で示したものはありません。四次元の存在は、2026 年に公開された別の構成の Lean で、証明されている、と委員会が評価しました（6-00）。質量ギャップは示されていません。

この章の順序

1. この付録の役割 — 本書の五つの札のうち Lean の札が何を指すか・案内のページとの分担
2. Lean を一枚で — 命題は型、証明はその型の項、信じるのはカーネルだけ・寄り道：命題と型の対応の呼び名
3. 一手ずつ見る — 証明の途中の「ゴール」と tactic（図 1・表 1）
4. 穴と公理 — `sorry` は警告だけで通る・`#print axioms` で見つける（表 2）・寄り道：実数を使うと三つの公理が出る
5. 通っても、言いたいことか — 定義・名前・空虚な真・仮定の四つの隙間

6. 本書の Lean の言明は何について語るか — 名前の付いた実数・「仮定なら結論」の型・在庫の無い数学
7. 札の決め方 — 一つの文に一つの札・鎖の強さは最も弱い段（図 2・表 5）
8. 自分で確かめる手順 — 検査の四段・版の記録・七つの問い（表 7）

01

この付録の役割 — 札「Lean」と案内のページ

本書の文には五種類の札が付きます（0-01 の凡例）。Lean ・紙 ・計算 ・既知 ・物理 です。このうち Lean の札は、最も強そうに見えて、最も誤読されやすい札です。

誤読の典型は「Lean で検査済み」を「正しいと確定した」と読むことです。Lean が確かめるのは、書かれた前提から書かれた結論が論理的に従うことです。前提が成り立つか、言明が意図した数学を言っているかは、Lean の外にあります。この付録はその境目を、実際に検査した小さな例で示します。

式で書くと、Lean の札が付いた文は次の形をしています。

$$\underbrace{P_1,\ P_2,\ \dots,\ P_k}_{\text{前提：Lean の外}} \quad \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{Lean の札}} \quad \underbrace{Q}_{\text{結論}} \tag{1}$$

札が保証するのは真ん中の矢印です。前提 P_i に、未証明の仮定（例えば 23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定）や、測った数値が入っていれば、結論 Q も同じだけ条件つきです。本書は Lean の定理名を出すとき、前提を同じ行に書きます。

C_P（Poincaré 定数、第 23 部）・m（質量）・ξ（相関長）は第 23 部の量ですが、この付録ではただの実数として読めば足ります。

例。「$m > 0$、$C_P = 1/m^2$ かつ $C_P \le K\xi^2$ なら $1 \le K(m\xi)^2$」は、両辺に m^2 を掛けるだけの文で、Lean で確かめられます（§03 でこの端末が実際に検査します）。しかし $C_P \le K\xi^2$ が四次元のヤン–ミルズ理論で成り立つかどうかは、この矢印とは関係がありません。それは仮定です。

この付録と、このサイトの Lean の案内（十三ページ）との分担は次の通りです。案内は Lean そのものの入門で、導入の手順・具体的な証明の組み立て・よくある罠を扱います。この付録は、本書を読むのに要る最小限と、本書が札をどう決めているかに絞ります。個々の定理の前提と既知との対応は 23-13 に一覧があります。

02

Lean を一枚で — 命題は型、証明は項、信じるのはカーネル

Lean はプログラミング言語でもあり、証明を確かめる道具でもあります。両方を一つの仕組みで行えるのは、**命題を型として、証明をその型の値（項）として扱う**からです。

プログラムでは「`3` は自然数の型 `Nat` の値だ」と書きます。Lean では同じ書き方で「`p` は命題 P の証明だ」と書きます。

$$3 : \texttt{Nat} \qquad\qquad p : P \tag{2}$$

右の式は「p は P という型を持つ」と読み、それが「p は P の証明である」の意味になります。型の検査は機械的にできるので、証明の検査も機械的になります。

前提つきの命題は、関数の型になります。「P_1 と P_2 なら Q」の証明は、P_1 の証明と P_2 の証明を受け取って Q の証明を返す関数です。

$$(h_1 : P_1) \to (h_2 : P_2) \to Q \tag{3}$$

式 (1) の矢印の正体がこれです。Lean の定理の宣言で、コロンの左に並ぶ引数（`(hm : 0 < m)` のような括弧）が前提で、コロンの右が結論です。**読むときに一番大事なのは、この括弧の列です**（案内の「仮定の一覧を作る」）。

例。この端末で検査した最小の例は次の一行です。

```
theorem pos_nat (n : Nat) (h : 0 < n) : 0 < n := h
```

前提 `h` がそのまま結論の証明になっています。中身の無い定理ですが、「前提を受け取って結論を返す関数」という形がよく見えます。

もう一つの柱は**カーネル**です。人が書く証明は、tactic（証明の一手を指示する命令。§03）を並べた台本で、それを Lean が式 (2) の形の項に展開します。最後にその項を、小さく保たれた検査部であるカーネルが型検査します。tactic に誤りがあっても、カーネルが通さない項は定理になりません。信じる対象をカーネル一つに絞ることが、機械検査の信頼の出所です（案内の「kernel と tactic」・検証の仕組み）。

寄り道：命題と型の対応の呼び名

飛ばしてよい。命題を型と、証明を項と見る対応は、一般に「カリー–ハワード対応」と呼ばれます。この見方では、論理の「ならば」が関数の型、「かつ」が組の型、「または」が二通りの値を持つ型に当た

ります。Lean の論理はこの対応の上に、依存型（型が値に依存してよい型。「長さ n のベクトル」のように）を持つ型理論で作られています。来歴と他の証明支援系との関係は 案内の「来歴」に譲ります。

03

一手ずつ見る — ゴールと tactic

Lean で証明を書くとき、画面には常に「いま示すべきこと」が出ています。これを**ゴール**と呼びます。ゴールは記号 ⊢ の右に書かれ、その上に使ってよい仮定が並びます。tactic を一つ打つたびに、仮定かゴールが書き換わり、ゴールが無くなれば証明は終わりです。

例として §01 の文を Lean で書いたものを使います。前提は三つ（変数の型を除く）です。23-13 の `hup_is_gap_positivity` と同じ言明で、変数の名前だけが違います。

$$m > 0, \quad C_P = \frac{1}{m^2}, \quad C_P \le K\xi^2 \implies 1 \le K(m\xi)^2 \tag{4}$$

紙の上では「C_P を代入し、$m^2 > 0$ を両辺に掛け、整理する」の三行です。Lean では四手になり、二手目の `have` は m^2 を掛けるための下ごしらえです。対応は、代入が段 1、掛けるのが段 2・3、整理が段 4 です。Lean では各手が何を書き換えたかが機械的に記録されます。図 1 の数値（ゴールの文面）は、この端末の Lean 4.33.1 が証明の途中で出した状態を、そのまま写したものです。

図 1 「次へ」で tactic を一つ進めると、そのあとのゴールが出る。前の状態から変わった行が色で示される

証明

```
theorem gap_from_bound (CP m K ξ : ℝ) (hm : 0 < m)
    (hCP : CP = 1 / m ^ 2) (hH : CP ≤ K * ξ ^ 2) :
    1 ≤ K * (m * ξ) ^ 2 := by
  rw [hCP] at hH
  have hm2 : 0 < m ^ 2 := by positivity
  rw [div_le_iff₀ hm2] at hH
  calc (1 : ℝ) ≤ K * ξ ^ 2 * m ^ 2 := hH
    _ = K * (m * ξ) ^ 2 := by ring
```

段 0 の後の状態

```
CP m K ξ : ℝ
hm : 0 < m
hCP : CP = 1 / m ^ 2
hH : CP ≤ K * ξ ^ 2
⊢ 1 ≤ K * (m * ξ) ^ 2
```

段 0／4　宣言の直後。前提が仮定として並び、ゴールは結論そのもの。

計算 この図の数値はこの端末で計算した（Lean 4.33.1 で `trace_state` を各手の後に挟んで検査し、出力をそのまま写した。図では `trace_state` の行を省く。段 4 の「No goals」は出力の写しではなく、エラー無しで終わったことで確かめた）。狭い画面では表 1 で同じ内容を読める。

表 1 は図 1 と同じ内容です。

表 1　式 (4) の証明の各手と、その後の状態 計算

段	打った tactic	何が変わったか
0	（宣言）	仮定 `hm : 0 < m`・`hCP : CP = 1 / m ^ 2`・`hH : CP ≤ K * ξ ^ 2`、ゴール `⊢ 1 ≤ K * (m * ξ) ^ 2`
1	`rw [hCP] at hH`	`hH` の中の `CP` が `1 / m ^ 2` に置き換わる
2	`have hm2 : 0 < m ^ 2 := by positivity`	仮定 `hm2 : 0 < m ^ 2` が増える（`positivity` は正であることを示す自動の手）
3	`rw [div_le_iff₀ hm2] at hH`	`hH` が `1 ≤ K * ξ ^ 2 * m ^ 2` に変わる（分母を払う Mathlib の補題）
4	`calc … := hH`、`_ = … := by ring`	ゴールが閉じる（`ring` は環の恒等式を示す自動の手）

読み方。段 3 で `hH` はゴールとほぼ同じ形になり、違いは積の並べ方だけです。最後の `ring` がその並べ替えを恒等式として確かめます。紙の三行が Lean の四手に、下ごしらえの一手を足しただけで対応していることが分かります。Lean での手の選び方の詳しい例は 案内の「証明の骨」にあります。

この例で Lean が確かめたのは代数だけです。C_P は Lean の中では名前の付いたただの実数で、それが Poincaré 定数であることは検査されていません。この点は §06 で本書の定理全体について見ます。

04

穴と公理 — `sorry` は警告だけで通る

証明の途中を飛ばす方法が Lean には二つ用意されています。一つは `sorry` で、「ここは後で埋める」という印です。もう一つは公理で、証明なしに真と宣言する文です。どちらも書けば定理は通ります。だから「通った」ことだけでは、穴が無いことは分かりません。

穴を見つける道具が `#print axioms` です。定理の名前を渡すと、その定理が（言明と証明をたどって）最終的にどの公理に依存しているかを並べます。`sorry` は内部で `sorryAx` という公理に置き換えられるので、ここに現れます。Lean の参照マニュアルは、検査の手順として「標準の三つの公理 `propext`・`Classical.choice`・`Quot.sound` だけが出ることを確かめよ」と書いています。本書の Lean の札の条件は、この形です。

$$\mathrm{axioms}(\text{定理}) \subseteq \{\texttt{propext},\ \texttt{Classical.choice},\ \texttt{Quot.sound}\} \tag{5}$$

三つの意味は、順に「同値な命題は等しい」「存在の証明から元を一つ取り出せる（選択公理）」「同値な元は商の中で等しい」です。商とは、同値関係で同じとみなす元をひとまとめにした集合（同値類の集合）のことで、例えば整数を 7 で割った余りの類がそうです。数学の普段の推論（排中律を含む）は、この三つで足ります。詳しくは 23-13 Lean の言明と機械検査の限界と 案内の「公理」に譲ります。

この端末で、七つの小さなファイルを検査しました。表 2 がその結果です。

表 2　七つの小さな Lean ファイル・八つの定理の検査結果（Lean 4.33.1） 計算

ファイル（定理）	中身	終了コード	警告・エラー	`#print axioms` の出力
`pos_nat`	自然数で「$0<n$ なら $0<n$」	0（成功）	なし	公理に依存しない
`pow_mod_decide`	$2^{10} \bmod 7 = 2$ を `decide`（カーネルの中での計算）で	0	なし	公理に依存しない
`pow_mod_native`	同じ文を `native_decide`（翻訳したコードで計算）で	0	なし	`pow_mod_native._native.native_decide.`
`pow_mod_wrong`	偽の文 $2^{10} \bmod 7 = 3$ を `decide` で	1（失敗）	エラー：命題が偽であることを示した	—
`gap_from_bound`	式 (4)（Mathlib の実数）	0	なし	標準の三つ
`gap_from_bound'`	式 (4) の証明を `sorry` にしたもの	**0（成功）**	警告：`declaration uses` `` `sorry` ``	標準の三つ＋`sorryAx`
`vacuous`	矛盾する仮定から $x = 42$（§05）	0	なし	標準の三つ
`mass_gap_positive`	名前だけ大きい空の定理（§05）	0	なし	標準の三つ

秒は `import Mathlib` の読み込みを含む壁時計の時間（4 コアの機械・nice 19）。Mathlib を読む行は、読み込みだけで約 5 秒かかる。値は `results.json` の一回分で、実行ごとに 1 割ほど揺れる（終了コード・警告・公理の行は再実行でも同じ）。

読み方は三つです。第一に、`sorry` を含むファイルも終了コード 0 で通ります。出るのは警告だけです。検査の記録で「エラーなし」とだけ書かれていたら、`sorry` が無いことは保証されていません。第二に、`native_decide` は、その呼び出しのためだけの専用の公理を一つ作ります。Lean の参照マニュアルは、各公理が何を主張したかを個別に監査できるようにするためだと説明しています。版による違いがあり、4.28.0 以前は、どの呼び出しも共通の公理 `Lean.ofReduceBool`（その奥に `Lean.trustCompiler`）に依存する形で出ました。4.29.0 から、呼び出しごとの専用の公理（表 2 の `…ax_1_1` の形）に変わりました。公理の名前は版で変わるので、本書は「標準の三つの部分集合か」で判定します。第三に、偽の文は `decide` では通りません。

寄り道：実数を使うと三つの公理が出る

飛ばしてよい。表 2 の `mass_gap_positive` は「$0 < m$ なら $0 < m$」で、証明は前提をそのまま返すだけです。それでも標準の三つが出ます。同じ形の `pos_nat`（自然数）では何も出ません。違いは型だけなので、三つは実数の側から来ています。`#print axioms` は証明だけでなく、言明に現れる定義（型 $\mathbb{R}$ を含む）もたどります。Mathlib の実数の型はコーシー列の商として作られ、その定義そのものが三つに依存しています。実際、「$\mathbb{R}$ の元 m について True」という中身の無い定理でも三つが出ます。だから実数について語る定理には、ほぼ必ず三つが出ます。三つが出たことは、証明が重いことの印ではありません。

本書での使い方は 23-13 §02（束の末尾の #print axioms を清さの基準にする）。

05

通っても、言いたいことか — 四つの隙間

穴が無く、公理が標準の三つだけでも、まだ確かめていないことがあります。それは**言明が言いたいことを言っているか**です。Lean の参照マニュアルは、検査の手順の冒頭で「定理に正しい証明があるか」という問いと「定理の言明が何を意味するか」という問いを区別することが重要だ、と書いています。後者は機械では確かめられません。

このサイトの 案内の第 8 ページは、この隙間を四つの型に分けています（表 3）。

表 3　四つの隙間（案内の分類を本書の例で）

型	何が起きるか	見つけ方
① 定義	定義が意図より弱い・強い（例：「隙間」を ≥ 0 で定義すると 0 でも通る）	言明に現れる定義を全部たどる
② 名前	定理の名前が言明より大きい	名前ではなく言明を読む

型	何が起きるか	見つけ方
③ 空虚な真	前提が同時に成り立たず、何でも結論できる	前提を満たす具体例を一つ作る
④ 仮定	証明すべきことが仮定に置かれ、それがいつ外れるか書かれていない	仮定の一覧を作り、各仮定の札を見る

②と③は、表 2 の最後の二行で実際に起きています。`mass_gap_positive` は質量ギャップという名前を持ちますが、言明は「正の数は正」です。名前は Lean にとってただの文字列で、内容を何も保証しません。本書が定理名を出すとき言明と前提を同じ行に書くのは、このためです。

③の例は次の文です。

$$(x < 0) \ \wedge \ (0 < x) \implies x = 42 \tag{6}$$

前提が矛盾しているので、結論は何でもよく、Lean は `linarith`（線形の不等式を組み合わせる自動の手）一つで通します。前提が多い定理ほど、この危険は見えにくくなります。前提を全部満たす例（自由場など、答えが分かっている場合）を一つ置くのが確かめ方です。本書の第 23 部では、前提を全部満たす例の役は自由場での検算が担います（23-16）。陰性対照（23-13 Lean の言明と機械検査の限界）は逆向きで、仮定を一つ外すと結論が崩れることを示し、仮定が飾りでないことを確かめます。

④（仮定）は本書で最も重要です。拡散型緩和時間の仮定のような未証明の仮定から結論を出す定理は、仮定の側に中身があり、定理はその仮定を一歩も証明しません（23-13 Lean の言明と機械検査の限界）。

06

本書の Lean の言明は何について語るか

Lean の定理は型の付いた対象についての文です。だから定理の引数の型を見ると、その文が実際に何について語っているかが分かります。23-13 Lean の言明と機械検査の限界 は、本書が結論として引く四十六の定理を、言明に現れる型で五つの層に分けています。ちょうど半分の 23 個は実数の不等式か恒等式で、格子のゲージ場を型として持つ定理は 5-11 の 3 個です。

このことを式で書くと、本書の Lean の札の付いた文は二つの部分から成ります。

$$\text{本書の文} \ = \ \underbrace{(P_1 \wedge \cdots \wedge P_k \Rightarrow Q)}_{\text{Lean が検査}} \ + \ \underbrace{\text{読み：「}C_P\text{ は Wilson 測度の Poincaré 定数」など}}_{\text{本文が付ける・Lean は検査しない}} \tag{7}$$

§03 の例で C_P が名前の付いた実数だったのと同じく、本書の多くの定理で C_P・ξ・m は実数の変数です。それを物理の量として読むのは本文で、その読みが正しいかは Lean の外にあ

ります。読みの約束（β の定義・tr の規格化・格子の計量）は 23-13 Lean の言明と機械検査の限界 と A-01 記号表にあります。

なぜ Wilson 測度そのものについての定理が無いのか。理由の一つは在庫です。Lean の数学の標準ライブラリ Mathlib を、この端末にある版（版は §08 の表 7）のソースで語を数えると、表 4 のようになりました。

表 4　Mathlib のソース 8,311 ファイルのうち、語を含むファイルの数 計算

語	ファイル数	語	ファイル数
`Haar`（ハール測度）	70	`plaquette`	0
`Wilson loop`	0	`lattice gauge`	0
`Yang-Mills`（三通りの綴り）	0	`spectral gap`・`SpectralGap`	0
`Poincare inequality`・`PoincareInequality`	0		

群の上の一様な測度（ハール測度）の基礎はありますが、格子ゲージ理論の語は現れません。語が無いことは定義が無いことの証明ではありませんが、少なくとも名前の付いた道具立てとしては、それを使う側が一から作ることになります。案内の 「mathlib に在庫が無い数学」は、こうした厳しさの出所を三つ（量・述べ方・在庫）に分けています。連続極限や四次元の場の理論の構成は、その先にあります（7-10）。

例。 このサイトの論文（5-11）は、格子のゲージ場を型に持つ数少ない例です。そこでも Lean の札は段ごとに分かれ、作用からある下界までの鎖は `Lean`、その下界から格子の質量ギャップへの段は 紙 （しかも概略）です（0-01）。

第 23 部の一段目の組み立てに使った束を表 4b に、第 24 部が引く束を表 4c に並べます。表 4b・4c・4f の外で第 23 部ほかの章が宣言を挙げる単体のファイルは表 4h です。どれも束 `principia-ym-lattice-gauge-2026-11-13`（143 モジュール・約 3 万行、どのモジュールも Mathlib だけを import する）に収めています。行は 23-13 表 1 と同じで、束が保証するのは仮定の並びから結論への代数と算術と一変数の解析だけです。どの束も、仮定を定理名の隣に書く約束（23-13 §04）に従います。

表 4b　一段目の束（第 23 部）。定理の数は `#print axioms` の行数。2026-10-09 に別の計算機で全束を建て直し、全定理の部分集合であることを確かめた。源は束 `principia-ym-lattice-gauge-2026-11-13`（表 4c・4f と同じ束）。2026 束で一本ずつ書き出し直し、核の再検査と、章が挙げる宣言の `#print axioms` を確かめた `Lean`

束	定理の数	何の代数か	代表の定理（仮定）
LatticeGaugeOneScale	12	緩和時間の上界の仮定・緩和時間の下界の仮定と質量の読み替え（等号の版）	hup_is_gap_positivity（0<m・C_P=1/m²・C_P≤Kξ²）

束	定理の数	何の代数か	代表の定理（仮定）
LatticeGaugeHupBridge	18	片側の橋・冪の下の半分・陰性対照	hup_is_gap_positivity_of_lower（0<m_lat・κ/m_lat²≤C_P・C_P≤K
LatticeGaugeDoubleWellTestbed	7	一次元の片側の橋の命題の有限和の骨	local_rayleigh_ratio_le_one（0<m・a_k≥m・c_k≥0・Σc_ka_k>0）
LatticeGaugeTwoScalePoincare	8	分散の分割・凸な芯・二状態・Glauber の帯	split_poincare_le（分割の式・二つの所 Poincaré・平均差・非負）
LatticeGaugeDoubleWellKramers	10	比の挟みから二重井戸の緩和時間の冪の言明へ	power_H_of_kink_ratio（0<K,s,δ・1≤R≤K/ħ・s/ħ≤ln ξ）
LatticeGaugeH1Assembly	17	六節点の相内 Poincaré の命題の率の代数・六節点の余白の算術	H1_assembly（名前つきの七つ）
LatticeGaugeCoarseSideUniform	20	交差の行の算術・Muckenhoupt の両側	T4_paper_numeric（λ_c≥1.3×10⁻⁴）
LatticeGaugeIntervalQfreeWindow	150	一次分数の補題・被覆から窓へ・律速のセルの再計算	win_qfree_window_le_of_interval_ta（区間演算の出力の表）
LatticeGaugeRingUnconditionedWindow	20	環の外の鎖の窓の組み立て	unc_window_lt_one_of_table（区間演の出力の表）
LatticeGaugeRingInnerChain	22	壁の角の比・環の S_W	sw_inner_le（q_in≤13/10・q_out≤0.998888530）
LatticeGaugePartitionFramework	14	区画の和・Gibbs の段・閉じる条件	comp_close（X>0・b,A≥0・ℓ>0・Barta・成分ごとの局所化・Bochner）
LatticeGaugeRemVProxy	23	スカラーの筋の命題の組み立て	path5_conditional（剰余・代理の比・さ・余裕を名前つきで）
LatticeGaugeDetourKills・DetourKills2	17・16	迂回策の殺した一行の算術	型ごとの補題

束	定理の数	何の代数か	代表の定理（仮定）
LatticeGaugeBoxReduction	23	二つの射影の補題・偶奇の箱・ずらしの平均・対照	box_shift_average（各ずらしで二族の等式・C_box≥0・重なりの和≤ℰ）
LatticeGaugeBoxGap	18	箱の中の隙間の命題・c_kg・H3 と H4 の合成	H3_H4_compose（箱の積・箱の隙間 D=ħ/S_0・n,ħ,S_0>0・c_alt<1）
LatticeGaugeCoreMixing・CoreMaxCorr・CoreThreeStage	15・20・18	芯の三段	three_stage（各段の上界）
LatticeGaugeCoreActionGap	15	局所の項が消えること・端の線引き	cloc_term_vanishes（芯の作用の障壁仮定・ξ の読み・ΔS_*<2S_0）
LatticeGaugeGlobalLyapunov	21	Lyapunov の判定の代数と陽性対照	gauss1d_bbcg・gauss1d_equality（仮なし）

表 4c　第 24 部が引く束。源は束 `principia-ym-lattice-gauge-2026-11-13`。論文の束 EuclideanPath.GapBridg

`principia-gap-bridge-2026-10-09.tar.gz` `Lean`

束（名前空間）	定理の数	何の代数か	代表の定理（仮定）	
LatticeGaugeLocalH（LatticeGauge.LocalH）	31	局所の Poincaré 定数の上限の性質・部分領域の電荷の代数・窓の因子の単調性・局所の橋	local_le_global（上に有界・空でない・部分集合）・wr_strictAntiOn（仮定なし）・gap_lower_of_local_window（κ/(m²+w²)≤C_P・w²≤2m/(cℓ)・C_P≤Kℓ²）	
LatticeGaugeLocalHReference（LatticeGauge.LocalHReference）	11	比の形の橋・閾 K_* の代数	ratio_bridge・kstar_le_kappa（各の仮定は 24-04 の分類表）	
LatticeGaugeLocalHDoubleWell（LatticeGauge.LocalHDoubleWell）	14	0+1 の一サイトの比・三つの領分	one_slice_ratio（0<ε・0<m・0<ω）	

束（名前空間）	定理の数	何の代数か	代表の定理（仮定）	
LatticeGaugeGaugeReference（LatticeGauge.GaugeReference）	16	ゲージ商の参照・ゲージ固定を外すと参照が消えること	kstar_gauge_measured（測った値）・kstar_vanishes_without_gauge_fixing	
LatticeGaugeWilsonLoopReference（LatticeGauge.WilsonLoopReference）	14	ループの族が商を張ること・色の一重項に一次の項が無いこと・二次のカオスの閾	no_linear_singlet・chaos2_bracket	
LatticeGaugeConservationLength（ConsLen）	14	帯の Gauss の隙間の挟み	neumann_gap_lower／upper（1≤M）	
LatticeGaugeConservationExponent（ConsExp）	16	帯の傾きの区間の算術・ℓ_c の関係式・率の分解	lc_eq_iff（0<E・0<λ・0<ℓ）・lamQ_log_split（0<κ・正値）	
LatticeGaugeHierarchicalLink（HierLink）	14	階層格子の座標とギャップの算術	lam_le（仮定なし）・tree_no_decay（0<β）	
LatticeGaugeFourDTrial（LatticeGauge.FourDTrial）	8	τ_int≤C_P の有限和・上界の仮定が破れる一行と陰性対照	not_hup_of_fast_tau（τ_n≤C_n・cξ_n^p≤τ_n・p>2・ξ_n→∞）・z_two_compatible_with_hup（仮定なし）	
LatticeGaugeHupBridge（LatticeGauge.HupBridge）	18	片側の橋・回転子の比	hup_is_gap_positivity_of_lower（0<m・κ/m²≤C_P・C_P≤Kξ²）・rotor_ratio_unbounded（0<r）	
LatticeGaugeCoreMaxCorr（LatticeGauge.CoreMaxCorr）	20	芯の最大相関の代数	第 24 部の本文では名を引いていない（23-11 の芯の束。24-03 の箱の帰着の背景）	

束（名前空間）	定理の数	何の代数か	代表の定理（仮定）	
AlternatingMaxCorrBloch	33	交互の最大相関の Bloch の二次の式	第 24 部の本文では名を引いていない（箱の帰着の交互の最大相関の背景）	
論文の束 EuclideanPath.GapBridge（`principia-gap-bridge-2026-10-09.tar.gz`）	17	片側の橋の論文の版（時刻局所な族での最良・回転子）	local_rayleigh_le（各の仮定は 24-04 の分類表）	

表 4h　表 4b・4c・4f の外で、第 23 部ほかの章が名を挙げる単体のファイル（40）。定理の数は各ファイルの theorem の宣言の数（private を除く）、計 725。源は束 `principia-ym-lattice-gauge-2026-11-13`（表 4b・4c・4f のファイル束）。2026-11-13 に一本ずつ書き出し、核の再検査と、章が挙げる宣言の `#print axioms`（全て標準三公理）を確かめ

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugePoincareNormalisation（LatticeGauge.PoincareNormalisation）	9	Dirichlet 形の正規化と冪の不変性	`exponent_invariant_of_slowly_varying`
LatticeGaugeAutocorrelationBound（LatticeGauge.AutocorrelationBound）	10	可逆な連鎖の積分自己相関時間と Poincaré 定数の比較	`rayleigh_le_tau`・`tau_int_le`
LatticeGaugeBlockKernel（LatticeGauge）	26	一段のブロック核の一径数の族と、固定した段が有界であるための条件	`fixed_step_bounded_iff`
LatticeGaugeCoarseGraining（LatticeGauge）	24	粗視化の一段の有限の部分（四元数の恒等式・一リンクの量の上下界）	`log_F0_ge`・`log_F0_le`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugeFiberAverage（LatticeGauge）	37	パッキングの一段の数え上げと、ブロックだけでは下がらないこと	`no_blocking`
LatticeGaugeFlowedPoincare（LatticeGauge.FlowedPoincare）	17	流した関数の族とDirichlet形の鎖則・均しの一段の値段	`comp_class_eq_of_equivariant_bijection`
LatticeGaugeGapVersusCost（GapVersusCost）	13	ギャップが目標を有界にし、局所更新の費用は有界にしないこと	`cost_ge`
LatticeGaugeGaugeFixing（LatticeGauge.GaugeFixing）	10	ゲージを固定した長波長の試験関数の費用	`jump_energy_ge`・`prop_at_gap_scale`
LatticeGaugeHardyLadder（LatticeGauge.HardyLadder）	19	有限の鎖の重みつき Hardy の不等式と尺度の梯子	`conditional_scale_bound`・`const_defect_scale_unbounded`
LatticeGaugeMarginalAccumulation（LatticeGauge.Marginal）	22	繰り込みの梯子での一段の欠損の積み重なりと周辺の次元	`dev_eq_of_marginal`・`dev_le_of_contracting`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugeMultiStep（LatticeGauge）	19	多段のブロックの傾きの観測量・相関長の関数方程式・異常指数	`S4_two_sided`・`kappaDisj_lt_one`・`xi_eq_exp`
LatticeGaugeOverlapExponent（LatticeGauge.Overlap）	20	零運動量の重なり・作用素の次元・更新級数に見えないもの	`eta_ge_two_of_bounded_susc`・`fisherEta_eq_zero_iff_canonical`・`overlap_le_susc_mul_gap`・`renewal_chi_mul_massSq`・`renewal_residue_pos`
LatticeGaugeProfileFreedom（LatticeGauge.ProfileFreedom）	9	変分の下界での並進の形の自由度	`profileQuotient_isGreatest`
LatticeGaugeRunning（LatticeGauge）	19	一段のブロックが結合定数にすること（強結合の端と弱結合の端）	`discStep_semigroup`・`step_lowers_coupling`
LatticeGaugeSlicePositivity（SlicePositivity）	17	時刻の切り口の均し・転送行列の正値性・有効質量の単調性	`meff_antitone`
LatticeGaugeSmearedSquare（LatticeGauge.SmearedSquare）	10	均した場の二乗の変分の商と、均しで得られるもの	`sqQuotient_between`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugeSmoothGaugeFixing（LatticeGauge.SmoothGaugeFixing）	11	滑らかなゲージ固定の軌道平均と、蝶番に効かないこと	`orbitAvg_continuous`・`orbitAvg_gauge_invariant`
LatticeGaugeSpectralHinge（LatticeGauge.Hinge）	22	Poincaré定数と相関長の二乗の蝶番の分解（ガウスの最良・排出の指数）	`c2_ge_of_nonneg_weights`・`drainExp_eq_zero_iff`・`drain_exponent`
LatticeGaugeStepSequence（LatticeGauge）	19	段の列（パッキングの積分の分解と一段のHesse の下界）	`blocking_shortfall`
LatticeGaugeSubspacePoincare（LatticeGauge.SubspacePoincare）	16	関数の空間を制限したPoincaré定数	`autocov_sum_le_on_invariant`
LatticeGaugeSusceptibilityRatio（SusceptibilityRatio）	8	感受率と同時刻の相関の比が言えること・言えないこと	`gap_ge_of_overlap`・`light_admixture_invisible`
LatticeGaugeTubeDefect	14	正の重みの面の模型での管の欠損の符号	`linear_deficit_breaks_inv`
LatticeGaugeTubeEntropy（LatticeGaugeTube）	18	面の数え上げ（管のエントロピー）と一尺度の下半分	`mass_sq_ge_of_tube`・`linear_regime_breaks_onescale`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugeTwoLink（LatticeGauge.Character）	28	二リンク積分の有限の部分	`intact_frac_le`
LatticeGaugeVariationalBound（VariationalBound）	9	変分の有効質量がギャップの上界であること	`meff_ge_of_corr`
LatticeGaugeWulffCorrection	13	傾いた壁の張力と Wulff の引き算（閉じた管の欠損）	`casimir_only_no_bound`・`mass_bound_localized`
LatticeGaugeH1TaylorStage（LatticeGauge.H1TaylorStage）	19	β の向きの三点の補間と三次の剰余・小片の一次分数の端点	`cube_le_exp_split`・`lebesgue_le`
LatticeGaugeH1Tilt（LatticeGauge.H1Tilt）	22	β の向きの弦の上界と Hölder の損・部分区間の数	`chord_beta_upper`・`holder_r117_exceeds`・`nodes_reach_117`
LatticeGaugeRingMirror（LatticeGauge.RingMirror）	20	環の継ぎ目の鏡像の代数	`chain_action_reflect`
LatticeGaugeAdjointSandwich（LatticeGauge.AdjointSandwich）	19	残る仮定 (MC-sup) を、下からの読みと経路ごとの上界で挟む算術	`mbar_bound_false`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugeDriftDual（LatticeGauge.DriftDual）	20	条件つき漂流の双対で測る弱双対の代数と、測った値の算術	`tilt_g1`
LatticeGaugeHbarZero（HbarZero）	23	ħ の範囲を窓の選び直しで決める形の代数	`p5_assembly`
LatticeGaugeLocalizedBochner（LatticeGauge.LocalizedBochner）	29	Bochner の段の負の曲率を欠陥集合に局所化した合成と、傾きの費用	`bochner_localized`・`judge_i_inside`・`negw_le_localized`・`tilt_cost_le`
LatticeGaugeBTDressed（BTDressed）	17	衣の向きで数える一次元の列の形（余裕が向きに依らないこと・尺度の不変性）	`threshold_gap_invariant`
LatticeGaugeBartaRefine（LatticeGauge.BartaRefine）	19	Barta と Bochner の欠陥への傾きの分け方・天井の補題・陰性対照	`ceiling_same_set`・`ceiling_split`
LatticeGaugeEigenGradient（LatticeGauge.EigenGradient）	16	固有関数の勾配だけを使う形・Agmon の重みの一歩・陰性対照	`agmon_no_gain_on_negative_curvature`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	章が挙げる定理
LatticeGaugeExtendedChain（LatticeGauge.ExtendedChain）	19	拡大した鎖の LSI 定数の合成と、その定数が有界であるための条件	`S_ext_01_iff`
LatticeGaugePlateauLSI（LatticeGauge.PlateauLSI）	26	頂上の台地の LSI の分解（集団の座標と横方向）・横方向の固有値	`transverse_fails_k17`
LatticeGaugeWallCut（LatticeGauge.WallCut）	21	壁の位置で切る多段の分解の合成	`chain_rule_cells`
LatticeGaugeKinkPosition（LatticeGauge.KinkPosition）	16	芯の負の端の双安定と、瘤の二値での条件づけ	`pn_vs_bistab`・`y_side_k9_3em4`

表 4d　第 25・26 部の束（Y7、11 ファイル）。定理の数はファイルの theorem と lemma の宣言の数（32）。2026-10-15 に別の計算機で再検査：全て標準三公理・`sorry` 0。`Lean`

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	引く章
InsertionIdentity（Insertion）	5	挿入比の和の恒等式・mean_one・mean_rho_sigma・sector_bias_le	25-05
BoundedInsertion（Bounded）	5	single・single_mul・multi・averaged・averaged_bound	25-05
SecondMoment	2	sqrt_identity・pz_bound	25-05
MultiCell	3	pushforward・expand_identity・bound（「挿入で奇」は仮定）	25-05
FlipLemma	2	flip_le・cut_formula	25-06
FluxLemma	1	flip_le_one_sub_abs	25-06・26-05
Containers	2	factorize・container_bound	25-03
FluxDuality	3	split・twisted_le・bias_mem（$\theta \le 1$ には正値性を仮定）	26-04
Doubling	2	iterate・decay	26-02・27-01

ファイル（名前空間）	定理の数	中身	引く章
ReflPos	2	refl_pos・refl_cs	26-04・26-05・27-02
ColumnChessboard	5	signed_sum・unsigned_sum・prod_expand・binomial_bound・exp_bound	25-02（分数インスタントンの格子の論文）

名前空間とファイル名が違うのは InsertionIdentity（Insertion）と BoundedInsertion（Bounded）の二つだけで、本文は「ファイル（名前空間.定理）」の形で引く。束は `principia-ym-insertion-identities-2026-10-15.tar.gz`（package `yminsertion`・lib `Y7`・sha256 `58d60c433cb23cb9cfab1f2299732385f79a362b96a1d49ac109334b4832bdf8`・公理の記録 axioms-ym-insertion-identities-2026-10-15.txt）。

表 4e　板と容器の束（lean-y6、30 ファイル＋ Lemma5Core）。定理の数は `#print axioms` の記録の行数（150。うち 137 は第 25・26 部の検討で書かれた宣言、13 は検証の枝で足した宣言）。2026-10-15 に別の計算機で `lake build` を通し、全て標準三公理・`sorry` 0。束は `principia-ym-slab-containers-2026-10-15.tar.gz`（package `ymslabcontainers`・lib `Y6`・sha256 `4892aca93897af4940828fd14d5fc45ee72bdcfca0914a2dcd20dd2d77229341`・公理の記録 axioms-ym-slab-containers-2026-10-15.txt）。`Lemma5Core.lean` は lean_lib の外にあり、`lake build` だけでは検査されない（別に `lake env lean` で確かめる。公理の記録は `axioms-Lemma5Core.txt`）。`Lean`

主なファイル	中身	引く章
SlabConfine・SlabAverage	板の閉じ込めの定理と板の平均	25-04
FrameLemma・CommutingFlips	容器の恒等式の枠の補題・可換な反転	25-03・25-04
GapFromDecay・LevyArea・TwistLocality ほか	減衰からのギャップ・Lévy の面積・捩れの局所性	25-03〜26-05

表 4f　第 15 部（紫外の制御）の束（72、単体のファイル。定理の数は各ファイルの theorem と lemma の宣言の数、704。末尾の二十五本は 2026-10-17・10-22・10-29 に足したもので、この本の側の再検査は済。DominantMatrixContraction から ConeCalculus までの四本は 15-10 の体系の章のもの、その後の七本は 10-22 に、の七本は 10-29 に足したもの）。2026-10-15 に本体（別の計算機）で一本ずつ再検査：全て rc=0・`sorry` 0・`native_decide` 0・標準三公理。定理ごとの仮定と「入っていないもの」は 15-09 表 3。独立の再検査（同じ環境で一つ、62 本の目録）でも全て rc=0・標準三公理（2026-10-15 夜）。`Lean`

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
LatticeGauge.ClassResidualTelescoping	6	`telescoping_residual`・`telescoping_residual_multi`・`inv_sq_sum_le`・`uniform_deviation`	15-03 §04 15-04
LatticeGauge.HierarchicalShapeFlow	11	`quarticStep_fixed`・`shapeStep_contract`・`flow_coefficient`・`affine_contraction`・…	15-04
LatticeGauge.FluxNetwork	11	`ratio_le_max`・`ratio_ge_of_unit_flux`・`energy_split`・`thomson_lower`・…	15-05 §02 15-07 景に依 ない指 ぎの一 の補題

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
LatticeGauge.AllFacesBlocking	6	`fine_energy_lower` ・ `block_energy_lower` ・ `smooth_ratio` ・ `equal_split_ratio`	15-05 §07
LatticeGauge.RatioTwoCriterion	9	`ratio_two_iff` ・ `one_loop_D` ・ `gamma_family_one_loop_lower` ・ `fund_adj_one_loop_root` ・…	15-06
LatticeGauge.FundAdjointRefit	8	`refit_solution` ・ `tree_quadratic_split` ・ `tree_value_at_saddle` ・ `image_rho` ・…	15-06
LatticeGauge.PrefactorFlowFixedPoint	12	`step_k2` ・ `step_k2_fixed_iff` ・ `step_k2_contract` ・ `fixed_point_general` ・…	15-06 15-03 §04
LatticeGauge.HeatKernelFourPlaquette	8	`conv_assoc` ・ `convPow_add` ・ `four_plaquette_of_semigroup` ・ `four_plaquette_convPow`	15-06 §05
QuaternionReImSplit	9	`re_mul_split` ・ `commutator_re` ・ `J_imI` ・ `two_link_split`	15-07 §06
LatticeGauge.ShapeRemainderUniform	9	`uv_uniform` ・ `stays_in_box` ・ `pow_sub_pow_norm_le` ・ `keff_half_le` ・…	15-06 列四杉 形の乗 の定理
LatticeGauge.HierarchicalTubeChain	8	`tube_exit` ・ `cell_descent` ・ `chain_compose` ・ `tube_weight_mono` ・…	15-04 §05
LatticeGauge.ShapeResidualGeometric	4	`forced_uniform` ・ `geom_partial_le` ・ `residual_sum_uniform` ・ `harmonic_part_unbounded`	15-07 §06
LatticeGauge.LargeFieldSource	4	`weighted_tail_le_exp_moment` ・ `union_tail_le_sum` ・ `coarse_source_commute` ・ `coarse_source_commute_comp`	15-08 §02 · §03
LatticeGauge.TreeGaugeFixing	29	`exists_gauge_tree_trivial` ・ `gauge_tree_trivial_unique` ・ `configEquiv` ・ `fiber_card_const` ・…	15-08 §05
LatticeGauge.WilsonWindowComparison	4	`one_sub_cos_window` ・ `wilson_weight_window` ・ `window_constant_chain` ・ `window_split_bound`	15-07 §05
LatticeGauge.QuarticRowColumnBound	7	`weighted_quartic` ・ `row_quartic` ・ `schur_quartic` ・ `representative_bound` ・…	15-05 の網の 理（扇 の形）

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
LatticeGauge.BCHCubicResidual	6	`nT_sum_diff` · `shape_split` · `score_generator_split` · `bch3_coefficient` · …	15-07 § 07
LatticeGauge.SmallFieldLocSplit	3	`loc_split_unique` · `geom_tail_le` · `taylor_tail_bound`	15-08 § 06
LatticeGauge.BackgroundBudget	4	`budget_term_sq` · `budget_unbounded_of_threshold` · `inv_sq_partial_le` · `inv_sq_budget_bounded`	15-07 § 07
LatticeGaugeInterBlockLocAbsorption	7	`loc_split` · `nonlocal_vanishes_on_constant` · `rowSum_add` · `two_site_split` · …	15-08 § 06
LatticeGaugeBlockCouplingCancellation	28	`locM_idem` · `locLin_idem` · `split_unique` · `bil_split` · …	15-08 § 06
LatticeGaugeSmallFieldRemainderAssembly	16	`one_step_remainder` · `gamma_ge_one` · `cut_sum_le` · `taylor_step_le` · …	15-08 § 06
LatticeGaugeToeplitzTailSplit	10	`split` · `split_unique` · `qform_split` · `cform_split` · …	15-08 § 06
LatticeGaugeWeightedTailBound	5	`weighted_geom_le` · `weighted_tail_le` · `weighted_sum_uniform_linear`	15-08 § 06
LatticeGaugeTailTypeClassification	6	`flat_weighted_sum` · `flat_weighted_unbounded` · `exp_weighted_le` · `power_sum_uniform` · …	15-08 § 06 · 15-05 § 07
LatticeGaugeClassParameterBudget	4	`ghat3_forms` · `ghat3_zero_iff` · `inv_sq_partial_le` · `class_parameter_budget_bounded`	15-07 § 06
LatticeGaugeStokesSecondOrder	7	`log_quadratic_part` · `log_quadratic_part_five` · `commSum_eq_zero_of_comm` · `pure_quaternion_commutator`	15-07 § 07
LatticeGauge.CubeFaceCoupling	9	`total_sq` · `opp_eliminate` · `general_to_diag_adj` · `diag_adj_unique` · …	15-07 § 07
LatticeGaugeStapleSumLowerBound	5	`sum_norm_ge_of_inner_ge` · `card_cos_ge_quadratic` · `first_order_ratio` · `quadratic_margin` · …	15-07 § 05
LatticeGauge.QuarticSplit	4	`titu_two` · `quartic_two` · `quartic_triangle` · `class_split`	15-05 § 07

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
LatticeGauge.GhostDeterminantMatching	8	`det_gauge_plus_ghost_split` ・ `log_tree_eq_cov_sub_two_ghost_blocks` ・ `coeff_tree_eq_coeff_cov` ・ `coeff_drop_ghost_shift` ・…	15-08 §05
LatticeGauge.BondMovingSandwich	6	`bond_moving_finite` ・ `iterate_le_of_le_of_monotone` ・ `comparison_fails_at_fixed_point` ・ `shrink_shape_shift` ・…	15-04 §05
LatticeGauge.InfluenceRecursion	6	`tp2_comp` ・ `cdf_upper` ・ `cdf_lower` ・ `k_upper` ・…	第 23 の芯の Poinc の一様 の仮定 行の主 方（2 12。本 は第 2 部、1. 00 §04）
LatticeGauge.CornerCouplingAffineFlow	5	`fixpt_is_fixed` ・ `iterate_dev` ・ `abs_iterate_dev` ・ `ratio_gt_one_below_fixpt` ・…	15-07 §07 ・ 15-03 §02
LatticeGauge.HypercubeFaceCoupling	5	`sigma_is_relation` ・ `relation_is_multiple_of_sigma` ・ `opposite_in_cell_reduces` ・ `diag_adj_not_enough` ・…	15-07 §07
LatticeGauge.SkewCouplingSpectrum	5	`coeffs_of_spectrum` ・ `skew_zero_iff` ・ `one_step_skew` ・ `increment_pow` ・…	15-07 §07
LatticeGauge.HypercubeCochainCount	6	`faceCount_four` ・ `euler_cube` ・ `hypercube_cochain_ranks` ・ `edge_face_dof_agree` ・…	15-03 §02 ・ 15-07 §07
LatticeGaugeNonlocalImageRecursion	12	`affine_iter` ・ `fixed_point` ・ `affine_bound_sum` ・ `affine_bound_uniform` ・…	15-08 §06 ・ 15-03 §03
LatticeGaugeThreeBodyTailRecursion	8	`weighted_geom_le` ・ `three_body_sum_le` ・ `affine_uniform` ・ `pair_tail_uniform` ・…	15-08 §06
CoarseFaceHodgeSplit	7	`range_sup_tags` ・ `finrank_ker_eq` ・ `disjoint_range_tags` ・ `decomp_unique` ・…	15-08 §06 ・ 15-05 §07

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
LatticeGauge.QuarticConeNorm	5	`ratio_sandwich` ・ `ledger` ・ `transfer` ・ `cone_b_to_a` ・…	15-05 §07
LatticeGauge.BlockCovariance	7	`cone_chain` ・ `cone_chain_uniform` ・ `growth_ledger` ・ `inverse_decay` ・…	15-05 §07
LatticeGauge.AveragedBlockFlow	7	`affine_iter` ・ `affine_dist` ・ `tail_sum` ・ `tail_bound` ・…	15-05 §07
LatticeGaugeHierarchicalUpperTube	8	`tube_exit_top` ・ `chain_top` ・ `steps_numeric_128` ・ `steps_numeric_64` ・…	15-04 §05
LatticeGauge.TensionDomination	6	`iterate_bound_var` ・ `iterate_bound` ・ `lower_bound_four` ・ `area_law_transfer` ・…	15-04 §05
LatticeGauge.BlockStepBetaShift	6	`beta_shift_of_inv_sq` ・ `su2_coeff` ・ `log_steps` ・ `shift_bounds` ・…	15-01 §01・15-03 §02
LatticeGaugeTwoBlockRowSumLoc	14	`sRow_eq_sComp_add` ・ `nRow_eq_nComp` ・ `row_sum_cancels` ・ `row_split_unique` ・…	15-08 §06
LatticeGauge.MultiStepCone	5	`step_pair` ・ `contraction` ・ `cone_quartic` ・ `block_three` ・ `cone_transfer`	15-08 ージの り替え 境目の
LatticeGauge.MultiStepPerturb	3	`three_product_perturb` ・ `three_product_perturb_grouped` ・ `block_three_affine`	15-08 ージの り替え 境目の
LatticeGauge.QuarticCone	2	`four_amgm` ・ `quartic_sum_le`	15-08 §06
LatticeGauge.ColorAverage	10	`colorAverage` ・ `colorAverage_of_design` ・ `design_identity` ・ `isQuarticDesign` ・…	15-08 ージの り替え 境目の
LatticeGauge.CubicCone	7	`three_amgm` ・ `cubic_sum_le` ・ `triple_amgm` ・ `cubic_cone_pullback` ・ `block_three_uniform` ・…	15-08 §06
SmallSetRowSum	20	`rowSum_total` ・ `row_cancel` ・ `total_split` ・ `piece_loc_zero` ・ `theta_ledger` ・…	15-08 §06
ThetaSquareOneStep	6	`one_step_affine` ・ `theta_ledger_half` ・ `sup_monotone_in_mu` ・…	15-08 §06

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
DominantMatrixContraction（DominantMatrix）	21	`liftWeight_step` ・ `weighted_step` ・ `weighted_iter` ・ `weight_change` ・ `norm_pow_le_const_mul` ・ `sum_norm_pow_le` ・ `aggregate_step` ・ `two_by_two_weight` ・ `signedEx_sq` ・…	15-10 §01
SignLossBound（SignLoss）	16	`stein_le_inv_sq_mul_test` ・ `stein_form_le` ・ `schur_four` ・ `loss_le_of_coherent` ・ `comp_coherent` ・ `row_l1_comp_le` ・…	15-10 §02
ConstrainedExtension（ConstrainedExtension）	20	`isExtension_iff_mem_coset` ・ `finrank_freedom` ・ `exists_extension_with_conditions` ・ `finrank_freedom_with_conditions` ・ `eq_of_eqOn_iSup` ・ `comp_isExtension` ・ `comp_depends_of_not_le` ・…	15-10 §03
ConeCalculus（ConeCalculus）	20	`cone_pullback` ・ `contracts_comp` ・ `block_decay` ・ `lp_schur` ・ `lp_schur_sharp` ・ `delta_dilution` ・ `weighted_rpow_midpoint` ・ `weighted_rpow_shift` ・ `midpoint_below_one` ・ `affine_varying` ・ `affine_block` ・…	15-10 §05
ColorAverageN（LatticeGauge.ColorAverageN）	13	`colorAverage_of_design` ・ `design_identity` ・ `colorAverage` ・ `oneColour_of_colorAverage` ・ `design_identity_two` ・ `cube_moment` ・…	15-08 ージの り替え 境目の 行・1 07 §(
OneStepWindow（LatticeGauge.OneStepWindow）	20	`holder_dual_ratio` ・ `exists_lpRatio_ge_row` ・ `lamMax_mono` ・ `steinWeighted_ge` ・ `stein_row_weight_saturation` ・ `window_ordConnected_of_logConvex` ・…	15-10 §05
LargeSetWeight（LatticeGauge.LargeSetWeight）	16	`summable_shell_iff` ・ `bbs_weight_vs_decay` ・ `bsv_weight_vs_decay` ・ `card_shell` ・ `manhattanShell_three` ・…	15-08 §06
LatticeGaugeAcceptanceSandwich（LatticeGauge.AcceptanceSandwich）	15	`half_metro_le_fermi` ・ `fermi_le_metro` ・ `barker_le_of_crooks` ・ `overlap_sandwich` ・ `mixture_sandwich` ・ `jarzynski_of_crooks` ・…	25-06 §07 · 25-08 §03
LatticeGaugeAbelianTwistAction（LatticeGauge.AbelianTwistAction）	13	`abelianAction_lt_pi_sq` ・ `totalAction_eq` ・ `plaqTerm_mixed` ・…	27-02 さな の基点

ファイル（名前空間）	定理の数	主な定理	引く章
LatticeGaugeNestedBlocks（LatticeGauge.NestedBlocks）	7	`nested_supermultiplicative` ・ `doubling_iterate` ・ `doubling_bound` ・…	26-05 §02 ・ 26-02 §03
CenterFluxPolymerCertificate（PolymerCert）	6	`tree_k` ・ `kp_bound` ・ `kp_lt_one` ・ `rate_rational` ・ `exp_le_inv_one_sub` ・ `final_real`	26-06 §04
ClassFixedPoint（LatticeGauge.ClassFixedPoint）	24	`exists_unique_fixed` ・ `exists_unique_fixed_in_ball` ・ `norm_iterate_sub_le` ・ `exists_unique_fixed_of_iterate` ・ `dist_fixed_fixed_le` ・ `tracking` ・ `exists_unique_entire_orbit` ・ `entire_tracking` ・…	15-03 §04
LocalCancellationOneRow（LatticeGauge.LocalCancellationOneRow）	8	`pairs_sum_to_total` ・ `loc_remainder0_eq_zero` ・ `pairAB_rank_one` ・ `pairAB_local_plus_gradient` ・ `mirror` ・…	15-08 §06
RankOneRemainder（LatticeGauge.RankOneRemainder）	12	`pair_split` ・ `edge_sum_split` ・ `chain_remainder_eq` ・ `chain_remainder_zero_of_match` ・ `deflation_split` ・…	15-08 §06
BlockDeflation（LatticeGauge.BlockDeflation）	9	`blockDeflate_split` ・ `blockDeflate_left_zero` ・ `blockDeflate_right_zero` ・ `twoStep_zero` ・ `twoStep_split` ・…	15-08 §06
ConeCalculusSOS（LatticeGauge.ConeCalculusSOS）	27	`cert_sound` ・ `certValue_anti` ・ `floor_of_coeff` ・ `classSum_pushforward` ・ `classSum_pullback` ・ `shift_rigid` ・ `tensor_ratio_product` ・ `schur_weighted_bound` ・…	15-10 §05
LatticeGaugeH1HbarInterval（LatticeGauge.H1HbarInterval）	15	`cell_lower` ・ `cell_upper` ・ `rho_lower` ・ `pieces_min` ・ `margin_on_interval` ・ `margin_I1` ・ `margin_I2` ・…	23-15 §05 ・ 27-02 重井戸 一様な ャッ
StrongCouplingOneSidedTerm（StrongCouplingOneSided）	9	`area_le_strip` ・ `strip_coeff_lower` ・ `tube_coeff_neg` ・ `h_main_term` ・ `h_neg` ・ `h_neg_on_interval` ・…	27-02 合の言 の帯

第 15 部の本文の札は五分類のまま（紙は〔初〕）で、Lean は各章の本文に定理の名と仮定を同じ行に添えてある（15-09 §01）。源は束 `principia-ym-lattice-gauge-2026-11-13`（`principia/lean/` の tar.gz、公理の記録 `axioms-ym-lattice-gauge-2026-11-13.txt`）に在ります。うち 23 本は、2026-10 に公開した束（flux-network-blocking・hierarchical-chain・

one-row-renormalisation・coarse-chain-poincare・h1b-margin-interval・boundary-mixed-derivative）にも同じファイルで在ります。

07

札の決め方 — 一つの文に一つの札

本書は札を文ごとに付けます。章ごとでも論文ごとでもありません。一本の論文の中でも、段によって札が違うからです（§06 の例）。どの札を付けるかは、文が受けている保証の種類で決まります。図 2 はその決め方を、上から順に問う形にしたものです。

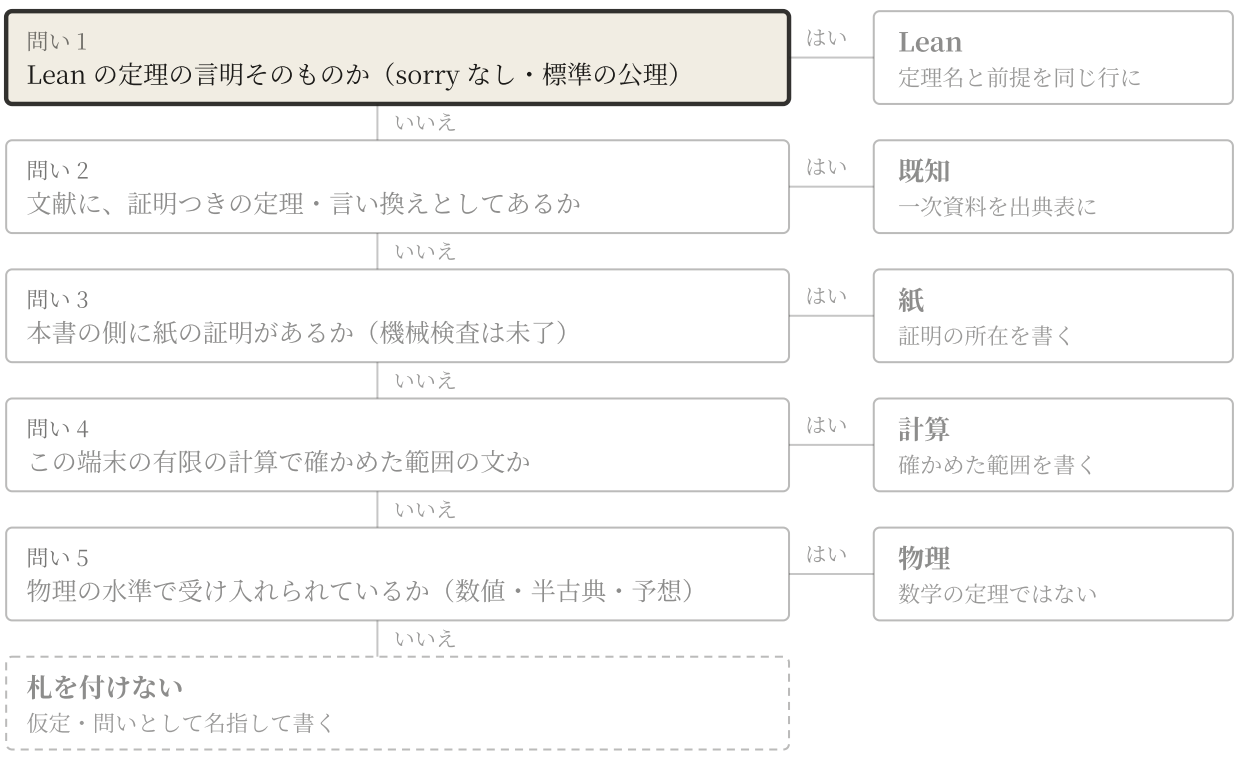
問いの順には理由があります。Lean の札は前提から結論への矢印を保証し、既知の札は文献の証明を、紙の札は本書の側の証明を、計算の札は有限の範囲の確認を、物理の札は物理の水準での受け入れを指します。強い保証を先に問い、当てはまった最初の札を付けます。どれにも当たらない文は札を付けず、「仮定」か「問い」として書きます（23-17 の問いには札を付けません）。

文が鎖になっているときの読み方は次の通りです。

$$\text{鎖 } A_0 \Rightarrow A_1 \Rightarrow \cdots \Rightarrow A_n \text{ の結論の確かさ} \;=\; \text{最も弱い段の札} \tag{8}$$

一つの段だけが 紙 なら、ほかの段が全部 Lean でも、結論は紙の水準です。始点 A_0 が仮定なら、結論も仮定つきです。式 (1) の前提 P_i が、この始点に当たります。

図 2 「はい／いいえ」で上から問いに答えると、通った道と付く札が出る。例のボタンは本書の文を一つ選んで道を示す



問い 1：Lean の定理の言明そのものか。

この図は 0-01 の札の約束を問いの形にしたもの。数値は含まない。

表 5　本書の文の例と、図 2 で通る道

文	通る道（問い 1〜5 への答え）	札	その章
式 (4)：$m > 0,\ C_P = 1/m^2,\ C_P \le K\xi^2 \Rightarrow 1 \le K(m\xi)^2$（23-13 の `hup_is_gap_positivity` と同じ言明）	はい	Lean（前提を併記）	§03・23-13
ループの係数 b_0（$11N/3$ を含む）	いいえ → はい	既知	4-06
一リンクの下界から格子の質量ギャップへの段	いいえ → いいえ → はい	紙（概略）	5-11
二次元イジングの小さな箱（$L = 3, 4, 5$）での C_P/L^2 の振る舞い	いいえ → いいえ → いいえ → はい	計算	2-10
格子の数値シミュレーションによるグルーボールの質量と弦張力の比	いいえ ×4 → はい	物理	5-08
緩和時間の仮定（冪の水準 $\ln C_P / \ln \xi \to 2$。帯の文は帯の形の拡散型緩和時間の仮定と名指し、その上の半分が上界の仮定：$C_P \le K\xi^2$）	いいえ ×5	札なし（仮定）	23-01

読み方。表の一行目の Lean の前提 $C_P \le K\xi^2$ は、最後の行の仮定の帯の文（帯の形の緩和時間の仮定）の上の半分、つまり上界の仮定です（A-06 名前の索引）。一行目では前提として、最後の行では仮定の主張として。札が違うのは、文の中での役割が違うからです。

08

自分で確かめる手順

Lean の札は、読者が自分の機械で検査し直せることを前提にしています。Lean の参照マニュアルは、検査を四段の階段として説明しています（表 6）。下の段ほど手軽で、上の段ほど疑う範囲が広がります。

表 6　検査の四段（Lean の参照マニュアル「Validating a Lean Proof」の構成から）

段	すること	防げるもの
1	エディタの検査の印、または `lake build` が警告もエラーも出さずに終わることを見る	未完の証明・その定理の中の `sorry`・tactic の正直な誤り
2	定理の後に `#print axioms 定理名` を書き、式 (5) を確かめる	依存する定理の中の `sorry`・余分な公理・`native_decide`
3	`lean4checker` で、ビルドで保存された証明をカーネルに通し直す	カーネルの状態を扱う Lean の中核部の不具合・検査を意図的に迂回するメタプログラムや tactic

段	すること	防げるもの
4	信頼できる場所に言明だけを書き、`lake comparator` で証明を隔離して組み立て、Lean のカーネルと独立に書かれた外部の検査器の両方で通し直し、言明が一致することも確かめる	悪意ある証明・使った検査器の一部にだけある実装の不具合

隔離した照合の段はマニュアル自身が、証明の市場・高額の賞金つきの競技・意図の揃っていない AI のような、危険の高い場面のためのものと位置づけています。マニュアルはビルドの検査の段について、`sorry` を含む依存先があっても検査の印は付く、と注意しています。表 2 の `gap_from_bound'` が終了コード 0 だったのと同じ事情で、だから公理の確認の段（Lean の参照マニュアルの検査の段）が要ります。本書の Lean の札は、少なくとも公理の確認の段までを済ませた定理に付けています。

具体的な手順は次の形です。導入と版の合わせ方は 案内の「入れる」と 「配布されている証明を手元で検査する」にあります。

```
lake build                      # 段 1：プロジェクト全体を検査
lake env lean File.lean         # 一つのファイルだけを検査
#print axioms gap_from_bound    # 段 2：ファイルの中に書く
```

このサイトの Lean の記録（定理の一覧と検査の記録）は Lean の記録にあります。同じ証明でも、Lean と Mathlib の版が違うと補題の名前が変わり、通らなくなることがあります。そのため本書は検査に使った版を記録します。

表 7　この付録の例を検査した環境 計算

もの	版
Lean	4.33.1（commit `819816b2`）
Mathlib	rev `0df444a3`
機械	x86_64・4 コア・Linux。検査は低い優先度（nice 19）で実行

最後に、Lean の札の付いた文を受け取ったときに問うことを七つにまとめます。案内の「言明を読む手順」のチェックリストを、本書の読み方に合わせたものです。

1. 定理名が添えてあり、自分の手で検査し直せるか（ビルドの検査の段）。
2. `sorry` が無く、公理が式 (5) の三つの中に収まっているか（公理の確認の段）。
3. 言明に現れる定義を全部たどったか（§05 の①）。
4. 名前ではなく言明を読んだか（§05 の②）。
5. 前提を全部満たす例が一つ示されているか（§05 の③）。
6. 前提の一覧と、各前提の札が書かれているか（§05 の④・式 (8)）。

7. 実数の変数を物理の量として読む部分が、本文のどこで宣言されているか（§06・式(7)）。

七つ目が本書に固有の問いです。本書の Lean の定理の多くは、ここで質量ギャップの問題とつながり、そのつながりは Lean の札の外にあります。

09

第 19〜22・28 部と第 15 部の後半、第二巻の「本書の検討で見えていたこと」の節の宣言 — 一覧と、検査の手続き

第 19〜22・28 部と第 15 部の後半、および第二巻の「本書の検討で見えていたこと」の節（第 9・10・12・14 部）が挙げる Lean の宣言を、章ごとに一覧にします。範囲と言っていないことの詳しい形は、各部の範囲の章（20-07・21-08・15-14）と 14-02 の「この章が言えている範囲」と、定義の対応表（19-06）に在ります。

検査の手続き。どの宣言も、Lean 4 の核（カーネル）でもう一度検査し直し（核の再検査）、`sorry` が無いことと、使った公理が標準の三つだけであることを確かめています。そのうえで、証明を書いたのとは別の目で、Lean の定義と言明が本文の定義と言明と同じものを指しているか、仮定の欄が実際の対象で満たせるかを照合しています（書き手とは別の読み手による照合）。機械検査が保証するのは、書かれた言明が書かれた仮定から従うことまでです（§05 の四つの隙間）。

束。表 4g の宣言と、それらが `import` で依る全てのファイルを、一つの lake の package にまとめた束 `principia-ym-three-volumes-2026-11-13` に収めています。Lean 4 v4.33.1 と Mathlib v4.33.1、400 モジュール・約 11.5 万行で、章が挙げる宣言は 677（うち定理 455）です。`sorry`・`admit`・`native_decide`・独自の `axiom` は字句の検索で 0 です。検査の仕方（`lake build` と、宣言ごとの `#print axioms`）と、同じ名の宣言を持つために同時に `import` できないモジュールの組は、束の README に書いてあります。同じ日の先の束 `principia-ym-premise-first-2026-11-13`（317 モジュール）は、この束に全て含まれます（317 本のモジュールのファイルは同じです）。

表 4g　第 19〜22・28 部と第 15 部の後半、および第二巻の「本書の検討で見えていたこと」の節（第 9・10・12・14 部）が挙げる Lean の宣言（束 `principia-ym-three-volumes-2026-11-13`、400 モジュール）

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
19-06	強結合の側 ↔ 渦の側（測度）：$\tilde{\mu}_{N,\beta}$（`TorusRP.wilsonMeasure N β`）は、渦の側の Haar の積に重みを掛けた測度を、定義で与えた一対一の対応で写したものに等しい。定数の因子なし	$M = N$、捩れなしのときだけ。捩れた測度（背景 $n_{12} = 1$）の橋は無い	`WilsonBridge.wilsonMeasure_eq_m`
19-06	同（期待値・全質量）：可測な観測量の期待値と、全質量 $Z_N(\beta)$ が二つの側で一致	同上	`WilsonBridge.integral_wilsonMea` `WilsonBridge.wilsonMeasure_univ`
19-06	同（時間を揃えた対応）：強結合の側の時間（添字 0）を渦の側の添字 3 に重ねる対応でも測度が一致し、二つの側の格子点の面の鏡映が同じ写像になる	同上	`WilsonBridgeT.wilsonMeasure_eq_` `WilsonBridgeT.refl_toBallT`
19-06	同（渦の比）：背景の捩れなし（$n_{12} = 0$）の渦の比を、強結合の側の確率測度の期待値として書く。本の θ_M（$n_{12} = 1$）ではない	同上	`WilsonBridgeV.vortex_ratio_eq`
19-06	強結合の側 ↔ フェルミオンの側：$\tilde{\mu}_{2h,\beta}$ は純ゲージの測度 `WilsonGauge.gaugeMeasure` を添字の付け替えで写したものの $e^{6(2h)^4\beta}$ 倍	空間の一辺 $N = 2h$、$2h > 1$	`WilsonGauge.wilsonMeasure_eq_ma`
20-01	格子点の面の鏡映正値性	$(\mathbb{Z}/2M)^4$、全ての β、閉じた正の半分だけに依る有界可測な f	`TorusRP.wilson_rp`
20-01	真ん中の面の鏡映正値性	$(\mathbb{Z}/2M)^4$、$M \geq 2$、$\beta \geq 0$、ゲージ不変な有界可測な F	`MidRP.wilson_rp_mid`
20-01	四方向の格子点の面の鏡映正値性	$(\mathbb{Z}/2M)^4$、全ての β、向き ρ ごと	`PeierlsPerm.wilson_rp_dir`
20-01	鏡映の対の対称性	$(\mathbb{Z}/2M)^4$、全ての β、可測な f, g	`TorusRP.wilson_refl_symm`
20-02	有限体積の強結合の相関の減衰	狭い窓、有限の N ごと、定数に N なし、時間の距離	`TorusRP.wilson_strong_coupling`
20-02	Dobrushin の距離による共分散の減衰	$\lambda \geq 0$、$e^{\lambda} q(\beta) < 1$、有限の N、定数に N なし	`LinkSpec.wilson_cov_dist`
20-03	部分列なしの極限の定理	$\beta \neq 0$、$q(\beta) < 1$	`InfVol.wilson_infvol_unique`

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
20-03	大きさに依らない極限の定理	$\beta \neq 0$、$q(\beta) < 1$、全ての大きさ $m+1$、任意の $s(k) \to \infty$	`AllN.wilson_infvol_allN`
20-03	極限の並進不変	$\beta \neq 0$、$q(\beta) < 1$、四方向の単位の並進	`TransI.wilson_infvol_translatio`
20-03	極限点のクラスター性	$\lambda \geq 0$、$e^{\lambda} q(\beta) < 1$、どの極限点でも、四方向	`WilsonLimit.cluster_limit`
20-04	非退化つきの質量ギャップ（Dobrushin の窓）	$\beta \neq 0$、$q(\beta) < 1$、言明は極限点を一つ選ぶ（同じ評価は全ての極限点で：`WilsonLimit.wilson_massGap_dob`）、$\lVert T - P_{\Omega} \rVert \leq q(\beta)^{1/2}$、$\mathrm{Var}(F_0) \geq \frac{1}{4} e^{-12\lvert\beta\rvert}$	`WilsonLimit.wilson_massGap_dob_`
20-04	非退化つきの質量ギャップ（全ての極限点）	$\beta \neq 0$、狭い窓、全ての極限点、率 $-\log 24(1 - e^{-4\lvert\beta\rvert})$（一本にまとめた言明には入っていない）	`WilsonLimit.wilson_massGap_nond`
20-04	ゲージ不変な部門の質量ギャップ	$\beta \neq 0$、$q(\beta) < 1$、言明は極限点を一つ選ぶ、証人 $F_p = \mathrm{Re}\, U_p$	`GaugeZ.wilson_massGap_gauge_exi`
20-04	$T \geq 0$（全体の W の上）	$\beta \geq 0$、$\lambda > 0$、$e^{\lambda} q(\beta) < 1$、全ての極限点	`FullT.wilson_Tpos_full`
20-04	T の像はゲージ不変な部門に入る	$\lambda > 0$、$e^{\lambda} q(\beta) < 1$、全ての極限点	`Bind.T_range_gauge_all`
20-04	一本にまとめた言明	$0 < \beta$、$18 \tanh \beta < 1$。収束・並進・鏡映正値・二つの部門のギャップと非退化・$T[F_0] = 0$・$T \geq 0$・クラスター性	`InfMain2.wilson_infvol_main2`
20-05	Wilson–フェルミオンの重みの鏡映正値性	$m > -1$、全ての β・j、格子点の時間の面	`WilsonGauge.site_reflection_pos`
20-05	分配関数が正	全ての β・m・j	`WilsonGauge.partition_pos_wilso`
20-05	行列式の大域ゲージ不変	無条件、定数の g	`GaugeDet.physDirac_det_conj`
20-05	格子の対称性の生成元での不変	全ての N・j・m・β：大域のゲージ、四方向の並進、空間の $90°$ の回転、空間の軸の鏡映、時間の鏡映	`CubicSym.wfProb_lattice_generat`
20-05	超立方の生成元での不変	等方の格子 $N = 2h$、上に (空間, 時間) の $90°$ の回転を足したもの	`CubicSym.wfProb_hypercubic_gene`
20-05	時間の鏡映での行列式の不変	無条件（全ての N・h・m・ω）、反転 $t \mapsto 2h - 1 - t$	`CubicSym.physDirac_det_trefl`
21-01	符号の系の三本（被覆の不等式・$\mathbb{Z}_2$ の単調性・$\mathbb{Z}_2$ との比べ）	抽象の群と符号の指標。仮定の欄つきの含意	`CoveringInequality.covering_ine` `dominated_covering_ineq`・`inva`

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
21-02	薄い渦の床（比の形）	全ての実の β、$N, M \geq 1$、背景の捩れは任意：`twisted_vortex_bound` は符号つきの形 $(Z_0 - Z_1)/(Z_0 + Z_1) \leq t^{M^2}$、`_abs` は絶対値の形 $\lvert Z_0 - Z_1\rvert/(Z_0 + Z_1) \leq t^{M^2}$	`TwistedWilson.twisted_vortex_bo` `twisted_vortex_bound_abs`
21-02	薄い渦の床（指数の形）	$\beta \neq 0$：$\sigma_0 = -\ln t > 0$、$\lvert\theta_M\rvert \leq e^{-\sigma_0 M^2}$	`TwistedWilson.thin_vortex_floor`
21-04	塊の評価	$mk \leq M$、全ての実の β：$\lvert\theta_M\rvert \leq \tanh(K_{\text{eff}})^{k^2}$	`TwistBlocks.block_bound_abs`
21-03	太い渦の床	全ての $N \geq 1$、任意の $\varepsilon > 0$、十分大きい β ごとに十分大きい M：$\lvert\theta_{M+1}\rvert \leq \exp(-(M+1)^2 e^{-\beta(S_N+\varepsilon)})$	`TwistBlocks.thick_vortex_floor`
21-05	渦の最小作用の正値性	全ての $N \geq 1$：m に一様な $\delta > 0$ で $\delta \leq S_{\mathrm{v}}(N, m)$、$S_N > 0$	`VortexPos.Svortex_ge_unif` ・ `Vo`
21-05	上界の証明書 機	$S_{\mathrm{v}}(2,8) \leq 6.67401$、$S_{\mathrm{v}}(3,8) \leq 9.09321$、$S_{\mathrm{v}}(4,4) \leq 12.02057$、よって $S_N < 2N^2$（$N = 2, 3, 4$）	`VortexCert.Svortex_two_eight_le` `Svortex_three_eight_le` ・ `Svort` `SN_two_lt` ・ `SN_three_lt` ・ `SN_f` `VortexCert.Svortex_le_of_cert`
21-05	陽な指数の太い渦の床	$N = 2, 3, 4$、十分大きい β ごとに十分大きい M：指数の数 6.675・9.094・12.021	`TwistBlocks.thick_vortex_floor_`
21-06	渦の比の符号	M が偶数、全ての実の β：$Z_1 \leq Z_0$、$\theta_M \geq 0$	`HalfSplit.Z1_le_Z0` ・ `TwistBloc`
21-06	符号つきの太い渦の床	太い渦の床の範囲で $M+1$ が偶数：$0 \leq \theta_{M+1} \leq \exp(-(M+1)^2 e^{-\beta(S_N+\varepsilon)})$	`TwistBlocks.thick_vortex_floor_`
21-06	θ による Polyakov ループの対の評価	M が偶数、全ての実の β、全ての b, b'：$\lvert\langle P_b(0) P_{b'}(M/2)\rangle_0\rvert \leq 2\sqrt{\theta}/(1+\theta)$	`HalfSplit.polyakov_pair_theta`
21-06	一般の時間差の Polyakov ループの対	$M \equiv 0 \bmod 4$、全ての実の β、$0 \leq T \leq M$：$\lvert\langle P_b(0) P_{b'}(T)\rangle_0\rvert \leq 2t^{M \min(T, M-T)}$	`PolyakovT.polyakov_pair_all`
21-06	同（他の偶奇）	M が偶数 ≥ 4 で $\beta \geq 0$／N, M が偶数（$M \geq 4$）で全ての β	`PolyakovT.polyakov_pair_evenM`
21-06	距離 $M/2$ の対と薄い渦の床	M が偶数（$M = 2$ を含む）、全ての実の β：$\lvert\langle P_b(0) P_{b'}(M/2)\rangle_0\rvert \leq 2t^{M \cdot M/2}$	`PolyakovT.half_pair_tanh`
21-06	太い渦の床と合わせた Polyakov ループの対	十分大きい β ごとに十分大きい M、$M+1$ が偶数：距離 $(M+1)/2$ の対 $\leq 2\exp(-\frac{1}{2}(M+1)^2 e^{-\beta(S_N+\varepsilon)})$	`HalfSplit.polyakov_pair_floor`
15-12	上の側	全ての段 k、$\omega(q) > 0$ の全ての $q \in \mathbb{R}^4$	`OSUpQpos.os_up_Qpos` ・ `OSUpQpos`
15-12	下の側	同上（別名で閉じた族）	`HsSplit.lower_side_c`

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
15-12	伝播関数の挟み	同上、定数は k・q に一様	`LatticeRec.lattice_bracket`・`OneStepLower.bracket_Qpos_free`・`NearAliasB.bracket_Qpos_split`
15-12	一段の縮み	全ての q	`OneStepBridge.Mfam_P_le_row`
15-12	段に一様な縮み	全ての段 k、全ての q	`TorusLam.stage_tau_17`
15-12	Γ_k の収束	全ての段、定数は段と運動量に一様	`AliasPoinc.coupling_converges_`
15-13	局所性・ゲージの共変性	$r_0 > 0$、$\lvert g\rvert = 1$	`BoxWalk.boxMap_local`・`BoxWalk`
15-13	線形化	$0 < r_0 \le 1$、$\varepsilon M \le 1/32$	`BlockLinearKernel.blockMap_exp_`
15-13	押し出しの共分散	任意の測度（意味を持つのは二次の積率があるとき）、一つの色	`PushCov.lattice_pushCov`
15-13	面の共分散	全ての段 m、$N \ge 2$。線形化したブロック化で自由場を押した場	`LatticeFace.lattice_face_T1h`
22-01	チェス盤の評価	$N = 2m$（$m \ge 1$）、全ての実の β、単位の立方体の関数	`FoldWilson.wilson_chessboard_ev`
22-01	体積に一様な稀さ	$\beta \ge 81$、$m \ge 2$、面の任意の集合 X。q_1 は N・X に依らない	`FoldCap.rarity_explicit`
22-01	率 $1/4$ の稀さ	$0 < y \le 2$、存在する β_0 以上、$m \ge 1$	`FoldQuarter.rarity_uniform4`
28-01	部分列の極限と、極限に移る性質（仮定の欄つきの含意）	仮定の欄は 28-01 の表のとおり	`WeakUltravioletExistence.exists`・`limit_consistent`・`BlockConclu`・`ChainBlockMap.chain_end_to_end_`・`continuous_blockMap`、`BoxWalk.`・`chain_end_to_end_box_wilson2`
28-02	終点を合わせた歪積の軌道の収束（仮定の欄つきの含意）	一段の写像は抽象の歪積で、格子からは定義されていない（28-02 §08）	`SkewOrbit` の 13 本（`step`・`IsO`・`two_point_bound`・`midpoint_adm`・`coarse_step`・`coarse_cauchy`・`coarse_rate`・`limit_independen` 中点の版）、`SkewOrbitProbe.theta`・`rate_window`・`one_step_after` は `WeakUltravioletExistence.tendst`・`weak_uv_observable_full`
28-03	減衰から質量ギャップへ・帯の還元（仮定の欄つきの含意）	仮定の欄は 28-03 の表のとおり。強結合の窓の中では欄が全て払える	`OSGap.massGap_of_measures_sub`・`OSGap.Datum.hasMassGap_of_decay`・`BandReduction.band_reduction`、

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
20-06	強結合の面積則（有限体積）：原点を角とする向き 1・2 の長方形の縁の Wilson ループの期待値が、長方形の面積について指数で小さい（式は 20-06 の (3)）	四方向が同じ大きさのトーラス、β は 0 以上、強結合の窓（4096 の窓）の中、長方形の二辺は 1 以上で格子の一辺より小さい。率と前の因子は格子の大きさにも長方形の大きさにも依らない。一辺の 2 倍が格子の一辺以下のときの指数が面積そのものの形は area_law_wilson_area	`AreaLaw.area_law_wilson` ・ `area`
20-06	同（任意の角と向きの長方形）	同上。Wilson 測度の並進と向きの入れ替えでの不変から	`AreaLaw.area_law_wilson_general` `wilson_cfgShift_invariant` ・ `ex`
20-06	同（定数を締めた版、指数を二つの向きの大きいほうにした版）	β は 0 以上、締めた窓（441 の窓）の中。前の因子と率の定数だけが違う。窓の外・一般のループ・Wilson ループの下界は言っていない	`AreaLaw.area_law_wilson_sharp` `area_law_wilson_general_sharp` `area_law_wilson_max_sharp`
20-06	強結合の面積則（無限体積）：極限の測度で、原点を角とする長方形の縁の Wilson ループの期待値が面積について指数で小さい	β は正、20-03 の部分列なしの極限の窓と 4096 の窓の交わり、全ての辺の長さ。全ての極限点でも（β は 0 以上、4096 の窓）。締めた定数・任意の角と向きの無限体積の版は無い	`AreaLaw.area_law_infvol` ・ `area` `area_law_limit_sub` ・ `zRectWord`
20-06	面積則の証明の部品：正の混合、支配の補題、符号の反転と mod 2 の双対で消える項、極小の面の集合の連結性・面積の下界・数え上げ、長方形の道の定義	各宣言の言明のとおり（20-06 §05〜§08）。張る面の集合の族は定義の中に具体に置かれ、仮定ではない	`AreaLaw.rectWord` ・ `rectWordG` ・ `rectWord_one_one` ・ `abs_wordExp` `exp_eq_mix` ・ `mixVar_mem` ・ `prod` `integral_mul_prod_one_add` ・ `ZX` `sum_superset_le` ・ `q_eq` ・ `flipZ` `wordHol_flip` ・ `hol_eq_wordHol` `integral_word_mul_prod_eq_zero` `not_mem_span_iff_exists_sep` ・ `rect_closed_cases` ・ `minSpan_re` `card_ge_of_spans_rect` ・ `wordBd` `card_conn_le` ・ `card_rootP_le` ・
20-06	渦の自由エネルギーの上界（等方のトーラス）：中心の捩れを一つ入れた分配関数と通常の分配関数の差が、捩れの面の面積について指数で小さい	四方向が同じ大きさのトーラス、β は 0 以上、4096 の窓（締めた版は 441 の窓）。面積あたりの率は格子の大きさに依らない。前の因子（横の面積）は残る。差の符号の向き・窓の外は言っていない	`VortexStrong.vortex_floor` ・ `vo` `vortex_floor_rel` ・ `vortex_floo`
20-06	同（横 N・縦 M のトーラス）	β は 0 以上、441 の窓（締めない版 vortex_floor_MN は 9216 の窓）、全ての背景。差は縦の平面の面積について指数で小さく、面積あたりの率は横の大きさにも縦の大きさにも依らない。前の因子（横の面積）は残る	`VortexStrongMN.vortex_floor_MN_`

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
20-06	渦の上界の証明の部品：よい集合・悪い集合、捩れの置き場に依らないこと、悪い集合の大きさの下界と連結性	各宣言の言明のとおり（20-06 §07・§08）	`VortexStrong.Good` ・ `ZM_gauge` ・ `good_twist_iff` ・ `card_bad_ge` ・ `plane_bad` ・ `VortexStrongMN.car`
21-07	渦の比の連続と、結合 0 での値：捩れた分配関数と渦の比は結合について連続で、結合 0 で分配関数は 1、渦の比は 0	横 N・縦 M は 1 以上で止める、全ての実の結合	`ThetaTuning.ZW_continuous` ・ `th` `ZW_zero` ・ `thetaM_zero`
21-07	合わせの弱い形：目標の値が 0 以上で、ある結合での渦の比以下なら、0 からその結合までの間に解と、その中の最大の解が在る	格子の大きさを止めて。最大はその区間の中の最大	`ThetaTuning.tuning_exists` ・ `tu`
21-07	直交する二つの面に捩れを一つずつ持つ箱に、平らな配位は無い（離散の Stokes と四元数の代数から）	全ての N, M（1 以上、退化した格子を含む）、仮定なし。片方の捩れだけの背景では平らな配位が在る	`TwistFlat.no_flat_twist11` ・ `FlatStokes.torus_commutator` ・ `ThetaLimit.flat_exists_10`
21-07	最小の欠けは正で、ある配位で達せられる	全ての N, M（1 以上）、仮定なし。陽な値は言っていない	`TwistFlat.defect11` ・ `defect11_` `ThetaLimit.Smin`
21-07	欠けの一様な下界：対称な箱では、欠けが横の大きさに依らず 1/2 以上	全ての N, M（1 以上）と全ての配位、仮定なし。片方の捩れの背景では正の下界は無い。最小の欠けの真の値は言っていない	`TwistFloor.defect11_ge_two` ・ `d` `defect11_uniform_half` ・ `Smin_s` `QuadFloor.quad_floor_two` ・ `FlatStokes.approx_torus_commuta`
21-07	渦の比は、格子を止めて結合を大きくすると 1 に近づく。値の範囲は −1 より大きく 1 以下	格子の大きさを止めて。下界の定数は格子の大きさに依り、陽な値は無い。速さが格子の大きさに一様なことは言っていない	`ThetaLimit.tendsto_theta_one` ・ `Z10_ge` ・ `volV_pos` ・ `ratio_tend` `theta_gt_neg_one` ・ `theta_le_on`
21-07	流束の自由エネルギーの傾き：二つの捩れた分配関数の対数比を結合で割ったものは、最小の欠けに近づく	格子の大きさを止めて、結合を大きくする極限。対称な箱では極限は 1/2 以上。有限の結合での一様な評価は言っていない	`ThetaLimit.tendsto_logratio_div` `TwistFloor.logratio_limit_half`
21-07	渦の比の合わせ：0 以上 1 未満の全ての目標の値に、渦の比をその値にする結合が在り、解の集合に最大の元が在る	格子の大きさを止めて。目標が正なら最大の解も正。単調性・解の一意性・横の大きさと結合を同時に動かす列は言っていない	`ThetaLimit.tuning_all` ・ `tuning_` `exists_theta_gt` ・ `sanity_half` `thetaLow_mono` ・ `envelope_max_s`
14-02	辺 3・中心の設計のブロック写像：粗いリンクを、ブロックの中心を通る道の族の一様な平均で作る（定義）	道の添字は 1944 通り、重みの和は 1。本書の検討の本線の設計（辺 2）ではない	`Block3.paths` ・ `wts`

章	定理・定義	範囲	Lean の宣言
14-02	同：写像は格子点の面の鏡映とゲージ変換なしで交換し、断面を横切るリンクの符号の反転は粗いリンク一本だけを反転する	一段と全ての段、球の値で	`Block3.blockMap_refl_cfg`・`dow` `down_flipSet`・`down_local`
14-02	同：押し出した Wilson の測度の、格子点の面での鏡映正値性	SU(2) の Wilson の測度（正規化の有無どちらも）を辺 3 の写像の何段かの合成で押し出したもの、全ての実の β、両端の粗い格子点の二枚の面の間に厳に入る粗いリンクだけに依る有界可測な関数（ゲージ不変は課さない）。リンクの真ん中の面の版・無限体積・質量ギャップは言っていない	`Block3.rp_push`・`rp_push_prob`
14-02	同：写像は粗い並進と、境の面の鏡映と交換する	一段と全ての段。格子の対称の範囲	`Block3.blockMap_trans`・`down_t`
14-02	同：合わせた列の存在。押し出した測度の粗い面の平均の期待値は、結合 0 で 0、結合を大きくすると 1 に近づき、その間の目標の値に合わせる非負の結合が各段で在る	辺 3 の設計の上で、retract の閾は 1 以下、合わせる段の粗い格子の一辺は 2 以上、目標の値は 0 以上 1 未満（仮定は設計の値と算術だけ）。結合の単調性・発散・一意性は言っていない	`Block3.Y3_zero`・`tendsto_Y3_on`
10-01	本書の今の設計（辺 2）で、押し出した測度の粗い面の平均の期待値は結合について連続で、二つの結合の値の間の目標に解が在る	段と粗い面ごとに。合わせた列が全ての段で在ることは、この二つからは言っていない	`TunedCoupling.continuous_Yc`・
9-05	本書の今の設計（辺 2）で、押し出した Wilson の測度は粗い並進で不変	結合の列に仮定なし。各段について、細かい側の段を十分大きく取ったとき、有界連続な関数について	`TunedCoupling.hsym_translation`

この章が言えている範囲

言えていること	言えていないこと
表 1・表 2・図 1 の出力は、この端末の Lean 4.33.1 と Mathlib（表 7 の版）で七つの小さなファイルを検査した結果そのもの。	ほかの版で同じ出力になるとは言っていない。特に `native_decide` の公理の名前は版で変わる。
Lean の札は前提から結論への矢印を保証する（式 (1)）。`sorry` は警告だけで通り、`#print axioms` で見つかる（表 2）。	Lean の論理そのものの健全性や、カーネルに不具合が無いことは、この付録では確かめていない（参照マニュアルの言うカーネルの再検査の段・隔離した照合の段は、この付録の例では行っていない）。

言えていること	言えていないこと
四つの隙間のうち名前と空虚な真は、実際に通る例で示した（表 2 の最後の二行）。	本書の個々の定理に隙間が無いことは、この付録では確かめていない。前提と読みは 23-13 の各行で読む。
この端末の Mathlib のソースに、格子ゲージ理論の語（Wilson loop・plaquette・Yang–Mills など）は現れない。	語が無いことは、同じ内容が別の名前で定義されていないことの証明ではない。
札の決め方（図 2・表 5）は本書の約束の言い換え。	札は保証の種類を示すもので、文の重要さや確からしさの順位ではない。
本書の Lean の定理は、四次元のヤン–ミルズ理論の存在も質量ギャップも示していない（23-16）。四次元の存在は 2026 年に公開された構成で、Lean で証明されている、と委員会が評価した（6-00）。質量ギャップは示されていない。	

出典と再現

もの	種別	出典・道具
表 1・図 1（ゴールの状態）	計算	Lean 4.33.1＋Mathlib：`e1_gap.lean`（各手の後に `trace_state`）を `run.sh` で検査し、出力を写した
表 2（七つのファイルの終了コード・警告・公理・時間）	計算	python3：`table.py` が `run.sh` で `e1`〜`e7` の七ファイルを順に検査し、`results.json` に残す。秒の列はその一回分
寄り道「実数を使うと三つの公理が出る」の観察	計算	Lean 4.33.1＋Mathlib：`e8_real_probe.lean`（中身の無い定理と、`Real`・`CauSeq.Completion.Cauchy`・`Real.instZero` などに `#print axioms`）
Mathlib のソースの語の数	計算	`mathlib_grep.sh`（8,311 ファイルを大小文字を区別せずに検索）
表 7（版）	計算	`lean --version` と `lake-manifest.json` の Mathlib の rev（`versions.txt`）
検査の四段・「正しい証明があるか」と「言明が何を意味するか」を区別せよ・ビルドの検査の段の印は依存先の `sorry` があっても付く・標準の三つの公理・4.28.0 以前の共通の公理 `Lean.ofReduceBool`（その奥に `Lean.trustCompiler`）と 4.29.0 からの呼び出しごとの専用の公理	既知	Lean Reference Manual, “Validating a Lean Proof”（lean-lang.org/doc/reference/latest/ValidatingProofs/）。本文を読んだ
`native_decide` は呼び出しごとに専用の公理を作る	既知	Lean Reference Manual, “Axioms”（lean-lang.org/doc/reference/latest/Axioms/）。本文を読んだ。表 2 の出力と一致
Lean 4	既知	L. de Moura, S. Ullrich, “The Lean 4 Theorem Prover and Programming Language”, CADE-28, LNCS 12699 (2021), doi:10.1007/978-3-030-79876-5_37。書誌のみ

もの	種別	出典・道具
Lean（最初のシステム記述）	既知	L. de Moura, S. Kong, J. Avigad, F. van Doorn, J. von Raumer, “The Lean Theorem Prover (System Description)”, CADE-25, LNCS 9195 (2015), doi:10.1007/978-3-319-21401-6_26。書誌のみ
Mathlib	既知	The mathlib Community, “The Lean Mathematical Library”, CPP 2020, doi:10.1145/3372885.3373824, arXiv:1910.09336。書誌のみ
四つの隙間の分類・言明を読む手順・在庫の三分類	このサイトの記事	案内 08・09・10
本書の定理の型の層（46 定理・23 個が実数だけ・3 個がゲージ場）	計算（他章）	23-13 Lean の言明と機械検査の限界
札の凡例と、5-11 の論文の札の分かれ方	本書の約束	0-01・5-11
カリー–ハワード対応の呼び名	既知	一般的な呼び名として。来歴は 案内 13 に譲り、ここでは年号・帰属を述べない

次に読む章：A-05 この本の作り方 — 札を付ける前に、文と数値をどう確かめたか。

この本の作り方 — 札と出典表は、文がどの段まで確かめられたかの記録

> この章は案内です（この本の作り方と確かめ方）。

この章で分かること — 一つの文が本文に載るまでに通る七つの段と、各段が拾うもの・拾わないもの（図 1）。
出典表の「本文」「要旨」「書誌のみ」の意味と、反証検査で判定のおよそ半分が訂正だったこと（この端末で数えた表つき）。
札「計算」の約束、章をまたいで記号と名前を揃える段、組み立ての機械的な検査、そしてこの手順が保証しないこと。

前提となる章 — なし。札の凡例（0-01）を先に見ておくと読みやすくなります。Lean による機械検査の手順はこの付録では扱わず、A-04 にあります。

先に言うこと — この付録が説明するのは、誤りを減らすための手順であって、正しさの保証ではありません。この本は専門家の査読を経ていません。また、この本のどの段も、四次元のヤン–ミルズ理論の存在や質量ギャップを示していません。四次元の存在は 2026 年に公開された構成で、Lean で証明されている、と委員会が評価しました（6-00）。質量ギャップは示されていません。

この章の順序

1. この付録の役割 — 札と出典表は信じてよい範囲を測る目盛り・その目盛りを刻んだ手順
2. 一つの文が通る道 — 七つの段と、各段が拾うもの・拾わないもの（図 1・表 1）
3. 一次資料と照合する — 本文・要旨・書誌のみの三段（表 2）・寄り道：伝聞の形で書くということ
4. 反証を探す — 別の読み手が「強すぎないか」を見る・判定の内訳と訂正の型（表 3・表 4）
5. 計算を再現できる形にする — 札「計算」は有限の範囲・規約を書く・数分で終わる規模

6. 札を付ける — どの段まで通ったかの記録・部ごとの札の構成（図 2・表 5）
7. 章をまたいで揃える — 記号・規約・名前・重複・確定度の五つ
8. 組み立てて機械的に検査する — 数式の事前描画・リンク・禁則の語（表 6）
9. この手順が保証しないこと — 査読ではない・未入手の本文・有限の計算・開いたままの問題

01

この付録の役割 — 信じてよい範囲を、読者が自分で測るために

教科書の文は、読者がそのまま信じることを前提に書かれがちです。この本はそうしません。文ごとに札を付け（0-01 の凡例）、出典表に「本文を読んだか」「要旨だけか」「書誌だけか」を書き、計算は手元で再現できる形で残します。札と出典表は、読者が「この文はどこまで信じてよいか」を自分で測るための目盛りです。正確には、札は文がどの段まで確かめられたかの記録で、正しさの程度を数で表すものではありません。

目盛りは、それを刻んだ手順が分からなければ読めません。たとえば「既知」の札が付いた文でも、一次資料の本文と逐語で照合したのか、総説の記述を写したのかで、重みが違います。この付録は、その手順を読者の側から説明します。どの段で何を確かめ、何を確かめていないかを、段ごとに書きます。

流れを一行で書きます。

調べる → 一次資料と照合する → 反証を探す → 計算を再現する → 札を付ける → 章

七つの段はどれも、前の段が見落とすものを拾うために置いてあります。ただし、どの段も「正しいこと」を保証しません。保証しないことは §09 にまとめます。

例。第 5 部の「Wilson 作用は反射正値性を持つ」という文には「既知」の札が付き、出典表に Osterwalder–Seiler の論文が挙がっています（5-03）。「既知」の札は、一次資料で確かめた既知の結果であることを示します。どの深さで確かめたか（本文・要旨・書誌のみ）は出典表に書き、この例の出典表には「要旨を確認、本文は未確認」とあります。反証検査（§04）を通ったかどうかは、札では区別しません。出典表に「書誌のみ」とあれば、照合は書誌の段で止まっています。

Lean による機械検査の手順は、この付録では扱いません。それは A-04 にあります。札の決め方（一つの文に一つの札・鎖の強さは最も弱い段）も A-04 §07 が正本です。

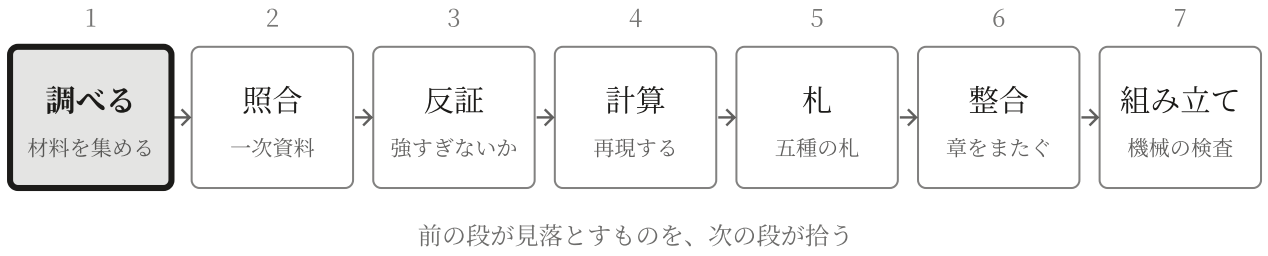
02

一つの文が通る道 — 七つの段

一つの文が本文に載るまでに通る段を、図１に並べました。つまみを動かすと、その段が何を拾い、何を拾わないかが下に出ます。

段の順番には理由があります。照合の段（段 2）より前に反証の段（段 3）を置くと、反証する側が何と比べればよいか分かりません。札の段（段 5）を照合の段と再現の段のあとに置くのは、札が「どの段まで通ったか」の記録だからです。整合の段（段 6）と組み立ての段（段 7）は章を一つずつ見ていては拾えない誤りのための段で、部が揃うたびに（最後は本全体で）通します。

図１　つまみで段を選ぶと、その段が拾うもの・拾わないものが下に出る。選んだ段の枠が太くなる



段 1／7 調べる　拾う：主題ごとの文献・既知の結果・数値の候補。 拾わない：候補の正しさ（ここでは候補を集めるだけ）。

表１は図１と同じ内容です（図は模式図で、数値を含みません）。

表１　七つの段が拾うもの・拾わないもの

段	段の名前	拾うもの	拾わないもの
1	調べる（調べる段）	主題ごとの文献・既知の結果・数値の候補	候補の正しさ（ここでは候補を集めるだけ）
2	一次資料と照合する（照合の段）	書誌の誤り・引用の言い換えすぎ・帰属の取り違え	一次資料そのものの誤り・入手できなかった本文の中身
3	反証を探す（反証の段）	資料より強い言い方・確定度の格上げ・条件の書き落とし	照合した読み手と反証する読み手が同じ誤解をしている場合
4	計算を再現する（再現の段）	数値の写し間違い・規約の取り違え・有限の範囲で反例があること	計算した範囲の外で成り立つかどうか
5	札を付ける（札の段）	「証明された」と「予想」と「数値的に支持」の混在	札の判断そのものの誤り
6	章をまたいで揃える（整合の段）	記号・名前・規約の食い違い・同じ名前で違う文を指すこと・重複	全章が同じ向きに誤っていること
7	組み立てて機械的に検査する（組み立ての段）	描画できない式・切れたリンク・禁則の語・埋め忘れ	内容の誤り（機械は意味を読まない）

03

一次資料と照合する — 本文・要旨・書誌の三段

この本が「一次資料」と呼ぶのは、結果を最初に述べた論文、または問題文そのものです。総説や教科書は、一次資料への道案内として使い、一次資料の代わりにはしません。年号と帰属（誰がいつ何を示したか）は、記憶で書かず、資料の上で確かめます。

照合には深さが三段あり、出典表にはどの段まで届いたかを書きます。

表 2　照合の深さと、出典表での書き方

深さ	何を読んだか	出典表の書き方	本文で書けること
本文	論文の本文（公開の PDF など）を読み、該当箇所を逐語で確かめた	著者・年・誌名か arXiv 番号・節	資料が述べた強さそのまま
要旨	要旨（論文データベースの abstract）だけを読んだ	同上＋「要旨で確認」「要旨のみ」など（表記は章によって少し違う）	要旨に書かれた範囲まで
書誌のみ	著者・題・誌名・年が実在することだけを確かめた	「書誌のみ」	他の資料が「〜とした」と伝える形まで

逐語の確認は、引用符で囲んだ原文が資料の中に文字どおり在ることを、検索で確かめる作業です。訳した文を本文に置くときも、照合は原文で行います。

例。Clay 研究所の問題文（Jaffe–Witten）は公開の PDF の本文で照合しました。問題の要求は原文で次のとおりです。

> “Prove that for any compact simple gauge group G, a non-trivial quantum Yang–Mills theory exists on $\mathbb{R}^4$ and has a mass gap $\Delta > 0$.”

この文は 0-03 が一語ずつ読みます。本文で照合したので、0-03 は「存在」「非自明」「質量ギャップ」の各語を、問題文の強さのまま使えます。

一方、要旨しか読めなかった論文については、要旨にある主張は「要旨で確認」と書き、要旨に無い主張は本文に持ち込みません。節の番号も同じで、要旨が節に触れていなければ、どの節に書いてあるかは本文を読むまで分かりません。

例。Wilson–Kogut の総説（Phys. Rep. 12 (1974) 75）の要旨は一文だけで、節には触れていません。そこでこの本は、ある話題が「Wilson–Kogut の §10 で述べられている」とは書かず、出典表に「§10 は未確認」と書きます。

寄り道：伝聞の形で書くということ

飛ばしてよい。スピン 2 以下の場（重力子を含む超重力）で超対称性を実現できる時空の次元の上限が 11 である、という事実は、Nahm の 1978 年の分類の帰結として広く知られています。ところが、その論文の要旨には 11 という数が出てきません。本文を入手できないあいだ、この本は「Nahm の分類の帰結として知られる」と書き、結論を Nahm の論文に直接帰属させません（17-05）。事実が疑わしいのではありません。この本がどの段まで確かめたかを、文の形で正直に示すためです。正確には、伝聞の形は「誤りかもしれない」という印ではなく、「照合が本文に届いておらず、要旨にはその数が無い」という印です。

04

反証を探す — 別の読み手が「強すぎないか」を見る

照合を済ませた材料は、別の読み手に渡します。その読み手の仕事は確認ではなく、反証です。「この文は資料が言うより強くないか」「確定と書いたが、条件が要るのではないか」「この書誌は実在するか」を、もう一度一次資料に当たって探します。判定は三つです。

- **確認**（confirmed）：資料と照らして、書かれた強さのままでよい。
- **訂正**（corrected）：弱める・条件を足す・書誌を直す必要がある。訂正の文面を添える。
- **確かめられない**（unverifiable）：一次資料に届かず、どちらとも言えない。伝聞の形に下げる。

章を書く段では、訂正をすべて反映することが決まりです。訂正を受けた材料を、訂正前の強さで引くことはしません。

表 3 は、主に第 7 部〜第 23 部（一部は第 0・4・5 部の章）が使う六つの材料について、判定の数を数えたものです。第 1〜5 部の多くの章は、この反証検査の材料を経ていません。

表 3　材料ごとの反証検査の判定（2026-10-01 時点の材料を数えた） 計算

材料の主題	確認	訂正	確かめられない	訂正の割合
物理の言葉と数学の言葉の辞書	25	20	0	44%
余剰次元とゲージ場の出所	16	12	1	41%
物理の見方（閉じ込め・格子の数値・ホログラフィー）	25	17	0	40%
本書の検討の整理	7	14	0	67%
次元ごとの現在地	25	8	0	24%
構成的場の理論の現在地と新しい概念の候補	16	29	0	64%
計	**114**	**100**	**1**	**47%**

読み方。判定のおよそ半分が訂正です。訂正の割合が最も高いのは「本書の検討の整理」で、この材料では訂正が 21 件中 14 件と多く、記録より強い言い方を弱めるものや、落ちていた条件を書き足すものが目立ちました。逆に、次元ごとの現在地のように定理の一覧に近い材料は、訂正が少なめです。

訂正の中身を語で四つの型に振り分けたのが表 4 です。振り分けは訂正の文面に現れる語による機械的なもので、一つの訂正が複数の型に入ることがあります。

表 4　訂正 100 件の型（語による機械的な振り分け・重複あり） 計算

型	手がかりの語	件数	典型
強さ	強すぎ・格上げ・示した・限定	39	「示した」を「提案した」に下げる・「確定」を「条件つき」に
出典の水準	要旨・本文・未入手・未確認	34	要旨に無い主張を「本文未入手」と書き直す
数値・符号	数値・係数・符号・桁	15	係数の規約（どの β か）を書き足す
書誌	書誌・巻・頁・著者・誌名	12	共著者の欠けなど、著者の並びの訂正
上のどれにも当たらない	—	30	補足・言い換えの提案

例。 Clay の問題文 §6.5 が述べるのは「次元正則化や Pauli–Villars など多くの正則化では反射正値性が失われ、それを回復する方法は少ない」ということで、連続的な正則化を一律に否定してはいません。この本はこの強さで引き、「連続的な正則化は反射正値性を保たない」とは書きません。反証の段が拾うのは、このように資料より一段強くなった要約です（正則化と反射正値性は 4-10・5-03）。

05

計算を再現できる形にする — 札「計算」の中身

本文の数値のうち、この端末で計算し直せるものは計算し直し、札「計算」を付けます。計算はすべて短いプログラム（Python）で、章ごとに残してあります。出典表の「道具」の欄にその名前を書くので、同じプログラムを走らせれば同じ表が出ます。

札「計算」が意味するのは、**この端末で、書かれた範囲について確かめた**ことです。式で書くと、ある性質 $P(n)$ を有限個の n について確かめたことは

$$P(n_1) \wedge P(n_2) \wedge \cdots \wedge P(n_k) \qquad \text{であって} \qquad \forall n\, P(n) \text{ ではない}$$

という区別になります。左は計算で、右は定理です。計算の札が付いた文を定理として引くことはしません。

計算には三つの約束があります。一つ目は、図の中で数値を作らないことです。動く図の数値は、あらかじめ計算した表を埋め込むか、その場で計算できる簡単な式（回転・級数の部分和など）に限ります。二つ目は、規約を書くことです。格子の結合 β の定義や跡 tr の規格化が違うと同じ量が数倍ずれるので、計算の前提に規約を明記します（規約の換算は 5-01 と A-01）。三つ目は、普通の計算機で数分以内に終わる規模にすることです。読者が再現できない計算は、札の意味を失うからです。

例。この付録の表 3・表 4・表 5 も計算です。材料と章ページを読んで数を数えるプログラムを一本書き、その出力を写しました。この本の全体では、章ごとの計算の置き場が 100 を超え、プログラムは数百本あります。

06

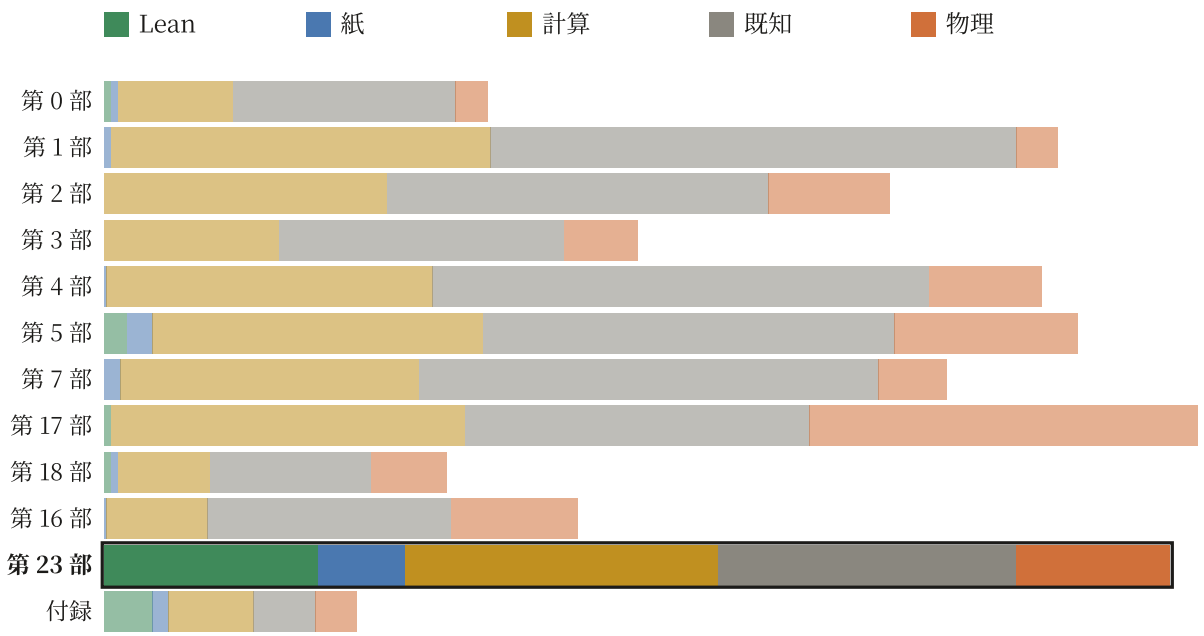
札を付ける — どの段まで通ったかの記録

札は、文がどの段まで通ったかを読者に伝える記録です。照合だけで止まった文には「既知」、手元で再現した数値には「計算」、物理では受け入れられているが証明の無いものには「物理」、という具合です。五つの札の意味と、札が保証しないことは 0-01 §03 の表にあります。

札を付けるときの規則は二つです。一つの文には一つの札を付けます。そして、いくつかの段を経てつながった主張では、最も弱い段の札を全体に付けます（A-04 §07）。たとえば Lean で検査した不等式に、仮定として数値を入れて結論を出したなら、結論の札は「計算」か「物理」です。札を強い側に寄せることはしません。

図 2 は、この本の章ページに現れる札を部ごとに数えたものです。部によって札の構成がはっきり違います。

図 2　部ごとの札の数。「割合で見る」で各部を 100% にそろえる。つまみで部を選ぶと、その部の内訳が下に出る



第 23 部（計 464）：Lean 93（20%）・紙 38（8%）・計算 136（29%）・既知 130（28%）・物理 67（14%）

計算 この図の数値はこの端末で計算した（2026-10-01 時点の章ページ 110 章（この付録自身は除く）を数えた。凡例の表に置いた札も数える。章が増えれば数は変わる）。

表 5　部ごとの札の数・図の数・「書誌のみ」の出現数（2026-10-01 時点） 計算

部	章	Lean	紙	計算	既知	物理	図	書誌のみ
第 0 部 入口	4	3	3	50	97	14	8	11
第 1 部 数学の準備	12	0	3	165	229	18	40	40
第 2 部 物理の準備	10	0	0	123	166	53	28	41
第 3 部 古典論	7	0	0	76	124	32	13	20
第 4 部 量子論	12	0	1	142	216	49	23	45
第 5 部 格子	11	10	11	144	179	80	22	25
第 7 部 構成的場の理論	12	0	7	130	200	30	24	51
第 17 部 物理の側から	13	3	0	154	150	169	28	60
第 18 部 二つの言葉の辞書	5	3	3	40	70	33	7	14
第 16 部 現在地と課題	5	0	1	44	106	55	10	14
第 23 部 本書の検討の記録	14	93	38	136	130	67	25	47
付録（A-01・A-02・A-03・A-04・A-06）	5	21	7	37	27	18	10	20
計	**110**	**133**	**74**	**1241**	**1694**	**618**	**238**	**388**

読み方。札の大半は「既知」と「計算」です。この本の多くは既知の数学と物理の解説で、そこに手元で再現した数値を添えているからです。「物理」が最も多いのは第 17 部で、閉じ込めの機構や弦の絵のように、物理では受け入れられているが定理ではない話が中心だからです。

「Lean」の札は第 23 部に集まっています。ただし、その Lean の定理の多くは実数の不等式や有限の和についての文で、四次元のヤン–ミルズ理論の存在や質量ギャップを示したものではありません（23-16・A-04 §06）。

07

章をまたいで揃える — 記号・名前・規約

章を一つずつ検査しても、章と章のあいだの食い違いは拾えません。たとえば、ある章で $\beta = 2N/g^2$、別の章で $\beta = 1/g^2$ と書けば、どちらの章も単独では正しくても、読者は同じ β だと思って読み、数値が合わずに迷います。そこで、部が揃うたびに、部をまたいで読む段を通します。

この段で見るものは五つです。

1. **記号**：同じ量に同じ記号を使っているか。基準は A-01 の記号表です。
2. **規約**：結合 β・跡の規格化・格子の計量が章によって違うとき、換算が書いてあるか（5-01）。
3. **名前**：一つの名前が、章によって違う文を指していないか。たとえば第 23 部の拡散型緩和時間の仮定は、どの長さで測るか・どの正規化で測るか・冪で言うか帯で言うかで、八通りの読み方ができます。読みごとに名前を割り当てて固定し（冪の水準を拡散型緩和時間の仮定、帯の文を帯の形の拡散型緩和時間の仮定と呼び分ける。A-06）、他の章はそこにリンクして同じ名前を使います。仮定の一覧は A-06 にあります。
4. **重複**：同じ説明が二つの章にあるとき、一方を正本にし、他方は一行の要約とリンクにする。
5. **確定度**：同じ対応を、ある章は「確定」、別の章は「条件つき」と書いていないか。辞書の部では、定義として対応すること（確定し得る）と、四次元のヤン–ミルズ理論で実際に成り立つこと（未確定）を二つの列に分けて書きます（18-01）。

食い違いが見つかったら、どちらか一方に揃えます。揃えられない食い違い（たとえば文献によって規約が本当に違う場合）は、食い違いとして本文に書きます。

例。第 23 部の C_P は、ゆらぎが均されるのにかかる時間の目安になる数です（定義は 1-10・23-01）。同じ C_P の記号で、何についてのゆらぎかによって違う数を指せてしまいます（ある時刻の場についてか、時間の向きを含めた経路全体についてか）。自由場では一方が他方の二乗の 4 倍なので、取り違えると冪が二倍になります。これがこの段で区別する例で、本の全体で二つを別の量として書きます（23-01）。

08

組み立てて機械的に検査する — 機械に任せられるもの

最後の段は機械が行います。章ページを組み立てる道具は、次のことを全章について機械的に行い、引っかかったものを報告します。

表 6　組み立ての段の機械的な検査

検査	何を見るか	見ないこと
数式の描画	TeX で書いた式を KaTeX で静的な HTML に描画し、描画できない式を報告する	式の数学的な正しさ
リンクと見出し	章の間のリンク先のファイルと見出しの `id` が実在するか	リンク先が話の流れに合っているか
禁則の語	実名・パス・内部の番号・埋め忘れの印が残っていないか	言い方の強さ（これは人と反証の段が見る）
雛形	図の枠に使ってはいけない class 名（`fig`）が残っていないか	図の中身
PDF	部ごとに印刷用の PDF を作る（動く図は初期状態の静止画で入る）	印刷で読みやすいか

数式を読者のブラウザではなく組み立ての段で描画するのは、読者の側で JavaScript が要らず、印刷や PDF にしても崩れないようにするためです。動く図だけが JavaScript を使い、JavaScript が無効でも、図の下の表で同じ内容が読めるようにしてあります。

機械の検査は意味を読みません。この段を通ったことは、ページが壊れていないことの保証であって、内容の保証ではありません。言い方の強さ・札の選び方・出典の深さの判断は、機械に任せず、照合と反証と整合の段で人と書き手が読みます。

09

この手順が保証しないこと

七つの段を通っても、誤りは残り得ます。この本の限界を、手順の側から書いておきます。

専門家の査読を経ていません。反証の段の読み手は、書き手とは別の読み手ですが、学術誌の査読者ではありません。この本の調べ・下書き・反証の多くは、このサイトの AI の書き手が行い、人が方針を決め、公開前に読んでいます。同じ種類の読み手は、同じ誤解を共有することがあります。反証の段が拾えないのは、まさにその誤りです（表 1 の「反証を探す」の行）。

入手できなかった本文の中身は確かめていません。出典表に「書誌のみ」「要旨で確認」とある文献については、本文に何が書いてあるかを、この本は知りません。表 5 の「書誌のみ」の

数は、その範囲の大きさの目安です。

計算は有限の範囲です。札「計算」の付いた数値は、書かれた範囲で手元の計算が出したもので、範囲の外や連続極限について何も言いません（§05）。

質量ギャップの問題は開いたままです。この本のどの段も、四次元のヤン–ミルズ理論の存在や質量ギャップを示したものではありません。四次元の存在は、2026 年に公開された構成が示し、Lean で証明されている、と委員会が評価しました（第 6 部）。この本が主張しないことは 23-16 に一覧があります。

誤りに気づいたら、このサイトの掲示板かお問い合わせから知らせてください。直したものは、各章の末尾の「改訂」の欄に日付つきで記します。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
この本の文が、七つの段（調べる・照合・反証・計算・札・整合・組み立て）を通して本文に載ること。各段が何を拾うか（表 1）	七つの段を通った文が正しいこと。どの段も正しさを保証しない
出典表の「本文」「要旨で確認」「書誌のみ」が、照合の深さの記録であること（表 2）	「書誌のみ」「要旨」の文献の本文に何が書いてあるか
2026-10-01 時点の材料の反証検査で、判定 215 件のうち訂正が 100 件・確かめられないが 1 件だったこと 計算 （表 3）	確認と判定された 114 件に誤りが無いこと。反証の読み手と照合の読み手が同じ誤解をしていれば、この段は拾えない
訂正の文面を語で振り分けた件数 計算 （表 4）	振り分けが訂正の中身を正しく分類していること（語による機械的な分類で、重複がある）
2026-10-01 時点の章ページ 110 章（この付録自身は除く）の札・図・「書誌のみ」の数 計算 （表 5・図 2）	札の数が主張の重みを表すこと。凡例に置いた札も数えており、章が増えれば数は変わる
組み立ての段が機械的に見るもの（表 6）	機械の検査を通ったページの内容が正しいこと
この本が専門家の査読を経ていないこと・調べと反証の多くを AI の書き手が行っていること	—
—	四次元のヤン–ミルズ理論の存在と質量ギャップ。この本のどの段もそれを示していない（存在は公開された構成が示し、委員会がそう評価した。質量ギャップは開いている。23-16）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
表 3・表 4（反証検査の判定と訂正の型）	計算	`tally.py`（この本の材料の判定を数え、訂正の文面を語で振り分ける。出力 `tally.json`）
表 5・図 2（部ごとの札・図・「書誌のみ」の数）	計算	`tally.py`（章ページの `class="label …"`・図の枠・「書誌のみ」の語を数える。図の JavaScript の中は除く）
Clay の問題文の引用（§ 03）	既知	A. Jaffe, E. Witten, “Quantum Yang–Mills Theory”（Clay Mathematics Institute の公式問題文・公開の PDF）。本文で確認
正則化と反射正値性についての問題文の記述（§ 04 の例）	既知	同上 § 6.5。本文で確認（詳しくは 4-10）
Wilson 作用の反射正値性（§ 01 の例）	既知	K. Osterwalder, E. Seiler, “Gauge Field Theories on the Lattice”, Ann. Phys. 110 (1978) 440–471。要旨を確認、本文は未確認（本文の扱いは 5-03 の出典表）
要旨が節に触れない例（§ 03）	既知	K. G. Wilson, J. Kogut, Phys. Rep. 12 (1974) 75–199。要旨のみ（要旨は一文で、§ 10 は未確認）
超対称性の次元の上限 11（寄り道）	既知	W. Nahm, Nucl. Phys. B135 (1978) 149。要旨のみ。「11 が上限」は要旨に無く未確認。上限はスピン 2 以下の場という条件つき（17-05）
数式の事前描画	道具	KaTeX（TeX の式を静的な HTML に描画する JavaScript の組版ライブラリ。組み立ての段でだけ使い、読者の側では動かない）
図 1・表 1・表 2・表 6（手順の説明）	—	この本の執筆規約と組み立ての手順の要約

次に読む章：A-06 名前の索引。

名前の索引

この章は案内です（索引）。

この章で分かること — この本に出る名前（仮定・条件・命題・補題・定理・言明・道筋・表の行・問い）と記号が、何を指すかと、どの章で導入されたか。第二巻（公開された構成を読む巻）で付いた名前と記号は §02 にまとめ、残りは導入の章の部の順に §03 に並べます。

前提となる章 — なし。記号の一覧は A-01、語の説明は A-02 です。

先に言うこと — この本は、文字や番号だけの名前を使わず、中身の分かる名前で呼びます。文献の標準の札は、名前の初出に「(著者 札)」の形で添えます。「何を指すか」は一行の目安で、正確な言明は導入の章に在ります。

この章の順序

1. この索引の使い方
2. 第二巻の名前と記号 — 公開された構成を読むときの名前・記号の約束（表 1・表 2）
3. 名前の索引 — 導入の章の部の順（表 3）
4. 拡散型緩和時間の仮定の八つの読み — 正規化を名指す理由
5. 記帳と指数の量 — 一段の傾き・取りこぼし・指数
6. 二本目の道と帯の仮定 — 名前・中身・状態

01

この索引の使い方

1. 名前で引きます。ブラウザの頁内検索で名前の一部（「緩和時間」「横広げ」など）を探すのが早道です。
2. 表 3 の「導入の章」は、その名前の言明が最初に置かれた章です。同じ対象を後の章が別の形で使うことはありますが、名前は本の全体で一つです。

3. 名前が長いものは、二度目から短い形で呼ぶことがあります。短い形は表 3 の名前の欄に「(短く：…)」で添えます。
4. 「種別」は、仮定（示していない前提）・条件（言明の中で課す条件）・命題や定理（示したもの）・言明（示すべき文、または問いの形の文）・表の行（表の中で名で引かれる行）・問い、などです。何が示され何が示されていないかは、導入の章の札で読みます。

02

第二巻の名前と記号

第二巻は、2026-11-10 に公開された四次元のヤン–ミルズ理論の存在の構成（Lean のコードと委員会の評価書）を読む巻です。公開された構成の対象は意味の名前で呼び、コードの識別子は出典として添えます（6-00）。札は 源 （公開された構成の源を読んだ）・ 推 （本書の推し量り）・ 評 （委員会の評価書による）の三つで、本全体の札（初・典・機・読・仮・Lean）は全ての巻で同じ意味です。公開された構成の定理は 源 、その水準（Lean で証明されている、と委員会が評価した）は 評 で書きます（6-00 の「札」）。

名前	何を指すか	導入の章
公開の定理	公開された問いの形の言明（仮定は群の Lie 環が単純であることだけ）	6-02
構成の定理	公開の定理を射影として含む、罰の係数ごとの強い言明	6-02
委員会の結合の目標	構成の定理の上に、委員会が独立の検査を一つの族の上で束ねた言明	6-02
見出しの定理・依存の外	検証の記録が挙げる 17 の見出しの定理と、そのどれからも届かない宣言	6-00
族の証書	構成の定理が族に課す条件の束（全ての段の繰り込みの関係・局所の切り口・札の型紙・挿入の係数の較正）	6-02
走	罰の係数ごとに、条件を満たす構成を一度だけ選んだもの。以後の対象は全てこの一つの走の上で作られる	6-03
型紙	局所場の格子の代表を作るための、格子点のずれの有限集合	8-03
確率の核・予測子	繰り込みの一段：粗いリンクを、細かい配位から作った中心値（予測子）のまわりのガウス型の揺らぎで引く確率の核	9-01
表示	各段の密度を書く決まった形（真空の項・主な作用・正則な活動・強制された活動の気体）。一意ではない	9-06
正則な活動・強制された活動	表示の中の局所の補正の項と、大きい場の旗をちょうど覆う補正の気体	9-06
切った作用・旗	面の項を段ごとの閾の上で一次に切った作用と、閾を超える大きい場の印	9-07
段の結合	段 m の表示の中で、正規化した曲率の二乗の項に掛かる係数。測度だけからは決まらない	10-01
読み直し	一段の後、二つの配位での密度の対数比から表示の結合を読み直すこと	10-03

名前	何を指すか	導入の章
射撃法	段 0 の結合を基準の値にする裸の結合を、入れ子の区間と中間値の定理で選ぶこと	10-04
暦	一段の評価に使う定数（辺・平滑の指数・結合の入口など）を、決まった順に選ぶ条件の束。段に一様な条件はここで払う	10-05・11-08
帰納の仮定・一段の証書	どの段の密度も同じ形の表示を持ち帳簿が掛かっていること、と、段 $m+1$ の表示から段 m の表示を押し出しの等式つきで作ること	11-00
種・種の型・区画	大きい細かい面・予測から大きくずれた辺・旗の一つ一つ（種）と、その三つの集合の組（種の型）、配位を種の型で分ける条件（区画）	11-03
値段・印	種一つあたりの因子と、その配分のうち出口に残す分（保証された下界の半分）	11-05
強い見積もり・弱い帳簿	一段の出口の評価 $e^{-\mathrm{rate}\cdot P^{2}}$ と、帰納の仮定が運ぶ評価 $e^{-P^{1/5}}$	11-07
旗を含む塊・含まない塊、硬い群れ・柔らかい群れ	一段の積分の後に塊を出口の気体と正則な活動へ振り分ける分け方	11-06
早い表示	小さい場の一段で、補正の展開を先に表示の形へ書く仕方	11-09
材料の収束・錨・上端の忘却・段を外す一段	段を止めた切断の極限の収束を出す部品（材料の一様な収束、一意性の錨、細かい側の端の影響が消えること、段 0 から極限へ渡す一段）	11-10
切片・糸・内側の関数	鏡映正値性で、一枚の層の中のリンクの配位（切片）、層をつなぐリンクの組（糸）、帯の中だけに依る有界なゲージ不変の関数（内側の関数）	12-01
チェス盤の根・中心に置いた敷き詰め	関数を全ての箱に写して掛けた期待値の、箱の数分の一乗（半ノルム）と、基準の箱を観測点の真ん中に置く敷き詰め	12-02
柱	ブロックとその鏡像を時間の円に交互に並べた配置（時間の向きのチェス盤の写し）	12-04
零エネルギーの空間・相の測度	全ての時間で固定される部分空間 $\ker H$ と、混ざった理論を相に分ける確率測度	12-07
注文の束	核の選び、細かい段と粗い段の段の定数、ブロックの重みの畳み込みの回数などを束ねた入力（源の `Teller`）	11-04
抽出の列	切断の部分列と体積の部分列の組（源の `Extraction.Order`）。二段の Arzelà–Ascoli の抽出で使う	12-03
捩れた箱の最小の欠け	捩れた箱の全体で、作用の最大値から実際の作用までの損の下限 $D_{\min}(N,M)$。渦の最小作用とは別の量	21-07

表 1　第二巻で付いた主な名前（と、第三巻の新しい章の名前一つ）。語の説明は A-02 にも在ります。

記号	何を指すか	導入の章
s	一ループの傾き $s = 11C_g/(24\pi^2)$（評価書の $2b_0$、源の `slopeConstant`）。一段粗くするごとに結合はおよそ $s\log b$ だけ減る	10-01

記号	何を指すか	導入の章
κ	第三巻の一段の傾き $\kappa = 11/(3\pi^2)$（SU(2)）。b 倍に粗くする一段の記帳 $\beta \mapsto \beta - \kappa(\ln b - \delta(b))$ の係数。SU(2) では $C_g = 8$ で $s = 11 \cdot 8/(24\pi^2) = 11/(3\pi^2)$ なので、κ と s は同じ数で、どちらも一段の結合の減りの対数の係数です[初]（本書の $\beta = 4/g^2$ と公開された構成の $\beta = 1/g^2$ は SU(2) で同じ数、8-01）	23-02・10-01
C_g	Casimir の定数（SU(N) の定義表現で $2N^2$）	8-01
$\bar{\beta}$, $\hat{\beta}_m$	段 0 の結合の基準の値と、一ループの走り $\hat{\beta}_m = \bar{\beta} + s \log D_m$	10-01
c_{pen}	確率の核の罰の係数（源の字句では `kernel.penalty`）	9-01
c_E	種一つあたりのエネルギーの定数	11-04
c_{sup}	被覆の指数	11-01
σ	弦の距離（傾き s と紛れないよう別の字にした）	11-01
κ_0	合わせの目標の値（渦の比や粗い面の平均の期待値を合わせる値、$0 \le \kappa_0 < 1$）	19-07・14-03
$\mu^{\mathrm{W}}_{N,p}$, μ^{W}_{β}	公開された構成の Wilson の格子の測度	8-01
μ	相の測度（源の `phaseMeasure`。評価書では ν）。本書の強結合の無限体積の極限の測度は ν_β のまま	12-07
σ_A	状態 A のスペクトルの測度	12-08
τ	熱の評価の Euclid の時間	6-04

表 2　第二巻の記号。記号の一覧の全体は A-01。

03

名前の索引

導入の章の部の順に並べます。部の中は本文に出る順です。「何を指すか」が空の行は、導入の章に中身の一行がまだ無いものです。

第 0 部 入口 — この本の読み方

名前	種別	何を指すか	導入の章
局所場の脚注・弱い存在の脚注（Jaffe–Witten の脚注）（短く：局所場の脚注・弱い存在の脚注）	文献の名	問題文（Jaffe–Witten）の二つの脚注：局所場と量子の演算子の対応を求めること／コンパクト性だけで得た弱い存在は解と認めないこと	0-03

第 2 部 物理の準備

名前	種別	何を指すか	導入の章
源のある Maxwell の式	名	電荷と電流が場を作る二本の式（Gauss の法則と Ampère–Maxwell の法則）	2-03

名前	種別	何を指すか	導入の章
源の無い Maxwell の式	名	場の形への制約の二本の式（磁荷が無いことと Faraday の電磁誘導の法則）。ポテンシャルの表示から自動的に成り立つ	2-03
ポテンシャルの表示	名	E・B をポテンシャルで書く式	2-03
動的指数（記号のまま）	名	緩和時間が相関長の冪 C_P ≍ ξ^z で伸びるときの指数 z（あわせて η_dyn = 2 − z）	2-10
ゲージ変換の式	式	電場と磁場を変えないポテンシャルの付け替え（一つの関数 χ で φ と A を同時に変える変換）	2-03
Euler–Lagrange 方程式	式	作用が停留する条件から出る運動方程式（端を固定した変分と部分積分一回で得る）	2-01

第 4 部 量子化

名前	種別	何を指すか	導入の章
状態と対称性の公理（Wightman の公理）（短く：状態と対称性の公理）	文献の名	状態が可分な Hilbert 空間の元で、Poincaré 群がその上に強連続なユニタリ表現として作用すること	4-09
スペクトル条件（Wightman の公理）（短く：スペクトル条件）	文献の名	$P^\mu = (H, P)$ の同時スペクトルが前方の光円錐 $\overline{V}_+$ に入ること（エネルギーが負にならない）	4-09
真空の一意性（Wightman の公理）（短く：真空の一意性）	文献の名	時空の変換 U で不変な単位ベクトル Ω（真空）が、位相を除いて一つしかないこと	4-09
場の公理（Wightman の公理）（短く：場の公理）	文献の名	場が作用素値の緩増加超関数であること（試験関数 $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^4)$ ごとに $\phi(f)$ が真空を含む稠密な定義域で定まる）	4-09
共変性（Wightman の公理）（短く：共変性）	文献の名	Poincaré 変換のユニタリ作用素で場を移すと、試験関数を同じ変換で移した場になること（特別な座標系が無い）	4-09
局所可換性（Wightman の公理）（短く：局所可換性）	文献の名	f, g の台が空間的に離れていれば $[\phi(f), \phi(g)] = 0$（光より速い影響が無い）	4-09
巡回性（Wightman の公理）（短く：巡回性）	文献の名	場の積を真空に掛けたもの $\phi(f_1)\cdots\phi(f_n)\Omega$ の一次結合が $\mathcal{H}$ で稠密であること（場と無関係な状態が無い）	4-09
正則性（Osterwalder–Schrader の公理 E0）（短く：正則性）	文献の名	Schwinger 関数が、点の重なりを除いた試験関数の上の緩増加超関数であること（線形増大の条件と組で使う）	4-10
ユークリッド共変性（Osterwalder–Schrader の公理 E1）（短く：ユークリッド共変性）	文献の名	Schwinger 関数がユークリッドの回転と平行移動で変わらないこと	4-10
反射正値性（Osterwalder–Schrader の公理 E2）（短く：反射正値性）	文献の名	時間の反転を挟んだ過去と未来の相関の二次形式が負にならないこと（理論が Hilbert 空間を持つための条件）	4-10

名前	種別	何を指すか	導入の章
置換対称性（Osterwalder–Schrader の公理 E3）（短く：置換対称性）	文献の名	Schwinger 関数が点の並べ替えで変わらないこと	4-10
クラスター性（Osterwalder–Schrader の公理 E4）（短く：クラスター性）	文献の名	引き離した二組の点の相関が、遠くでそれぞれの積に分かれること（真空の一意性に当たる）	4-10
相殺項の一意性の定理（Costello の定理 B）（短く：相殺項の一意性の定理）	文献の名	繰り込みの方式を固定すると、局所的な相殺項が一意に選べて有効作用の極限が存在すること	4-05
有効作用の族の分類の定理（Costello の定理 C）（短く：有効作用の族の分類の定理）	文献の名	局所的な作用と、有効作用の族（方式を固定したもの）が一対一に対応すること	4-05

第 5 部 格子ゲージ理論

名前	種別	何を指すか	導入の章
格子の面積則の問題（Chatterjee の Problem 4.1）（短く：格子の面積則の問題）	文献の名	四次元の非可換なコンパクト群の格子ゲージ理論で、全ての β で Wilson ループの面積則を示せという問題	5-02・16-07
一様な減衰から面積則への定理（Chatterjee 2021 の定理 2.4）（短く：一様な減衰から面積則への定理）	文献の名	格子ゲージ理論が任意の境界条件で一様に指数減衰すれば、中心対称性は破れず、中心に自明でなく作用する表現の Wilson ループは面積則に従う	5-10
中心対称性の非破れの定義（Chatterjee 2021 の定義 2.1）（短く：中心対称性の非破れの定義）	文献の名	スラブの理論がどの境界条件でも中心変換で不変であること（中心対称性が破れない）	5-10
強い減衰の定義（Chatterjee 2021 の定義 2.3）（短く：強い減衰の定義）	文献の名	どの立方体・どの境界条件でも相関が一様に指数減衰すること	5-10
強結合の一意性の定理・指数減衰の系（Shen–Zhu–Zhu の札）（短く：強結合の一意性の定理・指数減衰の系）	文献の名	強結合の条件の下で、確率量子化（Langevin 方程式）の不変測度が一意で無限体積の極限を持ち、相関が指数減衰すること（仮定・定理・系の組）	5-04

第 7 部 構成的場の理論

名前	種別	何を指すか	導入の章
構成の六つの段	表の行	場の量子論を作る仕事の六つの段（正則化・有限体積・紫外極限・無限体積・公理・一様なギャップ）	7-01
正則化の段	表の行	格子などで短い距離を切ること	7-01
有限体積の段	表の行	有限体積の測度 μ_{a,L} を作ること	7-01
紫外極限の段	表の行	a → 0 の紫外極限と一様な評価	7-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
無限体積の段	表の行	L → ∞ の無限体積極限・クラスター性	7-01
公理の段	表の行	極限が OS の公理を満たすこと（反射正値性）	7-01
一様なギャップの段	表の行	体積に一様な質量ギャップ	7-01
摂動論の水準	表の行	結合の冪級数（摂動論）としての計算。制御の水準の前提	7-07
一様な評価の水準	表の行	格子間隔に一様な評価が得られる水準（Bałaban の四次元の主定理は仮定つきでここまで）	7-07
部分列の極限の水準	表の行	一様な評価から、格子間隔を細かくする列の部分列で極限が取れる水準	7-07
一意性の水準	表の行	極限が部分列の取り方に依らず一つに決まる水準	7-07
対称性と反射正値性の水準	表の行	極限の理論がユークリッドの対称性と反射正値性を持つ水準	7-07
非自明性の水準	表の行	極限が自由場（ガウス）でない水準。問題文はさらに短距離の振る舞いが漸近自由の予言と一致することを求める	7-07
無限体積の水準	表の行	体積を無限にした極限の理論が在る水準	7-07
一様なギャップの水準	表の行	体積に一様な質量ギャップが在る水準	7-07
赤外の径数の障害	表の行	長い距離では結合が強く、展開に使える小さな径数が無いという障害	7-11
摂動に映らない障害	表の行	結合の冪級数のどの次数にも映らない（e^{−c/α} の形の）寄与があるという障害	7-11
非自明性の障害	表の行	極限が自由場に潰れないこと（非自明性）を別に示さねばならないという障害	7-11
曲がった状態空間の障害	表の行	場の空間（ゲージの軌道の空間）が曲がっていて、ゲージ固定の符号の和が 0 になる（0/0 が残る）という障害	7-11
正値な正則化の障害	表の行	反射正値性を保つ正則化が格子のほかに乏しいという障害	7-11
無限自由度の障害	表の行	無限自由度の構造：体積を大きくすると、異なる真空の重なりが 0 に向かうという障害	7-11
周辺的自明性の定理 ほか（Aizenman–Duminil-Copin の札）（短く：周辺的自明性の定理 ほか）	文献の名	Aizenman–Duminil-Copin の結果の組：四次元の ϕ^4・Ising のスケーリング極限はガウス（定理 1.2）、改良された樹形図の上界（定理 1.3）、特性関数の誤差評価（命題 1.4）	7-08

第 15 部 紫外の制御の試みの記録

名前	種別	何を指すか	導入の章
紫外の制御	条件	格子間隔 a から結合が小さい尺度 L_0 までの全ての段で、有効密度が段に依らない同じ形を、小さい場の解析性・大きい場の稀さ・結合の留まりの三条件つきで保つこと	15-00
小さい場の解析性の条件	条件	各段の局在した補正 E_k(X,·) が背景場の変数の半径 r の複素近傍で解析的で |E_k| ≤ C e^{−κ d}（定数は段 k と格子間隔 a に依らない）	15-00
大きい場の稀さの条件	条件	大きな場の因子が |R_k(Ω^c)| ≤ e^{−c p(g_k)^2 |Ω^c|}（定数は段と格子間隔に依らない）	15-00
結合が小さく留まる条件（短く：結合の留まり）	条件	有効結合の列 g_0,…,g_K が全て (0,γ] に入る（γ は段と格子間隔に依らない）	15-00
紫外の三条件（捩れた箱の版）	条件	紫外の制御を捩れた M^4 の格子の最後の段まで、定数を M だけに依らせて言ったもの	15-02
類が閉じる条件	条件	母数の個数が段に依らず有限で、一段の写像の主要部が族の中に戻る。類は一段の写像が引き込む先の一母数の類（結合 B ＋ O(1/B) の固定した形）に取る	15-03
結合の流れの剰余の条件	条件	Φ の β 成分が β_{k+1} = β_k − 8 b_0 ln L + O(1/β_k)（結合の一段の正味の括弧を β の変数で書いたもの）	15-03
形の剰余の条件	条件	‖ r_{θ_k}[ρ_k] ‖ _{G_{k+1}} ≤ (1+η_k) 2^{|B|} ‖ ρ_k ‖ _{G_k} で Σ η_k < ∞、かつ類からの外れ ρ_k が段に一様に留まる	15-03
実効の結合の定義と連続性（短く：結合の連続性）	条件	D_k = {g_0 : g_0,…,g_k ∈ (0,γ_1]} の上で g_0 ↦ g_{k+1}(g_0) が連続	15-03
結合の一段の正味の括弧	条件	1/g_{k+1}^2 = 1/g_k^2 − b + r_k、|r_k| ≤ C g_k^2（一段ごとの結合の変化が一ループの値 b から O(g_k^2) しかずれないこと）	15-03
小さい場の結合への寄与	条件	結合の一段の正味の括弧の剰余のうち小さな場に条件づけた部分 r^small = b(ρ_S) − β_pred（局所の部分＋Taylor の切り捨て＋小さな場の切り＋ブロック間の二次の陽な項）	15-03
大きい場の結合への寄与	条件	結合の一段の正味の括弧の剰余のうち大きな場の部分 r^large = b(ρ) − b(ρ_S)	15-08
結合の小ささの帰納の補題	補題	結合の一段の正味の括弧と、実効の結合の定義と連続性の下で、全ての γ_0 ∈ (0,γ_1) に g_0 < g_1 < ⋯ < g_n = γ_0 となる裸の結合 g_0 が在る（単調性と中間値。結合が小さく留まる条件をこの二つに割る）	15-03
背景と揺らぎの分解の補題	補題	SU で ‖ U_∂p − 1 ‖ ≤ ‖ W_∂p − 1 ‖ ＋Σ ‖ A_{l_i} ‖ と二乗の版（背景 × 揺らぎ U = W e^A への分解）	15-07
重みの分解	系	G_c(X, W e^A) ≤ G_c(X, W)^2 exp(48c Σ ‖ A_l ‖ ^2)	15-07

名前	種別	何を指すか	導入の章
背景に依らない揺らぎの一段の補題	補題	揺らぎの法則 ν が背景に依らず、揺らぎの背景独立の条件・尺度の縮みの条件・揺らぎの指数積率の条件を満たせば ‖ θ_ν K ‖ _{G_{h+}} ≤ 2^{|B|} ‖ K ‖ _{G_h}（一段だけ。期待値と半ノルムの入れ替えで損が出ない）	15-07
揺らぎの背景独立の条件	条件	ν は背景 W に依らない	15-07
尺度の縮みの条件	条件	h_+^2 ≤ h^2/2（次の段の尺度が半分以下）	15-07
揺らぎの指数積率の条件	条件	M_ν(8qc/h^2, X) ≤ 2^{|B|}（揺らぎの指数積率）	15-07
一リンクの熱核比較の補題	補題	SU(2) の Wilson の一リンク法則 μ^b を、角の上限 θ_0 の内側で熱核 p_{1/b'} の K(b,θ_0) 倍、外側を稀な尾で押さえる	15-07
一リンクの揺らぎの一段の補題	補題	背景に依らない揺らぎの一段の補題の鎖が Wilson の一リンクでも通り、損が K（揺らぎの期待値の閉じの側）と 1+η（結合の動き）に割れる	15-07
中心の取り直しの条件	条件	背景のプラケットの角が $\theta_0 < \pi/2$ 以下で、中心の取り直しの幾何（staple の和の向きの写像の Taylor の半径）を仮定する条件	15-07
揺らぎの指数積率の群版	条件	全ての小さな場の背景 W と $0<t\le t_0$ で E_{μ_{k,W}} exp((48tc/h_k^2) Σ ‖ A_l ‖ ^2) ≤ 2^{|B|}（真の揺らぎの測度について）	15-07
背景の正則性の条件	条件	背景の写像の像の W について G_k(X,W)^{2t} ≤ G_{k+1}(X,W)（細かい曲率が粗い曲率で押さえられる）	15-07
期待値と半ノルムの入れ替えの群版	条件	‖ E θ_W F ‖ _{T_W(h_{k+1})} ≤ (1+η_k) E ‖ F ‖ _{T_{We^A}(h_k)}、Σ η_k < ∞（期待値と半ノルムの入れ替えの群版）	15-07
積の分解（BBS の (i)）（短く：積の分解）	文献の名	BBS の付録 A.6.2 の重み（regulator）の四性質の一つ目：交わらない集合の上で重みが積に分かれること	15-01
場の和の劣乗性（BBS の (ii)）（短く：場の和の劣乗性）	文献の名	重みの四性質の二つ目：場の和について $\tilde{G}(X,\phi+\phi') \le \tilde{G}^2(X,\phi)\tilde{G}^2(X,\phi')$	15-01
揺らぎの期待値の閉じ（BBS の (iii)）（短く：揺らぎの期待値の閉じ）	文献の名	重みの四性質の三つ目：揺らぎについて期待値を取ると、重みが次の段の重みで閉じること	15-01
次の段への単調性（BBS の (iv)）（短く：次の段への単調性）	文献の名	重みの四性質の四つ目：今の段の重みが次の段の重みで押さえられること	15-01
活動のノルムの一段の評価（BBS の補題 A.6.1）（短く：活動のノルムの一段の評価）	文献の名	重みが場の和の劣乗性・揺らぎの期待値の閉じ・次の段への単調性を満たせば ‖ E+θK ‖ _{G̃+} ≤ 2^{|B|} ‖ K ‖ _{G̃}（平らな場で活動のノルムが一段で 2^{|B|} 倍以内に収まる）	15-01
期待値と半ノルムの入れ替えの不等式（BBS の (A.6.5) ほか）（短く：期待値と半ノルムの入れ替えの不等式）	文献の名	BBS の付録 A.6 の式：揺らぎの期待値と半ノルムを入れ替える不等式（あわせてノルムの定義と重みの性質の当て方）	15-02

名前	種別	何を指すか	導入の章
条件つきの紫外安定性の定理（Bałaban 1989 の Theorem 1）（短く：条件つきの紫外安定性の定理）	文献の名	有効結合が小さいまま留まることを仮定すれば、有効密度の形と、小さい場の解析性・大きい場の稀さの評価が全ての段で成り立つ（四次元・有限体積）	15-02
基本の不等式（未公刊）（Bałaban 1989 の Theorem 2）（短く：基本の不等式（未公刊））	文献の名	条件つきの紫外安定性の定理の仮定（結合が小さく留まること）を外すための不等式。未公刊	15-02
軌道の向きの平坦性の命題	命題	ゲージ不変な滑らかな関数の最小点で、軌道の接ベクトル $\xi \neq 0$ について $\mathrm{Hess}\, V(x_0)(\xi,\xi) = 0$	15-01
背景を母数に持つ類の命題	命題	背景のホロノミーの対数 a を類の母数に持たせた類 $C_2 = (B,q,a)$ で、背景依存の残りが θ⁰β^{−3/2}・θ¹β^{−1} に下がり、予算が段数に一様	15-07
一列四枚の形の剰余の定理（短く：一列四枚の定理）	定理	一列四枚の射影の模型（SU(2)・対角の定義・ψ^8 の射影・$B \geq 32$・O(1) の箱）で $r_n \leq \lambda^n r_0 + C/((5-\lambda)B_n)$、$C = 0.0108$（段数に依らない）	15-06
ℓ^4 の錐の一段の縮み	系	四次元の ℓ^4 の錐は一段で 0.823 倍以下に縮む（$\beta'_0 = 1$ の規格・行の重みつきの補間）	15-05
混合の極限の補題	補題	体積の極限で $\sup \lambda = 4 \sup \mu_{\mathrm{loc}}$（局在した向きと最も粗い向きの混合の極限）	15-05
Stein の道の床の補題	補題	行の重みつきの Stein の道は、どの局所の代表・どの重みでも $\Sigma\, s\, \nu_s^2/16 \geq 0.452 > 1/4$ を下回れない	15-05
条件つき平均の共分散の補題	補題	木の水準の一段はガウスの条件つき平均で、粗い作用の逆（ブロックした流束の共分散）は線形に反復する	15-05
熱核の Gauss 上界の補題	補題	SU(2) の熱核 p_t は非減少の $g \geq 0$ について $E\, g(\theta) \leq e^{t/2}\, E\, g(\lvert Z\rvert)$、$Z \sim N(0, tI_3)$	15-08
熱核の揺らぎの稀さの補題	補題	辺ごとに独立な熱核の条件〜揺らぎの背景独立の条件の下で、リンクが閾 h を越える確率と指数積率が背景に依らない閉じた形で押さえられる（熱核の揺らぎで揺らぎの指数積率の群版が立つ）	15-08
大きい場の剰余の上界の補題	補題	剰余を $r = r^{\mathrm{small}} + r^{\mathrm{large}}$ と割り、読み取り b の全変動の Lipschitz 定数から $\lvert r^{\mathrm{large}}\rvert \leq (4/3)(b_S^2/E_S)\, P_L$	15-08
辺ごとに独立な熱核の条件	条件	揺らぎの法則が辺ごとに独立な熱核であるという条件（熱核の揺らぎの稀さの補題などの前提）	15-08
一段に限る条件	条件	主張を繰り込みの一段だけに限るという条件（多段の帰納は含まない）	15-08
複素の背景での解析性の条件	条件	複素の背景での解析性と β に依らない上界（小さな場の有効作用の Taylor の係数の Cauchy 型の評価）	15-08
ブロック間の項の定義	条件	ブロック間の二次の陽な項 W^{gauge} の定義（代数）	15-08
局所の打ち消し	条件	局所の打ち消し（Loc の恒等式）	15-08

名前	種別	何を指すか	導入の章
三次の残りの評価	条件	三次の評価（残りが $O(g^3)$ で複素の背景と体積に一様）	15-08
分配関数の Gauss 比較の条件	条件	e^{−CM⁴} ≤ Z_n/Z_n^G ≤ e^{CM⁴}（孤立した平坦な接続のまわりの Gauss 積分の和との比）	15-02
観測量の源の条件	条件	尺度 L_0/M より大きい台の滑らかな観測量の源（強さ ≤ s_0）を入れても同じ定数で成り立つ	15-02
捩れた小さな四次元トーラスの紫外の言明（短く：捩れたトーラスの紫外の言明）	言明	捩れた小さな M^4 の格子で、裸の結合を選ぶと紫外の三条件（捩れた箱の版）・分配関数の Gauss 比較の条件・観測量の源の条件が成り立つ（案・未証明）	15-02
大きい場込みの剰余の行	表の行	15-08 の閉じない四行の一つ：大きな場も込めた一段の結合の剰余（結合の一段の正味の括弧を大きな場込みで示すこと）	15-08
背景依存の吸収と多段の行	表の行	閉じない四行の芯：背景に依る損 η を類の母数に吸収し、多段の帰納に通す行	15-08
ゲージの張り替えの境目の行	表の行	閉じない四行の一つ：段ごとにゲージ固定を張り替えるときの境目の扱い	15-08
共分散の流れの固定点の条件	条件	ブロックした場の共分散の流れに、スケール不変な固定点が在ること	15-03
固定点での錐の縮みの条件	条件	共分散の流れの固定点で、錐の縮みの率が 1 より小さいこと（sup $\mu_{-\infty} < 1$）	15-03
紫外の問い	問い	第 15 部の各章が残した三十一の問い（15-09 の表 1）。どれも紫外の制御の行の部品に触れる	15-09
体系の問い	問い	15-10（体系の試み）が残した十六の問い（15-10 の表 15）	15-10
類の固定点の縮小写像の窓	名	類が閉じる条件の固定点を縮小写像の形で述べたとき、縮小写像が開く β の範囲（τ = 0.695・a = 4.335・c_0 = 0.02〜0.04 で β がおよそ 28〜54 から）	15-03
問い「一母数の類での横の縮み」（短く：一母数の類での横の縮み）	問い	引き込む先の一母数の類の上で一段の写像が横に縮むか（λ と源が有限に留まるか・定数が段に依らないか・中心の符号の重みが要るか）	15-09
問い「大きい場込みの剰余の最小模型」（短く：大きい場込みの剰余の最小模型）	問い	結合の一段の正味の括弧を大きな場込みで示せる最小の模型（階層的な SU(2)）で、一枚の拘束つきの吸収を真の臨界点で言い直せるか	15-09
問い「捩れた格子の随伴の最小固有値」（短く：捩れた格子の随伴の最小固有値）	問い	捩れた M^4 の格子で、孤立した平坦な接続のまわりの随伴の揺らぎの作用素の最小固有値が c/M^2 以上か	15-09
問い「階層模型の管の延長」（短く：階層模型の管の延長）	問い	階層模型の管と引き寄せる曲線を β > 64 へ延ばせるか（漸近の評価と区間演算の継ぎ目）	15-09
問い「層の外の曲率の区間演算」（短く：層の外の曲率の区間演算）	問い	層の外の曲率の下界と層の重さを区間演算で確かめ、曲線の上の流れの係数 $c^* = 1/60$ を 1/48 から分けられるか	15-09

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「粗い面の源の横の一定性」（短く：粗い面の源の横の一定性）	問い	粗い面の辺 L の列で、源 × L^4 が横を広げても一定の値に寄るか	15-09
問い「木の水準の網の局所の代表」（短く：木の水準の網の局所の代表）	問い	粗い面を固定した木の水準の網で、局所の代表を作り体積に一様な上界が出るか	15-09
問い「一列四枚の一段の補正」（短く：一列四枚の一段の補正）	問い	一列四枚の一段の O(1/B) の補正を紙で出し、形の剰余の条件の一段の不等式の定数 C を与えられるか	15-09
問い「他のループの形での類の一意性」（短く：他のループの形での類の一意性）	問い	一列四枚以外のループの形（2×2・L 字・混じった四次）を含めても、引き込む先の類が一つに定まるか	15-09
問い「同時の法則の密度の割り方」（短く：同時の法則の密度の割り方）	問い	一列四枚で二つのプラケットの同時の法則を局所結合の積 × 密度に割り、密度の θ の最低次数と二次形式の等方性を出せるか	15-09
問い「多段の最小の言明」（短く：多段の最小の言明）	問い	多段の最小の言明を階層模型か二次元の模型で書けるか（背景の正則性の条件と多体のノルムの縮み）	15-09
問い「読み取りの Lipschitz 定数」（短く：読み取りの Lipschitz 定数）	問い	大きい場の剰余の評価に使う読み取りの Lipschitz 定数を紙で出し、大きな場の有無で密度の全変動の差を測ること	15-09
問い「源を足したときの結合のずれ」（短く：源を足したときの結合のずれ）	問い	一列四枚に源 s Re W を足したとき、結合のずれが s について線形か	15-09
問い「臨界点の偶性」（短く：臨界点の偶性）	問い	臨界点の偶性が一列四枚で成り立つか（同時の法則の密度の割り方の問いと組）	15-09
問い「一ループの Hessian とゴースト」（短く：一ループの Hessian とゴースト）	問い	倍率 2 のブロックの一ループの Hessian を割り、ゴーストの F^2 の係数を測れるか（あわせて木のゲージの直積分解の形式化）	15-09
問い「零和でない最小の系」（短く：零和でない最小の系）	問い	零和でない最小の系（一列四枚を二つ並べ、間のリンクを共有）で、周辺の結合への二次の寄与の局所の打ち消しの破れを数にできるか	15-09
問い「2×2 の板の BCH の奇数次」（短く：2×2 の板の BCH の奇数次）	問い	2×2 の板の中央のプラケットで、巡回で対称化した BCH の奇数次の係数を出し、二リンクの値と比べること	15-09
問い「ホロノミーを母数に持つ類」（短く：ホロノミーを母数に持つ類）	問い	背景のホロノミーの対数を母数に持つ類で、背景に依る部分がその母数の流れに正確に移るか	15-09
問い「中心の取り直しの半径」（短く：中心の取り直しの半径）	問い	一リンクの揺らぎの一段の補題の中心の取り直しで、Taylor の半径を明示し、損の係数を一つの数にできるか	15-09

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「四次元の ℓ^4 の直接の上界」（短く：四次元の ℓ^4 の直接の上界）	問い	四次元の ℓ^4 の錐の縮みを直接押さえ（近い部分は有限の網、尾だけ Riesz–Thorin）、$\sup \mu < 1$ かを見ること	15-09
問い「Loc の二通りの定義」（短く：Loc の二通りの定義）	問い	局所化 Loc を行の和（零運動量）と行列の成分の二通りで定義したとき、ブロック間の二次の項が一致するか（原典の切り方はどちらか）	15-09
問い「三次元の非局所の重み」（短く：三次元の非局所の重み）	問い	境の無い三次元で、粗いリンク＋大域の札の座標の一ループの非局所の重みが指数で減るか	15-09
問い「多ループの類の二段目」（短く：多ループの類の二段目）	問い	多ループの類の二段目：角の三重積 κ が段ごとに保たれる座標か、四次元 2^4 で同じ座標が足りるか	15-09
問い「非可換の背景でのゲージの一致」（短く：非可換の背景でのゲージの一致）	問い	非可換の背景（交換子を含む曲率）で、二つのゲージの一致とゴーストの係数を測ること	15-09
問い「向きごとの規格の倍率」（短く：向きごとの規格の倍率）	問い	向きごとの規格の倍率 $\sup \lambda \le 3.29$ を、運動量の帯ごとの重みつきの記号で 1 未満に落とせるか	15-09
問い「結合を母数に持つ類」（短く：結合を母数に持つ類）	問い	結合を類の母数に持たせ、Wilson の一リンクの結合の動きが母数の更新に移るか	15-09
問い「四次元の類の比の固定点」（短く：四次元の類の比の固定点）	問い	四次元の類の比の座標の固定点の値を、角の近くの半無限の問題から直接出せるか	15-09
問い「横の平均の固定点の上界」（短く：横の平均の固定点の上界）	問い	横の平均のブロック化の固定点の上で、$\sup \mu_{\infty}$ の上界を Stein でない道で 1 未満に取れるか	15-09
問い「木の三体の四次の幅」（短く：木の三体の四次の幅）	問い	四次元の粗いリンク＋大域の札で、木の三体の項の四次の幅への依存の率を測ること	15-09
問い「網の長波長の一ループの係数」（短く：網の長波長の一ループの係数）	問い	横の平均のブロック化か大きい倍率で、網の長波長の一ループの係数の倍率への依存が一ループの値に近づくか	15-09
問い「取り直した管の全区間の検査」（短く：取り直した管の全区間の検査）	問い	取り直した管を幅 0.02 の区間で $\beta \in [15.26, 128]$ の全体に通し、曲線が管に入ることと流れの係数 c^* の包みを条件なしにできるか	15-09
問い「最悪の向きの行のそろい」（短く：最悪の向きの行のそろい）	問い	最悪の向きでの行のそろいの下限を段の極限の核で評価し、全ての段で符号を捨てる損を一様に押さえられるか	15-10
問い「Stein の最大点の周期のずれ」（短く：Stein の最大点の周期のずれ）	問い	大きいトーラスで Stein の上界の最大点が周期 2 からずれる分（損 6.4 に対して上界 10.2）はどこから来るか	15-10

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「真の作用素の側の打ち消し」（短く：真の作用素の側の打ち消し）	問い	真の作用素の側の打ち消しを測る量（例：$\|T^k\|$ と $\||T|^k\|$ の比を符号の相似類の中の最小で割る）を一つ決めると、段でゆっくりにしか増えない損の規則性は何から来ると言えるか	15-10
問い「有限の型と戻りの集約」（短く：有限の型と戻りの集約）	問い	有限の型と残りの戻りを二×二に集約し、記録の行列で $bc < (1-a)(1-d)$ が成り立つか	15-10
問い「Schur の重みでの読み直し」（短く：Schur の重みでの読み直し）	問い	W の座標の記録（ℓ^2 で測ったもの）を Schur の判定法の重みで読み直すと、一段の縮みの定数はどうなるか	15-10
問い「拘束つきの和の規則の上限」（短く：拘束つきの和の規則の上限）	問い	$k \le \mathrm{ord}^{V}(F)$ の全てについて、$\mathrm{ord}(K) \ge k$ の局所の代表が有限範囲で取れるか	15-10
問い「自由度の正準な選び方」（短く：自由度の正準な選び方）	問い	Stein 型のノルムを最小にする代表は存在し、一意で、局所か	15-10
問い「段をまたぐ代表の合成の整合」（短く：段をまたぐ代表の合成の整合）	問い	段 k の代表の出力が段 $k+1$ の拘束の部分空間に入るか（入らなければ、代表の合成が選び方に依る）	15-10
問い「Moore–Penrose の核の減衰」（短く：Moore–Penrose の核の減衰）	問い	Moore–Penrose の代表（最小ノルムの代表）の核が、どの速さで減衰するか	15-10
問い「対称な代表の零モード」（短く：対称な代表の零モード）	問い	有限のトーラスの対称な代表の零モードが、指数より速く $U/4$ に近づいて見えるのはなぜか	15-10
問い「三重付値の帯」（短く：三重付値の帯）	問い	三つ目の付値（トランス級数の指数）を足した三重付値で、U(1) と SU(2) の帯の違いが区別できるか	15-10
問い「四次元の級数の同点」（短く：四次元の級数の同点）	問い	四次元の本物の級数（強結合と弱結合の高次）で誤差の同点を求めると、移り変わりの帯とどう重なるか	15-10
問い「二つの結合の空間の骨格」（短く：二つの結合の空間の骨格）	問い	基本と随伴の二つの結合の空間で、同点集合の骨格が非自明な多面体複体になるか	15-10
問い「窓の下端の動き」（短く：窓の下端の動き）	問い	ブロック化の写像の列で、窓の下端が段の数とともにどう動くか（一段の $3.5 \le p \le 5$ で真の値が 1 を下回るか）	15-10
問い「束の数の発散」（短く：束の数の発散）	問い	束の数が $\mathrm{p} \downarrow 2$ でどう発散するか（c/(p−2) 型か、格子の幾何から決まる臨界の指数か）	15-10
問い「Schur の閾値と Stein の窓」（短く：Schur の閾値と Stein の窓）	問い	Schur の閾値の指数と Stein の窓の下端の隔たりはどこから来るか。重みつきの Schur（正の試験関数）で p^* をどこまで下げられるか	15-10

第 16 部 現在地と残る問い

名前	種別	何を指すか	導入の章
証明が含むべき七つの段	表の行	質量ギャップの証明が通るべき七つの段（器・紫外・小さな T^2 のギャップ・小さな T^2 の閉じ込め・帯・R^4・一般の群）	16-09
器の段	表の行	格子・鏡映正値性・ブロックの観測量・コンパクト性。稠密な集合での減衰から転送行列のギャップを出す土台の段	16-09
紫外の制御の段	表の行	格子間隔 a から尺度 L まで、a に一様な多重尺度の解析（有効作用の局所性・大きな場の稀さ・結合の流れ）の段	16-09
小さな T^2 のギャップの段	表の行	捩れた境界条件で零モードを消し、小さな T^2 の上で転送行列の隙間 $\geq c/L$ を a に一様に示す段	16-09
小さな T^2 の閉じ込めの段	表の行	小さな T^2 の上の閉じ込めを、容器の評価と挿入の評価で「一つの渦の挿入」と「領域の間の独立性」に帰着する段	16-09
帯の段	表の行	T^2 を広げても同じ定数で隙間が成り立つこと。中間の尺度 $L \sim 1/\Lambda$ を非摂動的に渡る段	16-09
R^4 の段	表の行	無限体積の極限・OS の公理・回転不変性の回復・非自明性の段	16-09
一般の群の段	表の行	SU(N) と、中心の無い群（G_2 など）へ広げる段	16-09
存在の前提の切れ目	表の行	物理は理論が在ると置いて量を計算し、数学は公理を満たす極限を（部分列でなく）作らねばならないという切れ目	16-05
尺度は一つの切れ目	表の行	物理は質量も弦張力も一つの尺度 Λ の定数倍とみなし、数学はそれが β に一様に成り立つことを示さねばならないという切れ目	16-05
岸の違いの切れ目	表の行	物理は結合が小さい・β が小さい・N が大きいといった計算の効く岸で計算し、数学は有限の N で全ての尺度を制御せねばならないという切れ目	16-05
有限と無限の切れ目	表の行	物理は有限の箱で測って外挿し、数学は体積に一様な隙間を示さねばならないという切れ目	16-05
時空と空間の切れ目	表の行	物理の直感は時空（ミンコフスキー）の上にあり、数学はユークリッドの測度から反射正値性で戻るという切れ目	16-05
粒子の語の切れ目	表の行	物理の「ギャップは最も軽いグルーボールの質量」と、数学のスペクトルの隙間（孤立した一粒子状態は拡張問題）の切れ目	16-05
余剰次元の切れ目	表の行	物理は余剰次元の幾何でギャップを出し、数学は余剰次元を 0 に縮める極限と極限の入れ替えを要るという切れ目	16-05
前提が目標になる型	表の行	物理の前提が数学の目標になる型の切れ目（存在の前提・尺度は一つ）	16-05
極限と一様性の型	表の行	物理が径数の特定の値（岸）で計算し、数学は問題文の値への極限と一様な評価を要る型の切れ目（岸の違い・有限と無限・余剰次元）	16-05
同じ語が別のものを指す型	表の行	物理と数学で同じ語が別のものを指す型の切れ目（時空と空間・粒子の語）	16-05

名前	種別	何を指すか	導入の章
T^4 の構成の課題	課題	T^4 の上で、ゲージ不変な量の期待値が $a \to 0$ で列全体として収束	16-07
無限体積への課題	課題	$L \to \infty$ の極限が列全体で在る	16-07
一様なギャップの課題	課題	$\inf_L \Delta_L > 0$	16-07
残りの公理の課題	課題	回転の対称性の回復と再構成に要る正則性	16-07
非自明性の課題	課題	極限がガウスでない	16-07
局所場と短距離の課題	課題	局所場と短距離で漸近自由と一致	16-07
強い減衰の課題	課題	任意の境界条件で一様な指数減衰	16-07
一尺度の課題	課題	$\beta \geq \beta_0$ で $c\sigma \leq m^2 \leq C\sigma$	16-07
三次元の測度の課題	課題	T^3 の上の測度の構成	16-07
存在の規則	表の行	T^4 の構成の課題と無限体積への課題から、R^4 の上の理論の存在（存在の要件）が出るという規則（定義）	16-07
公理の規則	表の行	理論の存在と残りの公理の課題から、OS の再構成で公理の要件が出るという規則（定理）	16-07
隙間の規則	表の行	理論の存在と一様なギャップの課題から、隙間の要件が出るという規則（定理。一様な隙間が極限に残る）	16-07
非自明性の規則	表の行	非自明性の課題と局所場と短距離の課題から、非自明性の要件が出るという規則（定義）	16-07
問題文の規則	表の行	公理・非自明性・隙間の三つの要件から、群 G での問題文全体が出るという規則（定義）	16-07
減衰から面積則への規則	表の行	強い減衰の課題から格子の面積則が出るという規則（Chatterjee 2021 の一様な減衰から面積則への定理）	16-07
弦張力の規則	表の行	連続の弦張力の問題から弦張力の要件が出るという規則（定義）	16-07
出題者の道筋の規則	表の行	一様なギャップの課題が無限体積への課題を開くという、出題者（Jaffe–Witten）の示した道筋	16-07
弦張力から隙間への規則	表の行	理論の存在・弦張力の要件・一尺度の課題から隙間の要件が出る、という物理の期待（尺度は一つ）	16-07
隙間から弦張力への規則	表の行	理論の存在・隙間の要件・一尺度の課題から弦張力の要件が出る、という物理の期待（弦張力から隙間への規則の逆向き）	16-07
存在の要件	名	R^4 の上の理論が存在すること（問題文の要件の一つ）	16-07
公理の要件	名	理論が Wightman・Osterwalder–Schrader の公理と同等以上の公理を満たすこと（問題文の要件の一つ）	16-07
非自明性の要件	名	理論が非自明で、局所場を持ち、短距離で漸近自由と一致すること（問題文の要件の一つ）	16-07

名前	種別	何を指すか	導入の章
隙間の要件	名	質量の隙間 $\Delta > 0$ が在り、$m < \infty$ であること（問題文の要件の一つ）	16-07
弦張力の要件	名	連続の弦張力 d が 0 でないこと（閉じ込め。問題文の要件の外）	16-07
問題文の要件	名	群 G での問題文の全体：存在・公理・非自明性・隙間の四つの要件を合わせたもの	16-07
芯の二分け	名	帯の芯を「紫外の延長」と「強結合への最後の区間の言明」の二つの仕事に分けて見ること	16-11 §01
紫外の延長	名	公開された構成の制御を、段ごとの誤差の和を有限に保ったまま、閾から結合が数の程度の値 β_* まで延ばす仕事	16-11 §01
強結合への最後の区間の言明	言明	β_* から強結合の窓までの、少ない段数の非摂動の言明（26-06 の「有限の段数で帯を渡る系」とは別）	16-11 §01
損失のある鎖	名	段ごとに K 倍の損失を許す繰り込みの比較を、段数ぶんつないだもの。率は一様だが前の因子が $\xi^{\log_2 K}$ で育つ	16-11 §02
エネルギーの側の事実	名	配位の作用についての事実（捩れた真空の存在、固定群 ± 1、二つの捩れの箱の作用が正、S_N の上下）	16-11 §03
エントロピーの側の不足	名	帯に要る、渦の揺らぎと配置の数を尺度に一様に下から数える評価が、本書に無いこと	16-11 §03
物理の大きさの箱の混合の言明	言明	箱の辺を物理の長さ C/Λ に取ると、枠を替えたときの内側のゲージ不変な観測量の法則の全変動が閾より小さい（β に一様に）。強い形の質量ギャップの言い換え	16-11 §04
七つの試験の相手	名	帯の議論を試す相手：U(1) の弱結合・Z_2 の弱結合・有限の非可換群・随伴 Higgs の極限・SU(2) の混合作用の線と端点・SU(N) の体積転移・G_2	16-11 §04・26-12 §02
値の水準の三分類	名	対称な箱・捩れ一つの量の弱結合の振る舞い：U(1) は β に比例、凍った有限群は定数、SU(2) は $(3/2)\ln\beta$ の型	16-11 §04
捩れた箱の連続極限の制御	課題	測度で決まる量・捩れた（枠つきの）箱での、誤差の和が有限な尺度の比べ	16-11 §06
ゲージ不変な観測量の法則の結合	課題	ゲージ不変な関数の条件つきの法則を結ぶ作り方と、その上の有限の箱の判定	16-11 §06
エントロピーの側の下界の計算法	課題	相対エントロピーが 0 へ向かう、配位に合わせた挿入	16-11 §06
捩れた部門での作用の順序	課題	面の結合について ΔF が増えることを言う不等式か、その代わりの作用の順序	16-11 §06
中心の無い群のための渦の自由エネルギーの代役	課題	G_2 など中心の無い群で、渦の自由エネルギーの役をする量	16-11 §06
項ごとの符号の不等式	問い	面ごとの結合 β_p について $\partial \Delta F / \partial \beta_p \geq 0$	16-11 §04・26-12 §05

第 18 部 二つの言葉の辞書

名前	種別	何を指すか	導入の章
「経路積分（量子力学）」の項	辞書の項目	経路積分（量子力学） ⟷ Feynman–Kac 公式	18-02
「汎関数積分」の項	辞書の項目	汎関数積分 ⟷ ユークリッドの確率測度	18-02
「状態の空間」の項	辞書の項目	状態の空間 ⟷ 再構成の Hilbert 空間	18-02
「ウィック回転」の項	辞書の項目	ウィック回転 ⟷ OS の再構成定理	18-02
「Green 関数」の項	辞書の項目	Green 関数 ⟷ Wightman・Schwinger 関数	18-02
「Källén–Lehmann 表示」の項	辞書の項目	Källén–Lehmann 表示 ⟷ スペクトル測度	18-02
「真空と一意性」の項	辞書の項目	真空と一意性 ⟷ Ω・クラスター性	18-02
「ハミルトニアン」の項	辞書の項目	ハミルトニアン ⟷ 転送行列の対数	18-02
「一粒子状態」の項	辞書の項目	一粒子状態 ⟷ 質量作用素の孤立固有値	18-02
「S 行列」の項	辞書の項目	S 行列 ⟷ Haag–Ruelle 散乱理論	18-02
「正ノルム性」の項	辞書の項目	正ノルム性 ⟷ 反射正値性	18-02
「S 行列のユニタリ性」の項	辞書の項目	S 行列のユニタリ性 ⟷ 正ノルム性＋漸近完全性	18-02
「時空と格子」の項	辞書の項目	時空と格子 ⟷ $a\mathbb{Z}^4 \to \mathbb{R}^4$	18-02

名前	種別	何を指すか	導入の章
「正則化」の項	辞書の項目	正則化 ⟷ 格子間隔 a の測度の族	18-02
「繰り込み可能性」の項	辞書の項目	繰り込み可能性 ⟷ BPHZ・Epstein–Glaser	18-02
「場 φ(x)」の項	辞書の項目	場 $\phi(x)$ ⟷ 作用素値超関数	18-02
「ゲージ固定」の項	辞書の項目	ゲージ固定 ⟷ 軌道空間への切断	18-02
「物理的状態」の項	辞書の項目	物理的状態 ⟷ ゲージ不変量からの再構成	18-02
「局所対称性は破れない」の項	辞書の項目	局所対称性は破れない ⟷ Elitzur の定理	18-02
「質量ギャップ」の項	辞書の項目	質量ギャップ ⟷ スペクトルの隙間・一様な減衰	18-03
「相関長 ξ」の項	辞書の項目	相関長 ξ ⟷ 転送行列の隙間の逆数	18-03
「物理単位のギャップ」の項	辞書の項目	物理単位のギャップ ⟷ 格子単位の一様な下界	18-03
「V(R)」の項	辞書の項目	$V(R)$ ⟷ Wilson ループの減衰率	18-03
「弦張力 σ」の項	辞書の項目	弦張力 σ ⟷ 面積則の係数・Chatterjee の問題 5.2（連続の弦張力の問題）の d	18-03
「閉じ込め」の項	辞書の項目	閉じ込め ⟷ 片向きの定理	18-03
「中心対称性」の項	辞書の項目	中心対称性 ⟷ スラブでの中心不変性	18-03
「Λ・一尺度」の項	辞書の項目	Λ・一尺度（全ての質量が一つの尺度の定数倍） ⟷ 数学の側に対応語なし	18-03

名前	種別	何を指すか	導入の章
「m/√σ」の項	辞書の項目	$m/\sqrt{\sigma}$ ⟷ Chatterjee の問題 5.1・5.2（格子の相関長の問題と連続の弦張力の問題）を組にした極限	18-03
「グルーボール」の項	辞書の項目	グルーボール ⟷ 質量作用素の孤立固有値	18-03
「Langevin の緩和」の項	辞書の項目	Langevin の緩和 ⟷ 生成作用素 L	18-03
「z=2」の項	辞書の項目	$z = 2 \longleftrightarrow \mathrm{gap}(L) \asymp \mathrm{gap}(H_T)^2$（Langevin の隙間が転送行列の隙間の二乗）	18-03
「指数自己相関時間」の項	辞書の項目	指数自己相関時間 ⟷ Poincaré 定数 C_P	18-03
「熱化時間」の項	辞書の項目	熱化時間 ⟷ 混合時間	18-03
「動的指数 z」の項	辞書の項目	動的指数 $z \longleftrightarrow C_P \asymp \xi^z$	18-03
「z=2-η_s」の項	辞書の項目	$z = 2 - \eta_s \longleftrightarrow$ 変分の下界 $C_P \geq \chi$	18-03
「非臨界では減速しない」の項	辞書の項目	非臨界では減速しない ⟷ 一様な混合 ⟺ 一様な log-Sobolev	18-03
「Lüscher 項」の項	辞書の項目	Lüscher 項 ⟷ 帯の Casimir エネルギー	18-03
「粗面化・管の形」の項	辞書の項目	粗面化・管の形 ⟷ Wulff 構成	18-03
「位相電荷の凍結」の項	辞書の項目	位相電荷の凍結 ⟷ 状態空間のボトルネック	18-03
「繰り込み群」の項	辞書の項目	繰り込み群 ⟷ 段の列・UV 安定性	18-04
「β 関数」の項	辞書の項目	β 関数 ⟷ 有効結合の再帰式	18-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
「Polchinski の方程式」の項	辞書の項目	Polchinski の方程式 ⟷ 測度の分解の Polchinski 方程式（熱流）	18-04
「MCRG の Δβ」の項	辞書の項目	MCRG の Δβ ⟷ 一段の写像	18-04
「Λ のスキーム変換」の項	辞書の項目	Λ のスキーム変換 ⟷ 結合の再径数化	18-04
「Migdal–Kadanoff」の項	辞書の項目	Migdal–Kadanoff ⟷ 階層格子で閉じる再帰	18-04
「連続極限」の項	辞書の項目	連続極限 ⟷ スケーリング極限	18-04
「a(β)・尺度の設定」の項	辞書の項目	a(β)・尺度の設定 ⟷ ε(β)（Chatterjee の問題 5.2 の尺度の関数）	18-04
「スケーリング」の項	辞書の項目	スケーリング ⟷ 無次元比の極限	18-04
「漸近スケーリング」の項	辞書の項目	漸近スケーリング ⟷ ε(β) の漸近形	18-04
「普遍性」の項	辞書の項目	普遍性 ⟷ 極限の一意性	18-04
「Symanzik の $O(a^2)$」の項	辞書の項目	Symanzik の $O(a^2)$ ⟷ 段の取りこぼし δ(b)	18-04
「改善作用」の項	辞書の項目	改善作用 ⟷ 反射正値性の喪失（負の重みの寄与）	18-04
「周辺的な結合」の項	辞書の項目	周辺的な結合 ⟷ Sobolev の臨界指数	18-04
「大 N・平面図」の項	辞書の項目	大 N・平面図 ⟷ 平面地図・弦の和	18-04
「マスター場」の項	辞書の項目	マスター場 ⟷ 非可換分布の極限	18-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
「ホログラフィーの動径」の項	辞書の項目	ホログラフィーの動径 ⟷ Fefferman–Graham 展開	18-04
「KK 塔」の項	辞書の項目	KK 塔 ⟷ 内部ラプラシアンの λ_1	18-04
「位相電荷」の項	辞書の項目	位相電荷 ⟷ 第二 Chern 数	18-04
「インスタントン」の項	辞書の項目	インスタントン ⟷ 反自己双対接続	18-04
「Wilson 流」の項	辞書の項目	Wilson 流 ⟷ ヤン–ミルズ熱流	18-04
「Gribov 領域」の項	辞書の項目	Gribov 領域 ⟷ FP 作用素の正値域	18-04
「トレース異常」の項	辞書の項目	トレース異常 ⟷ 数学の側に対応語なし	18-04
中心対称性から閉じ込めへの定理（Chatterjee 2021 の定理 2.2）（短く：中心対称性から閉じ込めへの定理）	文献の名	中心対称性が破れなければ、静的な対のポテンシャル $V(R)$ が $R \to \infty$ で無限大に向かう（閉じ込め）	18-01
定義の列	表の行	辞書の格の一つ目の列：定義としての対応が確定か・条件つきか・未確定か	18-01
実在の列	表の行	辞書の格の二つ目の列：四次元でその対象が実在するか（構成済み・条件つき・無い）	18-01
測定の列	表の行	辞書の格の三つ目の列：有限の測定でどちらの向きに届くか	18-01
静的な冪（記号のまま）	名	静的な相関の冪 η_s：演算子の尺度次元 Δ から $\eta_s = 2\Delta - (d-2)$ で決まる指数（動的な指数とは別）	18-05

第 19 部 対象と、示すべき言明

名前	種別	何を指すか	導入の章
一様な減衰の言明	言明	示すべき言明の一つ：合わせた結合の列で、相関が格子間隔と箱に一様に指数で減衰すること（帰結が質量ギャップ）	19-07
示すべき言明	言明	第 19 部で定義した対象だけで書いた、連続極限と質量ギャップに向けて示すべき言明の組（合わせ・全列の収束・非退化・同程度連続・一様な減衰・帯）	19-07

名前	種別	何を指すか	導入の章
基点の時刻	言明	リンク (x,μ) の始点 x の時刻。時間の向きのリンクでは、これをそのリンクの時刻とする	19-01

第 21 部 確かな定理 — 渦の床と Polyakov ループ

名前	種別	何を指すか	導入の章
反転の費用の上界	言明	ある S で、全ての ε > 0 に m が在り、全ての M ≥ m で κ_c(N,M,m,⌊M/m⌋) ≤ S + ε（窓の類を反転する費用の上界）	21-04

第 23 部 一本目の道（前半）— 時間の方向から

名前	種別	何を指すか	導入の章
拡散型緩和時間の仮定（短く：緩和時間の仮定）	名	Wilson 測度の族で lim_{β→∞} ln C_P(β)/ln ξ(β) = 2（緩和の時間が相関長の二乗と同じ冪で伸びる。冪の水準の文）	23-01
緩和時間の上界の仮定（短く：上界の仮定）	名	$a^2 C_P \le C$、すなわち $C_P \lesssim \xi_{RG}^2$（ξ_{RG} は記帳の長さ。帯の文の上の半分で、すべての試験関数 f についての Poincaré 不等式）	23-01
緩和時間の下界の仮定（短く：下界の仮定）	名	$a^2 C_P \ge c$、すなわち $C_P \gtrsim \xi_{RG}^2$（ξ_{RG} は記帳の長さ。帯の文の下の半分で、試験関数一つで足りる）	23-01
帯の形の拡散型緩和時間の仮定（短く：帯の形の緩和時間の仮定）	名	ある $0<c\le C$ と β_0 で $c\,\xi^2 \le C_P[E] \le C\,\xi^2$（定数倍の幅で揃う帯の文。目盛り E を名指す）	23-01
二重井戸の緩和時間の冪の言明（短く：二重井戸の冪の言明）	名	二重井戸の経路の測度で lim_{ħ→0} ln C_P(ħ)/ln ξ(ħ) = 2（拡散型緩和時間の仮定と同じ形の文を、一段目の測度の族で述べたもの）	23-03
記帳の長さでの緩和時間の帯	仮定	帯の仮定（角度）と、一尺度の鎖・記帳の長さの鎖から従う帯の文 $a^2 C_P \asymp 1$（$a = 1/\xi_{RG}$）	23-01
構成の八つの言明	言明	問題文の要求を、格子から入る道で割った八つの部品の言明（無限体積の一意性・反射正値性の保存・Wilson ループの極限・物理単位の隙間・回転の回復・OS 再構成・非自明性など）	23-01
無限体積の一意性の言明	言明	各 β で体積無限の極限測度が一つに決まる	23-01
反射正値性の保存の言明	言明	正の自己共役な転送作用素、弱極限で保たれる	23-01
Wilson ループの極限の言明	言明	a→0 で繰り込んだ Wilson ループが自明でない極限を持つ	23-01
物理単位の隙間の言明	言明	物理単位の隙間 Δ(β) が β → ∞ で $\Delta_\infty \in (0,\infty)$ に収束すること	23-01
回転の回復の言明	言明	極限で回転と並進の不変性が戻る	23-01
OS 再構成の言明	言明	OS 公理から Hilbert 空間とハミルトニアンを作る	23-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
非自明性の言明	言明	極限がガウスでなく短距離で漸近自由と合う	23-01
緩和の鎖	仮定	$\lambda_1 \asymp m^2$（Langevin の隙間と質量の二乗が揃う）	23-01
一尺度の鎖	仮定	$m^2 \asymp \sigma$（質量の二乗と弦張力が揃う）	23-01
記帳の長さの鎖	仮定	$\sigma \asymp a^2$（弦張力と記帳の長さが揃う）	23-01
管の転送作用素の不等式（短く：管の不等式）	仮定	管の転送作用素 $T \le \exp(-(\sigma\ell + c/\ell))$（周長 ℓ の管が張力の分に加えて c/ℓ 以上重い）	23-02
局所化した管の不等式	仮定	短い輪の T・大きな輪の Casimir の床・その間のつなぎ目。三つで $m^2 \ge 4c\sigma$	23-02
尺度の一次元鎖への射影の仮定（短く：射影の仮定）	仮定	状態空間が尺度 $s = \ln \ell$ の一次元の鎖に射影できる（四つの部分 分散の尺度分解〜一本の線の性質）	23-02
取りこぼしの総和可能性の仮定	仮定	一段の取りこぼし $\delta(b_k)$ の和が有限	23-02
時間の刻みの比べの仮定（論文「片側の橋」の (D)）（短く：時間の刻みの比べの仮定）	仮定	時間を刻む格子で $E\lvert dF\rvert^2_G \le c_D\langle\phi,(1-\hat{T})\phi\rangle$（隣の時刻の増分と勾配の比べ、$c_D$ が β に一様）	23-01
基底状態の仮定（論文の (A1)）（短く：基底状態の仮定）	仮定	スペクトルが離散で基底状態が単純で正	23-01
定常な経路の測度の仮定（論文の (A2)）（短く：定常な経路の測度の仮定）	仮定	$T = \infty$ の（時間方向に無限に長い）定常な経路の測度が在ること	23-01
計量の比べの仮定（論文の (A3)）（短く：計量の比べの仮定）	仮定	Langevin の計量の比べ $G \le \lambda_G M^{-1}$	23-01
真空の C_P	名	一つの時刻の真空の測度の Poincaré 定数 C_P（三つの C_P の一つ）	23-01
経路の C_P	名	時空の全ての場の分布（経路の測度＝Wilson 測度）の Poincaré 定数 C_P。緩和時間の仮定はこれについての文	23-01
目盛りで測った経路の C_P	名	経路の C_P と同じ測度で、Dirichlet 形式の目盛り（角度で測るか場で測るか）を名指した C_P。目盛りを c 倍すると C_P は 1/c 倍	23-01
片側の橋の命題（論文の定理 3.1）（短く：片側の橋）	命題	連続の時間・有限の空間格子・$T=\infty$ で、基底状態の仮定・定常な経路の測度の仮定・計量の比べの仮定の下に $C_P \ge \kappa\xi^2 = \kappa\hbar^2/\Delta^2$（時刻に局所な試験関数の族で最良）	23-01
時間を刻む片側の橋の命題	命題	刻み 1 の時間の格子で、時間の刻みの比べの仮定の下に $C_P \ge 2/(c_D\,\Delta^2)$	23-01
一次元の片側の橋の命題	命題	連続の時間・$T\to\infty$ のどの一次元の井戸でも、時刻に局所な試験関数の族の天井は ξ^2、よって $C_P \ge \xi^2$（$R \ge 1$）	23-04
円の上の自由な粒子の反例	命題	円の上の自由な粒子では隙間 $\Delta = \hbar^2/2 > 0$ なのに経路の測度の $C_P = \infty$（逆向きの否定）	23-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
二重井戸の緩和時間の上界の命題（短く：一段目の上界の命題）	命題	二重井戸の経路の測度で二重井戸の四条件と前提の行の下に $C_P \le K\xi^2 S_0/\hbar$、したがって $1 \le R \le K'/\hbar$ で冪の文が従う	23-03
六節点の相内 Poincaré の命題	命題	$V=(x^2-1)^2/8$・$\varepsilon=1/2$・環 $N=12n$ の相の測度 $\mu^{(+)}$ で、六つの節点の $\hbar$ の各点で $\mathrm{Var}\, f \le C\, E(f)$、$C \le 1.6\times 10^{10}$（数値の入力なら 658）、$n$ に依らない	23-06
箱への帰着の命題	命題	$c_{alt} < 1$ なら $C_P \le (1+1/n)\, C_{box}/(1-c_{alt})$（重なる箱の偶奇の二族、Poincaré 不等式だけ）	23-05
箱の中の隙間の命題	命題	箱の中をキンクの配置で割り、$C_{box} \le C_{loc} + (1+\chi)C_{kg} \le K_4(C\xi)^2/D$	23-05
芯の定数の三区分の命題	命題	芯の Poincaré 定数を芯の長さ k で三つに分けて押さえる：$k \le 7$ は凸性、$8 \le k \le 14$ は二つのブロック、$k \ge 15$ は箱の帰着を芯に当てる（長い芯の箱の帰着の不等式）	23-11
二つの射影の補題	補題	二つの σ-代数の最大相関 $c < 1$ なら $\mathrm{Var}\, f \le (1-c)^{-1}(E\,\mathrm{Var}(f\|G_1) + E\,\mathrm{Var}(f\|G_2))$	23-05
短い芯の凸性の補題	補題	$\kappa(k) > 0$（$k \le 7$）なら全ての端の値と $\hbar$ で $C_P(\mu_k^{\{\alpha,\beta\}}) \le \varepsilon/\kappa(k)$	23-11
端への縮約の補題	補題	Markov 鎖では離れた二つの塊の最大相関が向かい合う端の二点の最大相関に等しい	23-11
二つのブロックの補題	補題	$8 \le k \le 14$ の芯を二つのブロックに分けて C_P を押さえる	23-11
交互の最大相関の閉じた式	命題	片の内の相関 t・継ぎ目の相関 s の定常なガウスの鎖で、偶の片と奇の片の最大相関が $\phi(\|s\|,\|t\|)$（閉じた式）	23-11
長い芯の箱の帰着の不等式	命題	長さ $k \ge 15$ の芯に、箱への帰着の命題の箱の帰着を当てて得る芯の Poincaré 定数の不等式	23-11
傾けの二次 Taylor の補題	補題	端の値の箱の中心の測度を傾け、キュムラント母関数の二次の Taylor 展開と Hölder の剰余で箱の全体を押さえる	23-06
隙間の非単調の命題	命題	FKG は尤度比の順序を与えるが、一サイトの隙間は隣の値について単調にならない	23-06
一次分数の補題	補題	$h = g - g^*$ と置き $\beta = \beta_0 + \tau$ で、期待値を τ の一次分数にする	23-08
傾けた囲いの補題	補題	段の写像の不動点の囲いを $m_k - \tau\mu_k - \tau^2\nu_k$ の形で τ について傾けて持つ	23-08
動く中心の補題	補題	分散の上界の二つの片側の中心を $c_\tau = c + \tau\kappa$ と τ とともに動かす	23-08
スカラーの筋の命題	命題	$\hbar \in [3\cdot 10^{-4}, 10^{-3}]$ の 8 節点で、凸な底に Bakry–Émery、頂上の帯を Gibbs の段で払い、芯の Poincaré 定数を押さえる（条件は $\ln k < \ell_{帯}$）	23-09

名前	種別	何を指すか	導入の章
窓の対数 Sobolev の積の上界	命題	サイトの窓の対数 Sobolev 定数を因子の積 A_W ≤ c_W C_1D^W S_W T_W で上から押さえる組み立て	23-07
窓の対数 Sobolev の閾の命題	命題	サイトの窓の対数 Sobolev 定数が要る値の内：A_W < A_max(ħ)	23-09
窓の周辺の対数 Sobolev の入力	仮定	窓の周辺の対数 Sobolev 不等式 Ent(E[g^2|σ_W]) ≤ A_W E(g) + D_W ∫ g^2	23-09
粗い鎖の Dobrushin の定理（論文の定理 CC）（短く：粗い鎖の Dobrushin の定理）	論文の名	両端が井戸の中の芯で、粗い鎖の Dobrushin の判定から芯の Poincaré 定数が一様に押さえられる（ħ ∈ [10^{-5},1] は 239 区間の区間演算で ρ_col ≤ 0.400）	23-05
小さい ħ の粗い鎖の命題（論文の命題 PIN）（短く：小さい ħ の粗い鎖の命題）	論文の名	小さい ħ（ħ ≤ 10^{-5}）で、粗い鎖の Dobrushin の係数が ρ_col ≤ 0.874 に収まること（粗い鎖の Dobrushin の定理の小さい ħ の側）	23-05
粗い鎖の Brascamp–Lieb の命題（論文の命題 BLc）（短く：粗い鎖の Brascamp–Lieb の命題）	論文の名	Brascamp–Lieb の不等式の粗い鎖の版（粗い鎖の Dobrushin の定理の部品）	23-05
閉じた芯の KKT 点の命題	命題	端の値が箱の下にある場合（a,b ≤ −x_c）に閉じた芯の上の KKT 点が底の角だけ	23-15
二重井戸の四条件	条件	一段目（二重井戸）の上界 C_P ≤ K$ξ^2 S_0$/ħ を割った四つの条件（相内の局所 Poincaré・鞍点の管・箱への帰着・箱の中の隙間）	23-03
相内の局所 Poincaré の条件	条件	キンクの無い相の測度 $μ^{(+)}$ の Poincaré 定数 C_loc が ħ と経路の長さに一様に O(1)（箱の中では切れ端の局所 Poincaré の仮定）	23-05
鞍点の管の条件	条件	キンクと反キンクの対の族の周りの管で、輸送の定数と管の Poincaré 定数が次元と ħ に一様（箱の中では鞍点の管の Poincaré の仮定と芯の Poincaré の一様性の仮定）	23-05
箱への帰着の条件	条件	C_P(μ) ≤ C_box(L)/c_M、c_M は ξ を単位とした長さだけに依る（全体の緩和時間を長さ L の箱の緩和時間に帰着する）	23-05
箱の中の隙間の条件	条件	長さ Cξ の箱の条件つき測度で 1/C_P ≥ cD/$(Cξ)^2$、c は ħ と境界の値に一様	23-05
切れ端の局所 Poincaré の仮定	条件	端の値を持つ切れ端（長さ ≤ Cξ）の局所 Poincaré が端の値にも一様	23-05
鞍点の管の Poincaré の仮定	条件	管の Poincaré 定数が管の長さ ≤ Cξ に一様	23-05
芯の Poincaré の一様性の仮定	条件	管の中の芯（頂上の近くにとどまる区間）の Poincaré 定数が芯の長さ k と端の値に一様	23-05
箱の交互の最大相関の仮定	仮定	箱の間の交互の最大相関 c_alt < 1 が ħ と境界の値に一様	23-05
芯の交互の最大相関の仮定	仮定	芯の交互の最大相関 $c̄$ < 1 の上界（k ≥ 15）	23-11
芯の作用の障壁の仮定	仮定	芯と窓の C_P ≤ c ħ^(−p) e^(ΔS/ħ)、障壁 ΔS < $2S_0$	23-11

名前	種別	何を指すか	導入の章
キンクの気体の隙間の仮定	仮定	縮約したキンクの気体の箱の隙間が一次元 Ising の Glauber の型（C_kg ≤ (Cξ)²/(c_kg(1−η_KG)D)）	23-05
交差項の一様性の仮定	仮定	交差項 E_Y(E[f|Y]) ≤ (1+χ)E(f)、χ が ħ と境界の値に一様	23-05
キンクの拡散係数の行	表の行	キンク一本の移動度 D = ħ/S_0（過程の水準）	23-05
橋の体積の局所性の入力	仮定	橋の上の体積の局所性	23-09
継ぎ目の極限の仮定	仮定	段を限りなく重ねた極限が各 ħ で不動点の囲いに入る	23-07
端の値が分布で与えられる仮定	仮定	外の鎖の端の値が一点でなく分布で与えられる場合にも、継ぎ目の評価が成り立つという仮定	23-07
台地で条件づけた比	仮定	環の継ぎ目（頂上の台地）で、台地の長さで条件づけて測った比	23-07
窓の外の鎖の縮みの行	表の行	q_free ≤ 0.998854904（橋の芯の窓の外の鎖の縮み、ħ の窓の全体）	23-07
区画の入力の小さな仮定	仮定	区画の枠組みに入力として要る十一の小さな仮定の一覧（橋の体積の局所性の入力・芯の対数 Sobolev の一様性の仮定・縦の項・正則性ほか。七つは中身の一行が未記）	23-07
余白の行	表の行	二尺度の組み立ての一つ目の行：粗い側の余白 $\hbar\rho - 2\hbar\kappa \geq 0.067$（隣と端の値 $[0, 2.5]^2$ で）	23-06
最近接の鎖の行	表の行	二尺度の組み立ての行：残したサイトの周辺の測度が最近接の鎖であること	23-06
二つのサイトの隙間の行	表の行	二尺度の組み立ての行：二つのサイト (x_4, x_8) の周辺の測度の隙間 $\lambda_c \geq 1.3 \times 10^{-4}$（端の値 $[0, 4]^2 \cdot \hbar \in (0, 0.2]$）	23-06
交差の行	表の行	二尺度の組み立ての行：二つの尺度の間の交差の強さ v/ħ ≤ 5888	23-06
分散の分解の行	表の行	二尺度の組み立ての最後の行：分散を残したサイトと残りに分けて、ほかの行を一つの Poincaré 定数に組む式	23-06
格子の目標の水準	条件	目標の第一の水準：各 β で格子の相関長 ξ(β) が有限で、β → ∞ で発散すること	23-15
物理単位の目標の水準	条件	格子の物理単位の質量 m_lat/a が正の有限値に向かう	23-15
連続の目標の水準	条件	目標の第三の水準：R^4 の上の非自明な連続の理論で隙間が正であること	23-15
節点の間の残件	条件	相内の局所 Poincaré の条件を閉じるのに残る行：六つの節点の間の ħ	23-06
小さい ħ の残件	条件	相内の局所 Poincaré の条件を閉じるのに残る行：ħ < 0.005 の側（区間を刻む計算機援用では無限個の区間が要る）	23-06

名前	種別	何を指すか	導入の章
大きい端の値の残件	条件	相内の局所 Poincaré の条件を閉じるのに残る行：隣と端の値が 2.5 を超える場合	23-06
定数の鋭さの残件	条件	相内の局所 Poincaré の条件を閉じるのに残る行：定数 $C \le 1.6\times10^{10}$ を鋭くすること	23-06
切れ端の版の残件	条件	相内の局所 Poincaré の条件を閉じるのに残る行：端の値を持つ切れ端の版（切れ端の局所 Poincaré の仮定）	23-06
書誌の残件	条件	相内の局所 Poincaré の条件を閉じるのに残る行：引いた定理の書誌の確認	23-06
区画の和	段	区画の枠組みの一つ目の段：配位の空間を箱の直積に割っても、Dirichlet 形式・分散・エントロピーが区画ごとの和に分かれること	23-09
Gibbs の分解	段	区画の枠組みの二つ目の段：Gibbs の変分不等式で、稀な集合の上の重みを粗い変数の周辺のエントロピーで払う	23-09
成分ごとの局所化	段	区画の枠組みの三つ目の段：勾配の成分ごとに、サイトの窓の周辺の対数 Sobolev 定数を当てて、和に芯の長さ k を入れない	23-09
体積の局所性	段	区画の枠組みの四つ目の段：欠陥の集合の稀さの指数 ℓ_min が芯の長さ k に依らないこと	23-09
区画の合成	段	区画の枠組みの五つ目の段：Barta・成分ごとの局所化・Bochner の三つの不等式を組み、閉じる条件の下で芯の隙間を k に依らず押さえる	23-09
一様なラプラス法の定量版	条件	一段目の井戸の中の局所 Poincaré と、$\hbar\to0$ の余白の帰着	23-15
仮定を揃える段	段	一段目の上界の命題の証明の最初の段：前提の行を揃える	23-05
箱へ帰着する段	段	一段目の上界の命題の証明の段：箱への帰着の命題で、全体を長さ $C\xi$ の箱に帰着する	23-05
箱の中の段	段	一段目の上界の命題の証明の段：箱の中の隙間をキンクの配置で割って押さえる	23-05
合成の段	段	一段目の上界の命題の証明の段：箱への帰着と箱の中の隙間を合成して $C_P \le K\xi^2 S_0/\hbar$ を得る	23-05
比を挟む段	段	一段目の上界の命題の証明の段：比 $R = C_P/\xi^2$ を $1 \le R \le K'/\hbar$ と挟む	23-05
冪を読む段	段	一段目の上界の命題の証明の最後の段：挟んだ比から冪の文 $\ln C_P/\ln \xi \to 2$ を読む	23-05
短い芯の段	段	芯の定数の三区分の一つ目：長さ $k \le 7$ の芯を凸性で押さえる	23-11
中くらいの芯の段	段	芯の定数の三区分の二つ目：長さ $8 \le k \le 14$ の芯を二つのブロックに分けて押さえる	23-11

名前	種別	何を指すか	導入の章
長い芯の段	段	芯の定数の三区分の三つ目：長さ k ≥ 15 の芯に箱の帰着を当てる	23-11
鞍点の管の七つの道筋	道筋	鞍点の管の条件の芯の行を閉じるために立てた七つの道筋	23-07
窓の外の鎖の道筋	道筋	窓の外の鎖の縮み（橋の芯の q_free < 1、機）	23-07
窓の定数の数値の道筋	道筋	残る数値（サイトの窓の定数の区間化）	23-07
区画の枠組みの道筋	道筋	区画の枠組み（五つの段と閉じる条件）	23-07
区画の入力の道筋	道筋	小さな仮定（区画の入力の一覧）	23-07
窓の対数 Sobolev の道筋	道筋	残る一命題（窓の対数 Sobolev の閾の命題）を三本の筋で攻める道筋	23-07
環の継ぎ目の道筋	道筋	環の継ぎ目（外の鎖と内の鎖）	23-07
ħ の範囲の道筋	道筋	ħ の範囲（窓の外と ħ→0、対象の外）	23-07
成分ごとの筋	道筋	窓の対数 Sobolev の道筋の一本目：勾配の成分ごとの形（要る値の 1.4〜5.5 倍で止まる）	23-09
スカラーの筋	道筋	窓の対数 Sobolev の道筋の二本目：スカラーの形（スカラーの筋の命題）	23-09
Feynman–Kac の筋	道筋	窓の対数 Sobolev の道筋の三本目：Feynman–Kac の形（Monte Carlo の読み）	23-09
箱の側の芯の道	道筋	分かれ道（芯の Poincaré の一様性の仮定）を箱の側の芯で支える道：芯の定数の三区分の命題と、局所の項が ħ→0 で消えること	23-15
区画の側の芯の道	道筋	分かれ道（芯の Poincaré の一様性の仮定）を区画の側の芯で支える道：区画の枠組みの芯の隙間の一様な下界と継ぎ目の極限の仮定	23-15
ブロックと混合の道	道筋	ブロック（ℓ_B ≥ 12）の対数 Sobolev 不等式と強い混合で、分かれ道（芯の Poincaré の一様性の仮定）を支える第三の枝（23-15 の表 C1 の十四の行）	23-15
頂上の曲率の型	型	迂回策の壊れ方の型：源は一つ ― 頂上の一サイトの曲率	23-10
構造の因子の天井の型	型	迂回策の壊れ方の型：比で入る構造の因子には天井がある	23-10
二度払いの型	型	迂回策の壊れ方の型：同じ場所を二度払っていた	23-10
通貨の取り違えの型	型	迂回策の壊れ方の型：通貨の取り違え ― 出口の速さと稀さ	23-10
1/ħ の住所の型	型	迂回策の壊れ方の型：1/ħ の住所（1/ħ の因子がどこから入るかの取り違え）	23-10
揺れの向きのずれの型	型	迂回策の壊れ方の型：揺れの向きと柔らかい向きのずれ	23-10

名前	種別	何を指すか	導入の章
移しかえの型	型	迂回策の壊れ方の型：移しかえ ― 重さは別の列へ移るだけ	23-10
壊れ方の七つの型	表の行	迂回策が壊れた理由を七つに分類した型。新しい候補に当てる問いとして使う	23-10
迂回策「負の曲率の局所化」（短く：負の曲率の局所化）	迂回策	Bochner の負の曲率を欠陥の集合に局所化	23-10
迂回策「Gibbs の傾きの最適化」（短く：Gibbs の傾きの最適化）	迂回策	Gibbs の傾きを $t^*=\ell-5.10$ に	23-10
迂回策「閾の引き上げ」（短く：閾の引き上げ）	迂回策	閾を $1/\sqrt{3}$ に上げ局所化の残りを 0 に	23-10
迂回策「欠陥の深さの層分け」（短く：欠陥の深さの層分け）	迂回策	欠陥の深さ b を層に分ける	23-10
迂回策「欠陥の集合の絞り込み」（短く：欠陥の集合の絞り込み）	迂回策	欠陥の集合を行が κ を下回る集合に絞る	23-10
迂回策「長い塊の欠陥」（短く：長い塊の欠陥）	迂回策	欠陥を長さ 8 以上の塊で定める	23-10
迂回策「頂上の帯の払い」（短く：頂上の帯の払い）	迂回策	頂上の帯を欠陥に払う	23-10
迂回策「スカラーの払い」（短く：スカラーの払い）	迂回策	区画の欠陥をスカラーの形で払う	23-10
迂回策「非線形の Barta の重み」（短く：非線形の Barta の重み）	迂回策	Barta の重みを非線形に	23-10
迂回策「Agmon の型の払い」（短く：Agmon の型の払い）	迂回策	真の固有関数の勾配だけで払う（Agmon の型）	23-10
迂回策「下流の洗い直し」（短く：下流の洗い直し）	迂回策	下流で要るものを洗い直す	23-10
迂回策「粗い段と伝播の段の一括」（短く：粗い段と伝播の段の一括）	迂回策	粗い段と伝播の段を一度に	23-10
迂回策「関数の不等式の取り替え」（短く：関数の不等式の取り替え）	迂回策	対数 Sobolev でなく Poincaré／修正 LSI／Φ-エントロピー	23-10
迂回策「塊を固定した対数 Sobolev」（短く：塊を固定した対数 Sobolev）	迂回策	塊の状態を固定した条件つき測度の対数 Sobolev	23-10
迂回策「頂上の帯だけの摂動」（短く：頂上の帯だけの摂動）	迂回策	窓の外に Bakry–Émery、頂上の帯だけ Holley–Stroock	23-10
迂回策「既知の一様な対数 Sobolev」（短く：既知の一様な対数 Sobolev）	迂回策	一次元の一様な対数 Sobolev の既知の定理	23-10

名前	種別	何を指すか	導入の章
迂回策「有限体積の判定」（短く：有限体積の判定）	迂回策	有限体積の判定（Martinelli–Olivieri・Lu–Yau）	23-10
迂回策「Glauber の対数 Sobolev」（短く：Glauber の対数 Sobolev）	迂回策	Glauber 力学の既知の対数 Sobolev	23-10
迂回策「二段の塊展開」（短く：二段の塊展開）	迂回策	二段の塊展開・ブロックスピン	23-10
迂回策「古典の極限への延長」（短く：古典の極限への延長）	迂回策	ħ を窓の下へ（古典の極限）	23-10
迂回策「一・二サイトの窓」（短く：一・二サイトの窓）	迂回策	窓を一・二サイトに	23-10
迂回策「塊の芯の局所化」（短く：塊の芯の局所化）	迂回策	窓でなく塊の芯で局所化	23-10
迂回策「Hölder と超縮小の段」（短く：Hölder と超縮小の段）	迂回策	Gibbs の段を Hölder と超縮小に	23-10
迂回策「高さの関数の払い」（短く：高さの関数の払い）	迂回策	負の曲率を高さの関数で払う	23-10
迂回策の一覧	表の行	窓の対数 Sobolev の道筋の残る一命題の両辺または形を動かした二十四の迂回策	23-10
強結合の曲率の道	表の行	曲率の方法の効く β を広げる（強結合の側）	23-02
一段の記帳の道	表の行	連続極限を一段の列として記帳する	23-02
取りこぼしの和の道	表の行	取りこぼし δ(b) の和は有限か	23-02
強結合の級数の道	表の行	強結合の級数から動的な冪 η が読めるか	23-02
完全な族の次元の道	表の行	辺・面の完全な族はどの次元で在るか	23-02
次元の境目の道	表の行	なぜ四次元が境目か	23-02
反射正値性の道	表の行	反射正値性を下からの評価に使う	23-02
記帳の面積則の道	表の行	記帳の中に面積則の形が出るか	23-02
多リンク積分の道	表の行	k リンク積分の閉形は解析的か	23-02
投稿の欠陥との比べの道	表の行	構成を主張する投稿の欠陥は δ と同じ量か	23-02

名前	種別	何を指すか	導入の章
多重尺度の曲率の道	表の行	曲率の方法を尺度ごとに重ねる	23-02
体積と境界の道	表の行	C_P の評価は体積と境界条件に一様か	23-02
下界の試験関数の道	表の行	下界の仮定を与える試験関数は在るか	23-02
ゲージ固定の長波長の道	表の行	ゲージ固定した長波長モードを一価に作れるか	23-02
分光の道	表の行	平滑化した演算子と分光で隙間を押さえる	23-02
一尺度の下の半分の道	表の行	一尺度の下の半分 $m^2 \gtrsim \sigma$ を作る	23-02
尺度の一次元鎖の道	表の行	上界の仮定を尺度の一次元鎖で挟む	23-02
四次元格子で試した十七の道	表の行	四次元格子で試した十七の道（一つの問いと一組の道具の組）	23-02
試験関数の片側の壁	壁	試験関数は C_P を下からしか押さえない	23-02
分光の上界の壁	壁	分光は隙間の上界で終わる	23-02
局所演算子の次元の壁	壁	局所ゲージ不変演算子は次元 4 以上で η_s=2	23-02
ゲージ固定の一価性の壁	壁	ゲージ固定：鋭ければ多価、鈍ければ長波長が消える	23-02
測定の費用の壁	壁	均した演算子の分子を測る費用 ≥ cL^{d+2}	23-02
正の重みの核の壁	壁	δ(2)=0 の核は隣の重みが負	23-02
更新形の級数の壁	壁	強結合の級数は更新形で η=0 を強制	23-02
一段きりの積分の壁	壁	完全な族の一リンク積分は一段きり	23-02
極限の性質の壁	壁	Wilson ループの極限の言明・回転の回復の言明は一段の写像の合成からは出ない	23-02
上界の道具の壁	壁	上界の仮定の型の道具が無い（交差項で止まる）	23-02
管の不等式の壁	壁	$m^2 \gtrsim \sigma$ は管の不等式に移ったが証明の型が無い	23-02
射影の仮定の壁	壁	射影の仮定は緩和時間の仮定より弱くない	23-02
検査の道具の壁	壁	機械検査の道具に乏しい	23-02
仮定そのものの壁	壁	緩和時間の仮定と三つの鎖は証明されていない	23-02
同値の足場の壁	壁	物理単位の隙間の言明の同値の足場（冪の形・η≥0・加法的な段の誤差・一ループ核の δ）	23-02
周期境界の予想の壁	壁	周期境界での上界の仮定の破れは予想に依る	23-02
当てはめの壁	壁	$m/\sqrt{\sigma}$ の破れが $O(a^2)$ なのは当てはめ	23-02

名前	種別	何を指すか	導入の章
箱の大きさの壁	壁	箱が小さい	23-02
取りこぼしのゲージ依存の壁	壁	c_2 のゲージの取り方による違い	23-02
管の模型の符号の壁	壁	管の模型の 1/P の係数の符号が未決	23-02
一次資料の壁	壁	一次資料の欠け	23-02
原理の壁	型	壁の五つの型の一つ：不等式の向きから出て、道具の細部に依らない壁	23-02
構造の壁	型	壁の五つの型の一つ：選んだ族・記帳・級数の中で要求が両立しない壁（族の外は未決）	23-02
道具の壁	型	壁の五つの型の一つ：要る種類の道具がまだ無い壁	23-02
仮定の壁	型	壁の五つの型の一つ：拠っている仮定そのものが証明されていない、または予想に依る壁	23-02
測定と文献の壁	型	壁の五つの型の一つ：測れる大きさと一次資料の欠けから来る壁	23-02
問い「k=3 胞体の完全な族」（短く：k=3 胞体の完全な族）	問い	$k=3$ 胞体の完全な族は $d=9$ で在るか	23-17
問い「完全な族が在る最大の次元」（短く：完全な族が在る最大の次元）	問い	完全な族が在る最大の次元 $d_{\max}(k)$	23-17
問い「Hermite の族の定数」（短く：Hermite の族の定数）	問い	Hermite の族の 1 − λ_k の定数を求める問い	23-17
問い「森の上の比の SU(N) 版」（短く：森の上の比の SU(N) 版）	問い	森の上の関数の比が $1/\lambda_1(G)$ で頭打ちになることの $SU(N)$ 版と Lean の言明	23-17
問い「二次元格子の C_P(β)」（短く：二次元格子の C_P(β)）	問い	二次元格子 YM のリンク変数での $C_P(\beta)$	23-17
問い「一リンク積分の後の曲率」（短く：一リンク積分の後の曲率）	問い	一リンク積分の後の曲率の最良の定数 $c^* \in [21, 27]$	23-17
問い「柱の模型の N^{−3} の係数」（短く：柱の模型の N^{−3} の係数）	問い	柱の模型の N^{-3} の係数 $C \approx 320$ を解析的に（XX 鎖の有限サイズ展開）	23-17
問い「柱の模型の 1/P の符号」（短く：柱の模型の 1/P の符号）	問い	柱の模型で、有限の u の $1/P$ の符号	23-17
問い「取りこぼしのゲージ依存」（短く：取りこぼしのゲージ依存）	問い	取りこぼし c_2 はブロック変換のゲージの取り方でどれだけ変わるか	23-17
問い「O(3) σ 模型の C_P と ξ²」（短く：O(3) σ 模型の C_P と ξ²）	問い	二次元 $O(3)$ σ 模型の C_P と ξ^2	23-17

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「三次元 Z_2 ゲージの C_P/ξ²」（短く：三次元 Z_2 ゲージの C_P/ξ²）	問い	三次元 $\mathbb{Z}_2$ ゲージ理論の C_P/ξ^2	23-17
問い「C_P(V) の体積単調性」（短く：C_P(V) の体積単調性）	問い	$C_P(V)$ の体積単調性と境界条件（小さな格子で生成作用素の固有値を全て求める）	23-17
問い「四次元 SU(2) の動的指数」（短く：四次元 SU(2) の動的指数）	問い	四次元 $SU(2)$ の局所の算法の動的指数の一次資料を集める	23-17
問い「芯の最大相関の区間演算」（短く：芯の最大相関の区間演算）	問い	中くらいの芯（$8 \le k \le 14$）の二点の最大相関を区間演算で上から押さえる問い	23-17
問い「芯と窓の前因子の冪」（短く：芯と窓の前因子の冪）	問い	芯と窓の C_P の前因子 $\hbar^{-p}$ の冪を、縮退点の容量で読む	23-17
問い「箱の交互の最大相関の比較」（短く：箱の交互の最大相関の比較）	問い	箱の間の交互の最大相関 $c_{\mathrm{alt}} < 1$ を、二点の量に縮まない例を避けて示す比較の定理	23-17
問い「保存を壊す項の長さ」（短く：保存を壊す項の長さ）	問い	保存のある力学に保存を壊す小さな項を足したとき、隙間が一辺の二乗の振る舞いから離れる長さを問う	23-17
共通の前提の行	表の行	T=∞ の測度の一意性・Markov 性・局所関数からの延長・極限の段・正則性（共通の前提）	23-11
区間演算の前提の行	表の行	区間演算の前提：IEEE 754 の四則の正しい丸め・和の誤差・自前の指数関数の誤差	23-07
頂上の曲率の不足の壁	表の行	23-07 の表 4 の行：頂上の一サイトの曲率が 1/4 足りないこと（三本の筋に共通の壁）	23-07
芯の下界の行	表の行	23-07 の表 4 の行：芯の隙間の一様な下界	23-07
区画の枠組みの行	表の行	23-07 の表 4 の行：区画の枠組み（五つの段と閉じる条件）	23-07
小さな仮定の行	表の行	23-07 の表 4 の行：区画の入力の道筋の小さな仮定	23-07
窓の対数 Sobolev の閾の行	表の行	23-07 の表 4 の行：残る一命題（窓の対数 Sobolev の閾の命題）	23-07
代理の比の持ち上げの仮定	表の行	スカラーの筋の命題の持ち上げの仮定（代理の比を測った範囲の外へ線形に持ち上げる）	23-09
箱の積の不等式の行	表の行	箱の積の不等式（Efron–Stein の型）	23-05
相関長の伸び方の行	表の行	ln ξ ≥ s/ħ（ξ ∝ ħ^{1/2} e^{S_0/ħ}）の読み	23-05
キンクの作用の行	表の行	23-04 の表 3 の行：キンク一本の作用 S_0（零モードの行と組）	23-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
零モードの行	表の行	23-04 の表 3 の行：キンクの並進の零モード（キンクの作用の行と組）	23-04
次の固有値の行	表の行	23-04 の表 3 の行：キンクのまわりの揺らぎの作用素の次の固有値 3/4	23-04
箱の力学の命題（Martinelli の講義の命題 3.4・3.5）（短く：箱の力学の命題）	文献の名	箱の力学（離散のスピンで全体の隙間を箱の力学と箱の中の隙間で押さえる型）	23-05
分散の分割の補題（Menz–Schlichting の補題 2.4）（短く：分散の分割の補題）	文献の名	分散の分割の式（Eyring–Kramers の Poincaré 版の骨組み）	23-05
Helffer の判定の Poincaré 版（Ledoux の命題 3.1）（短く：Helffer の判定の Poincaré 版）	文献の名	Helffer の判定の Poincaré 版（Bobkov–Ledoux 2000 の命題 3.1 も同じ番号で引く）	23-06
Bochner の公式の積分形（Ledoux の命題 1.3）（短く：Bochner の公式の積分形）	文献の名	Bochner の公式を積分した恒等式（区画の合成で、勾配の Dirichlet 形式を曲率で押さえるのに使う）	23-09
Holley–Stroock の摂動の補題（Ledoux の命題 6.1）（短く：Holley–Stroock の摂動の補題）	文献の名	凸な作用との差の振れ幅で Poincaré 定数を摂動する補題（Holley–Stroock の型）	23-06
単一の界面の拡散の定理（Bertini–Brassesco–Buttà の定理 2.1）（短く：単一の界面の拡散の定理）	文献の名	単一の界面の拡散係数	23-04
二ブロックの Gibbs 標本化の率の定理（Roberts–Sahu の定理 5）（短く：二ブロックの Gibbs 標本化の率の定理）	文献の名	二ブロックの Gibbs 標本化の収束の率	23-11
格子の相関長の問題（Chatterjee の Problem 5.1）（短く：格子の相関長の問題）	文献の名	Chatterjee の問題 5.1：各 β で格子の相関長 ξ(β) が有限で、$\beta \to \infty$ で $\xi(\beta) \to \infty$ となること	23-01・16-07
連続の弦張力の問題（Chatterjee の Problem 5.2）（短く：連続の弦張力の問題）	文献の名	Chatterjee の問題 5.2：格子間隔を選んだ Wilson ループの連続極限で、弦張力 d が 0 でないこと	23-01・16-07
角度の目盛り	名	リンクの角度で測った Dirichlet 形	23-01
場の目盛り	名	場 $A = \sqrt{\beta}\,\vartheta$ で測った Dirichlet 形	23-01
取りこぼしの溜まりの指数	名	取りこぼしが溜まる速さの指数 θ（$a\xi \propto a^{\theta}$）	23-01
一段の傾き（記号のまま）	名	一段の傾き $\kappa = 4Nb_0 = 11/(3\pi^2)$	23-02
一段の取りこぼし（記号のまま）	名	一段の取りこぼし。c_2/b^2 で消える	23-02
記帳の長さ	名	格子を粗くする段の数 k(β) で決めた長さ ξ_RG = b^{k(β)}。格子間隔を a := 1/ξ_RG と置く	23-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
帯の冪	名	a^2C_P が a の冪 a^p で振る舞うときの指数 p（p = 0 が帯の文）	23-01
芯の対数 Sobolev の一様性の仮定	条件	芯の対数 Sobolev 定数が一様に押さえられること	23-09
上の側の目標の行	表の行	23-04 の表 3 の行：上の側の目標 $C_P \le K\xi^2 S_0/\hbar$（一段目の上界の命題の結論の形）	23-04
キンクの拡散係数の数値の行	表の行	23-04 の表 3 の行：キンクの拡散係数の数値 $D/(\hbar/S_0) = 1.00〜1.14$	23-04
相関長の半古典の主項の行	表の行	23-04 の表 3 の行：相関長 ξ の半古典の主項（ξ ∝ ħ^{1/2} e^{S_0/ħ}）	23-04
格子の ln ξ の行	表の行	23-04 の表 3 の行：格子の ln ξ の数値と格子のキンクの作用 S_0^lat	23-04
R の下界の伸びの行	表の行	23-04 の表 3 の行：比 $R = C_P/\xi^2$ の下界が 1.06 から 6.5 へ伸びること	23-04
希薄な気体の勘定の行	表の行	23-04 の表 3 の行：キンクを希薄な気体として数えた勘定 $C_P \approx \xi^2 S_0/\hbar$	23-04
帯の比の行	表の行	23-04 の表 3 の行：磁化に直交する成分との比が 1 に近づくこと	23-04
Glauber の固有値の行	表の行	23-04 の表 3 の行：Glauber の固有値が全状態のスペクトルに現れること	23-04
凸な芯の曲率の行	表の行	23-04 の表 3 の行：凸な芯で $C_P \le 2/(3a^2-1)$	23-04
探索した出発点の最大で足りる仮定	仮定	Monte Carlo で探索した出発点の上の最大で足りるという仮定（ファイバー全体の上界ではない）	23-09
Barta の行の仮定	表の行	区画の合成に使う Barta の行の不等式（欠陥の外での下界 κ = 3/1000・欠陥の深さ b = 493/1000）の仮定	23-09
固有関数の正則性の仮定	表の行	区画の合成に使う、Bochner の境界の項が消えることと固有関数の正則性の仮定	23-09

第 24 部 一本目の道（後半）

名前	種別	何を指すか	導入の章
局所の拡散型緩和時間の仮定（短く：局所の緩和時間の仮定）	名	台を物差し ℓ の c 倍の窓に限った局所の Poincaré 定数 C_P^loc(c) が ℓ^2 と同じ冪（上側は $C_P^{loc}(c) \le K(c)\ell^2$）。比の形 K_rel で述べる	24-03
区画ごとの拡散型緩和時間の仮定（短く：区画ごとの緩和時間の仮定）	名	位相の区画（電荷の値）ごとに条件づけた測度で拡散型緩和時間の仮定を述べる文（区画の Poincaré 定数 C_P^sec(n)）	24-03

名前	種別	何を指すか	導入の章
局所の励起のモーメントの仮定	仮定	空間の箱に台を持つ局所の観測量のスペクトル測度のモーメント比 $M_3/M_1 \le m_\infty^2 + \gamma/(c\ell)^2$	24-04
四次元の箱の交互の最大相関の仮定	仮定	四次元の閉じた箱の族の間の交互の最大相関が 1 未満で、β に一様であること	24-03
四次元の閉じた箱の隙間の仮定	仮定	四次元の閉じた箱で、箱の緩和時間が C_box(cξ_RG) ≤ K′ξ_RG² となること（ξ_RG は記帳の長さ）	24-03
無限体積の基底状態変換の恒等式	仮定	時間を連続に取った格子の基底状態変換の恒等式（隙間と真空の測度の関係）が、無限体積でも成り立つという仮定	24-04
窓の因子の単調性の命題	命題	g(x) = φ(x)/x²（φ(x) = 1 − (1−e^{−x})/x）は x > 0 で狭義減少（窓の因子は減る）	24-04
窓の中の上限の命題	命題	片側の橋の仮定と正準の目盛りの下で、重みの台を窓 [0,T] に限った時刻に局所な族の上限を超越方程式の根で閉じた形に書く	24-04
隙間と真空の測度の命題	命題	時間を連続に取った格子で、隙間は一つの時刻の真空の測度の Poincaré 定数とちょうど逆数で結ばれる（基底状態変換）	24-05
電場と磁場の分け方の frustration の命題	命題	電場と磁場への分け方では Kogut–Susskind のハミルトニアンは frustration-free でない	24-05
局所の Poincaré 定数の性質の命題	命題	局所の Poincaré 定数 C_P^loc(c) は窓の周辺の法則だけで決まり、D_c は稠密でなく、c について単調で c→∞ で C_P に戻る	24-03
区画の Poincaré 定数の命題	命題	区画の Poincaré 定数 C_P^sec(n) は区画が連結なら有限で、分散が区画の中と区画の間に分かれ、C_trans で挟める	24-03
群の上の凸性の天井の補題（短く：凸性の天井の補題）	補題	閉じた多様体の上の測度では Bakry–Émery の曲率の下限に天井がある	24-06
単位元に集まれない系	系	SU(2) では凸な測度は単位元に集まれない	24-06
一リンクの Wilson の重みの命題	命題	一リンクの Wilson の重みの凸性の範囲（弱結合で凸でない所が確率の小さい所に押し込まれる）	24-06
局所の凸性の規則	規則	稀さで払う測度の類の規則の候補の一つ：良い集合の上で測度が局所に凸であること	24-06
悪い集合の稀さの規則	規則	稀さで払う測度の類の規則の候補の一つ：凸でない悪い集合が稀であること	24-06
戻る漂流の規則	規則	稀さで払う測度の類の規則の候補の一つ：悪い集合から良い集合へ戻る漂流があること	24-06
エントロピーの払いの規則	規則	稀さで払う測度の類の規則の候補の一つ：悪い集合の稀さをエントロピーの不等式で払うこと	24-06
粗視化で閉じる規則	規則	稀さで払う測度の類の規則の候補の一つ：粗視化した変数の上で評価が閉じること	24-06

名前	種別	何を指すか	導入の章
無次元の結合という源	問い	難しさの源の一つ：結合が無次元で全ての尺度が同じ重さで効き、無限個の段を段数に一様に制御せねばならないこと	24-07
尺度をつなぐ展開の欠如	問い	難しさの源の一つ：紫外と赤外をつなぐ展開が無いこと	24-07
大域のゲージ固定の欠如	問い	難しさの源の一つ：非可換のゲージ不変性のため、連続な大域のゲージ固定が無いこと	24-07
難しさの三つの源	問い	四次元のヤン–ミルズの難しさの三つの源（無次元の結合・尺度をつなぐ展開の欠如・大域のゲージ固定の欠如）	24-07
尺度の公理化の規則	表の行	24-08 の表 2 の規則の候補：尺度を公理として扱う（尺度の公理化）	24-08
ループの代数の規則	表の行	24-08 の表 2 の規則の候補：Wilson ループの代数の規則	24-08
保存量と区画の規則	表の行	24-08 の表 2 の規則の候補：保存量と、保存量で分けた区画の規則	24-08
稀さの類の規則	表の行	24-08 の表 2 の規則の候補：稀さで払う測度の類	24-08
漸近自由の公理の規則	表の行	24-08 の表 2 の規則の候補：漸近自由を公理として置く規則	24-08
曲率の規則	表の行	24-08 の表 2 の規則の候補：ゲージ軌道の空間の上の Bakry–Émery の曲率の規則	24-08
問い「自由場の局所励起の比べ」（短く：自由場の局所励起の比べ）	問い	自由場で局所の励起のエネルギーを比べる問い	24-08
問い「窓の因子の単調性の問い」（短く：窓の因子の単調性の問い）	問い	窓の因子 $\phi(x)/x^2$ の単調性を問う問い	24-08
問い「Polyakov ループの符号の問い」（短く：Polyakov ループの符号の問い）	問い	小さな周期の箱の Polyakov ループの符号で、静的な比が緩和の遅さを捕まえるかを問う	24-08
問い「二次元の層の U(1) の隙間」（短く：二次元の層の U(1) の隙間）	問い	二次元の層の U(1) で、帯を伸ばしたときの隙間を問う	24-08
問い「位相電荷の自己相関の資料」（短く：位相電荷の自己相関の資料）	問い	SU(2) の位相電荷の自己相関の一次資料を集める問い	24-08
問い「二つの射影の補題の多族版」（短く：二つの射影の補題の多族版）	問い	二つの射影の補題の多族版（d 次元の箱の 2^d 色の族）と、その最大相関の条件を問う	24-08
問い「一リンクの重みの Hessian」（短く：一リンクの重みの Hessian）	問い	一リンクの Wilson の重みを熱核と一段畳み込んだときの Hessian と、類の母数の写り方を問う	24-08

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「転送作用素での刻みの比べ」（短く：転送作用素での刻みの比べ）	問い	Wilson の転送作用素で、時間の刻みの比べの仮定が成り立つかを問う	24-08
問い「τ_int と C_P の Lean」（短く：τ_int と C_P の Lean）	問い	τ_int ≤ C_P と基底状態変換の恒等式を Lean で書く問い	24-08
問い「CP^{N−1} のモードの読み直し」（短く：CP^{N−1} のモードの読み直し）	問い	CP^{N−1} 模型の局所のモードと位相のモードを読み直す問い	24-08
問い「二次元 SU(2) のループの族」（短く：二次元 SU(2) のループの族）	問い	二次元 SU(2) のループの族の λ_W・Γ を求める問い	24-08
問い「四次元の大きいループの値」（短く：四次元の大きいループの値）	問い	四次元の箱の大きいループの族の値を求める問い	24-08
問い「キンクの位置への還元」（短く：キンクの位置への還元）	問い	二重井戸の問題をキンクの位置の力学へ還元する問い	24-08
問い「帯の β=7 の一点」（短く：帯の β=7 の一点）	問い	帯の β = 7 の一点を測る問い	24-08
問い「閾と 1 の間の帯の質量」（短く：閾と 1 の間の帯の質量）	問い	閾と 1 の間の帯で、質量を見る別の議論を作る問い	24-08
問い「時間を刻む格子の窓の橋」（短く：時間を刻む格子の窓の橋）	問い	時間を刻む格子で、窓の中の上限の命題（窓の橋）の版を作る問い	24-08
問い「区画の分け方の frustration-free」（短く：区画の分け方の frustration-free）	問い	Kogut–Susskind のハミルトニアンの区画の分け方が frustration-free になるかを問う	24-08
問い「CP^{N−1} の試験台の拡張」（短く：CP^{N−1} の試験台の拡張）	問い	CP^{N−1} の試験台に種と N を足して広げる問い	24-08
問い「部分領域の電荷の保存の長さ」（短く：部分領域の電荷の保存の長さ）	問い	四次元の部分領域の電荷で測ったとき、保存が壊れる長さを問う	24-08
ほぼ保存される大域の量の型	型	隙間に映らない大域の量が、相関長とは別の長さで緩和を遅くする型（量の分散が大きい・Dirichlet 形式が小さい・隙間に映らない、の三つの条件）	24-01
赤外の漸近自由の命題（BBS の命題 6.1.7）（短く：赤外の漸近自由の命題）	文献の名	大きな場の重みのノルムの一段の評価・赤外の漸近自由	24-06
共分散の圧縮の補題（Hairer–Stuart–Voss–Wiberg の補題 2.2）（短く：共分散の圧縮の補題）	文献の名	部分空間に圧縮した共分散の作用素ノルムの表示	24-03

第 25 部 二本目の道 — 空間の方向から

名前	種別	何を指すか	導入の章
証明の五つの手順	名	板の閉じ込めの定理の証明の五つの段	25-04
面を動かす補題	補題	リンクを含む全てのプラケットの符号を反転しても分配関数は変わらず、面 Π_q は動かせ、分配関数は面の数の偶奇だけで決まる	25-01
区画と流束の自由エネルギーの定義	名	ΔF = ln(Z(0)/Z(1))、θ = tanh(ΔF/2) の定義	25-01
偏りの偶奇表示	命題	θ = E[(−1)^|Q|]（捩れの和のアンサンブルの面の数の偶奇の期待値）	25-01
作用零の配位の補題	補題	S^z=0 ⟺ 全てのプラケットで U_p = z_p·1	25-01
一周の交換子の符号の補題	補題	プラケットが全て中心の値なら、二方向の一周の holonomy の交換子はその平面の符号の積	25-01
holonomy による決定の補題	補題	中心の値の配位は基点の四つの holonomy でゲージを除いて決まる	25-01
捩れを食う配位の補題	補題	U^0 は区画 (1,0) で作用 0（$\Omega_1\Omega_2\Omega_1^{-1}\Omega_2^{-1} = -1$）	25-01
反可換の対の剛性の補題	補題	$ABA^{-1}B^{-1} = -1$ の対は $i\sigma_1$, $i\sigma_2$ に共役で、両方と可換な元は ± 1 だけ	25-01
捩れた真空の一意性	命題	区画 (1,0) の作用 0 の配位はゲージと平面の方向の中心の変換を除いて U^0 ただ一つ	25-01
捩れた随伴のギャップの補題	命題	U^0 のまわりの随伴の Laplacian の最小固有値は $4\sin^2(\pi/2N) > 0$（零モードが無い）	25-01
捩れた区画の最小作用の正値性	命題	区画 (1,1) に作用 0 の配位は無く、$0 < S_{\min} \le 2N^2$	25-01
分数インスタントンによる閉じ込めの下界（論文 3 の定理 A）（短く：分数インスタントンによる閉じ込めの下界）	定理	固定した N ≥ 2・ℓ ≥ 2・β ≥ 1 で −ln θ ≥ c β^{−a} e^{−β(S_*+ε(β))} M²（分数インスタントンの作用で流束の自由エネルギーを下から押さえる）	25-02
Nahm 変換による存在の筋	命題	Nahm 変換の同変性を仮定して、捩れた $T^2\times R^2$ 上の荷電 1/2 の自己双対解の存在を出す筋	25-02
容器の恒等式	補題	枠を止めると容器は独立になり、|⟨W⟩| ≤ E_Φ[∏ θ_j]、θ_j = tanh(|ΔF_j|/2)	25-03
σ_avg(ℓ)	名	一辺 ℓ の容器で敷き詰めたとき、容器の恒等式（枠の平均）から出る二次元 SU(2) の弦の張力の評価	25-03
内側と外側の容器の命題	命題	ループの内側と外側に容器を置けば、固定した区画の Wilson ループが容器の偏りの積と外側の項で押さえられる	25-03
平面の方向の入れ子の不等式	命題	大きな容器の偏りは内側の枠で分けた小さな容器の偏りの積の平均で押さえられる	25-03

名前	種別	何を指すか	導入の章
太い容器の自由エネルギーの形の仮定（Kovács–Tomboulis の (23)）（短く：太い容器の自由エネルギーの形の仮定）	文献の名	太い容器の自由エネルギーが境界の値に一様に |V| e^{−cd²} の形	25-03
板の閉じ込めの定理	定理	N と格子間隔を止めれば全ての β で |⟨½tr U_C⟩| ≤ tanh(βN²)^A、σ ≥ −ln tanh(βN²)	25-04
有限の配位空間の条件	条件	挿入の恒等式の三条件の一つ：配位の空間 X が有限集合であること	25-05
正の重みの条件	条件	挿入の恒等式の三条件の一つ：重み $w : X \to (0,\infty)$ が正であること	25-05
区画を反転する全単射の条件	条件	挿入の恒等式の三条件の一つ：区画の符号 $\sigma : X \to \{\pm 1\}$ を反転する全単射 $T : X \to X$ が在ること（$\sigma(Tx) = -\sigma(x)$）	25-05
容器の中だけを動かす核	条件	駆動した挿入の条件：核が容器の内側の変数だけを更新し、枠を変えないこと	25-06
挿入比の平均の恒等式	補題	E[ρ] = 1、E[ρσ] = −E[σ]	25-05
挿入比の揺らぎによる偏りの評価	定理	4E[σ]² ≤ Var(ρ)	25-05
有界な挿入の恒等式	補題	対合 τ と奇な H について E[H] = E[H tanh(ΔS/2)]	25-05
挿入の揺らぎの関係式	補題	P(ΔS=s) = e^s P(ΔS=−s)、E[t] ≥ 0、1−E[t] は受理率の 2 倍	25-05
位置で平均した挿入の評価	定理	位置について平均した tanh の因子の積で |E[H]| を押さえる	25-05
平方根の挿入の恒等式	補題	E[H √ρ] = 0	25-05
Paley–Zygmund の形の偏りの評価	定理	E[H]² ≤ 1 − E[Y]²/E[Y²]、E[Y²] ≤ 1	25-05
多数の細胞の二次モーメントの評価	定理	「挿入で奇」の下で 4^|C| E[H]² ≤ E[∏(1−r_c)²]	25-05
合成した挿入の奇性の仮定	仮定	全ての S ⊆ C で E[H ∏_{c∈S} r_c] = (−1)^|S| E[H]	25-05
Crooks の関係	補題	経路の対合 ι で重みの比が e^{−W}、W∘ι = −W	25-06
駆動した挿入の恒等式	定理	E[H] = E_Ω[H tanh(W/2)]	25-06
Jarzynski の等式	系	E[e^{−W} | Φ, σ=+] = Z₋/Z₊	25-06
駆動した挿入の受理率の系	系	1 − E[tanh(W/2)] = 2 × Barker 型の受理率	25-06
多数の細胞の駆動した評価	定理	多数の細胞で駆動した挿入の |tanh(W/2)| の位置平均の積で押さえる	25-06
切った測度の公式	命題	Z_±/Z_cut = E_cut[e^{±βX/2}]、θ = |E sinh|/E cosh	25-06
反転の確率の補題	定理	定常な核で一歩の反転の確率 ≤ 1 − θ²	25-06
正の核の反転の確率の系	系	可逆で正の核なら (1−θ²)/2	25-06

名前	種別	何を指すか	導入の章
流れの補題	定理	定常な核の一歩の反転の確率 a について $\theta \le 1-a$	25-06
同時の反転の評価	定理	$E\prod\theta_t \le$ P(どの容器も反転しない)	25-06
輸送の恒等式	命題	$\Delta F = E_+[S\circ T - S - \ln J_T] - KL$（輸送の恒等式・Gibbs の変分原理）	25-07
等長的な写像の損失の命題	命題	揺らぎについて等長的な写像の損失は $\tfrac{1}{2}\Sigma(\lambda-1-\ln\lambda)$ で自由度で薄まらない	25-07
揺らぎの整形の命題	命題	行列式 1 の写像の最適値は $(n/2)(r^{1/n}-1)$、損失 $\le (\Delta F^2/n)e^{2\lvert\Delta F\rvert/n}$	25-07
スピンの項の一次の消失の命題	命題	スピンの項は一次のトレースに現れない（一ループの水準）	25-07
等長と整形の比較の命題	命題	(a) 等長的な比較は $\beta' \ge \beta+0.023$、(b) 整形する比較は $\beta-\beta' = 0.258$	25-07
相対エントロピーによる面積則の障害	命題	余りの KL $\ge c'A$ なら変分から面積則は出ない	25-07
容器ごとの相対エントロピーの加法性	命題	容器ごとの積の写像なら余りの KL は容器ごとの和	25-07

第 26 部 移り変わりの帯

名前	種別	何を指すか	導入の章
隠れた凸性の命題	命題	箱 $[-c,0]^l$ の上で作用は局所的な極小をちょうど一つ持ち、それは大域的	26-07
跳躍の段	名	条件つきの還元の定理の証明の一つ目の段：枠の減相関と小さな T^2 の基点から、横広げの不等式で最初の偏りに跳ぶ	26-02
倍化の段	名	条件つきの還元の定理の証明の二つ目の段：一段ごとに容器と横の T^2 を倍にして、偏りが $t_{k+1} \le K t_k^4$ を満たすことを示す	26-02
反復の段	名	条件つきの還元の定理の証明の三つ目の段：$t_{k+1} \le K t_k^4$ を反復して、偏りが面積の指数で小さくなることを出す	26-02
素朴な形の張力の下界	命題	帯の素朴な形 $\theta \le \theta_0$ から容器の評価で出る張力の下界 $\ln(1/\theta_0)/L^2$ は 0 へ	26-01
面積の指数からの面積則	命題	$\theta \le e^{-cL^2}$ なら $\lvert\langle W\rangle\rvert \le C_D e^{-cA}$	26-01
Tomboulis–Yaffe からの張力の下界	系	Tomboulis–Yaffe の下で $F_v \le e^{-\rho L_\mu L_\nu}$ なら張力 $\ge \rho$	26-01
帯の素朴な形	名	帯の素朴な形：区画の偏りが尺度に一様に 1 から離れていること（$\sup\theta(L,L) \le \theta_0 < 1$）。これからは容器の評価で張力の正の下界が出ない	26-01
帯の正しい形	名	帯の正しい形：区画の偏りが面積の指数で小さくなること（$\ln(1/\theta(L,L)) \ge cL^2$）	26-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
非閉じ込め相の排除	条件	帯への途中の到達点の一つ：渦の自由エネルギー $F_v(L,L)$ が 0 に向かうこと（閉じ込めない相を除く）	26-01
ほぼ面積則	条件	帯への途中の到達点の一つ：$\ln(1/\theta) \geq cL^2/\ln L$（面積の指数に対数の損まで）	26-01
小さな T^2 の基点	仮定	還元の定理の仮定の一つ：ある物理的な尺度 L_0 で、小さな T^2 の上の区画の偏りが $\theta(L_0;T^2_{L_0}) \leq 1-\varepsilon_0$ であること	26-02
枠の減相関	仮定	還元の定理の仮定の一つ：容器を s 倍にすると偏りが定数の違いを除いて s^2 乗になる（$\theta(sR;T^2_L) \leq C_D\,\theta(R;T^2_L)^{s^2}$）こと	26-02
横広げの不等式（強い形）	仮定	還元の定理の仮定の一つ：容器を止めて横の T^2 を L'/L 倍に広げても、偏りは高々 $C(L'/L)^2$ 倍にしかならないこと	26-02
横広げの不等式（弱い形）	仮定	横広げの不等式を、横を二倍にする一段ごとに $\ln(1/\theta)$ の割合 ε_k（総和が有限）と定数を失ってよい形に弱めたもの	26-02
条件つきの還元の定理	定理	小さな T^2 の基点・枠の減相関・横広げの不等式（強い形）の下で $\ln(1/\theta(R_k,R_k)) \geq \gamma R_k^2$（面積の指数で偏りが小さくなる）	26-02
弱い形での還元の定理	定理	枠の減相関と弱い形と基点の大きさの条件の下で $u_k \geq \gamma' R_k^2$	26-02
板の張力の単調性の命題	命題	横広げの不等式（強い形）が成り立てば、実効の張力 σ_{eff} は L について減らない（強い形が閉じ込めより強いことの根拠）	26-02
チェス盤の密度で読んだ還元	系	チェス盤の密度 κ_{cb} で読めば、入れ子の定数 1 で同じ還元が通る（チェス盤の密度の基点と横の比較の下）	26-02
チェス盤の密度の基点	仮定	小さな T^2 の基点をチェス盤の密度で読んだ仮定：$\kappa_{cb}(L_0;L_0) \leq 1-\varepsilon_0$	26-02
チェス盤の密度の横の比較	仮定	横広げの不等式（強い形）をチェス盤の密度で読んだ仮定：$\kappa_{cb}(R;L') \leq C(L'/L)^2\,\kappa_{cb}(R;L)$	26-02
基点の読み替えの不等式	条件	基点の偏りとチェス盤の密度をつなぐ一行：$1-\kappa_{cb}(L_0;L_0) \geq \eta(1-\theta(L_0;L_0))$	26-02
流束の一様化の補題	補題	$\int_\Omega f^2 \geq \Phi^2/\lvert\Omega\rvert$、等号は定数のとき（Cauchy–Schwarz）	26-03
還元の対偶の命題	命題	還元の定理の結論が偽なら三つの仮定のどれかが偽（対偶）	26-03
電場の流束の分解の補題	補題	$Z(1,0) = Y(0)+Y(1)$、$Z(1,1) = Y(0)-Y(1)$、$\theta = Y(1)/Y(0) \geq 0$	26-04
捩れた分配関数の正値性の仮定	仮定	捩れた分配関数 $Z(1,1)$ が 0 以上（Boltzmann の重みの正値性）	26-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
tanh の比較の補題	補題	$F' \le KF$（$K \ge 1$）なら $\tanh(F'/2) \le K \tanh(F/2)$	26-04
z の鏡映正値性の定理（短く：z の鏡映正値性）	定理	捩れを固定した z のアンサンブルは方向 3・4 の格子点を通る鏡映で正値（27-02 の条件の台帳の行「z の鏡映正値性」も、この定理を指す）	26-04・27-02
横向きの鏡映の非正値の補題	補題	捩れた面の重みは半整数の j で負の係数で、横向きの鏡映は正の型でない	26-04
構造の入力だけでは足りない補題	補題	構造の入力の組 ⊠ は Z_2・U(1) でも成り立つので、それだけからは横広げの不等式は出ない	26-04
構造の入力の組	名	転送行列の正値性・中心と双対の恒等式・鏡映正値性・格子の対称性・有限の補題の組	26-04
薄い渦の床	名	板の閉じ込めの床まで届く強い形：$\theta \le \tanh(N^2\lvert\beta\rvert)^{M^2}$	26-04
チェス盤の評価（Fröhlich–Israel–Lieb–Simon）（短く：チェス盤の評価）	文献の名	鏡映正値な測度で $\lvert\langle\prod f_t\rangle\rvert \le \prod\langle\prod f_t^{(s)}\rangle^{1/\lvert T\rvert}$	26-05
横を止めたチェス盤の評価	系	$E\prod_{t\in S}\theta_t \le \kappa_{cb}^{\lvert S\rvert}$、$\lvert\langle W\rangle\rvert \le \kappa_{cb}^{n}$	26-05
入れ子の超乗法性の補題	補題	$\kappa_{cb}(sR;L) \le \kappa_{cb}(R;L)^{s^2}$（定数 1、全ての L）	26-05
$\kappa_{cvx}(k)$	名	長さ k の鎖の頂上での凸性の定数（23-11 の短い芯の凸性の補題の $\kappa(k)$）	26-07
β 単調性	条件	格子の幾何を止めて $\partial_\beta \Delta F \ge 0$	26-06
繰り込みの比較	条件	$\Delta F(2N,2M,\beta) \le K\cdot\Delta F(N,M,\beta')$、$\beta' < \beta$	26-06
繰り込みの比較の率の形	名	$\sigma_N(\beta)$、$s(N,\beta) = N^2\sigma_N(\beta)$、率の形 $s(N,\beta') \le s(2N,\beta)$	26-06
強結合の端の展開の命題	命題	$u \le u_0 \approx 10^{-80}$ で $\Delta F = 2N^2\, e^{-\sigma_N M^2}(1+\varepsilon)$	26-06
強結合の端の比較	系	強結合の端で $\sigma_N(\beta') = 4\sigma_{2N}(\beta)$ と選べば $\Delta F(2N,2M,\beta)/\Delta F(N,M,\beta') = 4(1+O(u))$	26-06
帯の中の両側の面積則の仮定	仮定	帯 I の上で、固定した β の両側の面積則（周長の次数の誤差つき）と、率の一様な正値と連続性を合わせた仮定	26-06
固定した β の両側の面積則	仮定	帯 I の各 β で、渦の自由エネルギーが面積の率 $\sigma_N(\beta)$ で上下から押さえられる（周長の次数の誤差つき）という仮定	26-06
率の一様な正値と連続性	仮定	率 $\sigma_N(\beta)$ が帯の上で一様に正で、β について一様に連続（近い β どうしで $\sigma_N(\beta') \le \sigma_{2N}(\beta) + \sigma_*$）という仮定	26-06
帯の中の比較の還元の補題	補題	帯の中の両側の面積則の仮定の下で、帯の中の繰り込みの比較が定数 K で立つ	26-06
有限の段数で帯を渡る系	系	帯は $\lceil(\beta_b - \beta_a)/\delta\rceil$ 段で渡れ、損失は N・M に依らない	26-06

名前	種別	何を指すか	導入の章
基準「U(1) の転移と区別する」	条件	U(1) の帯の中の転移と区別して SU(2) に転移が無いことを示す	26-06
張力の倍化の不等式	条件	4σ_{2N}(β) ≥ e^{δ₀}σ_N(β)（全ての N ≥ N₁）：箱を倍にしたときの張力の比が一様に 1 を超えること	26-06
捩れの向きの柔らかさ	名	真ん中の帯の四つの顔の一つ：幅 w の帯の中で、捩れの生成場に沿った力の分散（適応した剛性）	26-06
箱の磁束の混合	名	真ん中の帯の四つの顔の一つ：箱の境界の中心の磁束を変えたときの、内側の立方体の法則の全変動距離	26-06
柱の捩れのコスト	名	真ん中の帯の四つの顔の一つ：外枠を止めた柱 $\mathrm{T}^2\_N \times \ell \times \ell$ の、捩れの条件つきの自由エネルギーと偏り	26-06
圧力の余裕	名	真ん中の帯の四つの顔の一つ：捩れの模様を入れた系と入れない系の圧力の差 $p_\infty - p_{G,L}$（チェス盤の密度 κ_{cb} の指数）	26-06
補間母数の共通性の不等式（Ito–Seiler の (3.5)）（短く：補間母数の共通性の不等式）	文献の名	Migdal–Kadanoff の補間の母数 t* が二つの区画で共通に取れることを、A(α) > A⁺(α) に帰着させた不等式	26-06
候補「帯のコンパクト性による還元」（短く：帯のコンパクト性による還元）	名	帯の候補の一つ：帯は β の有界な閉区間なので、帯の中の比較を各 β での固定した β の両側の面積則に還元し、有限回の段で渡る	26-10
候補「Weyl の測度の対数凹性」（短く：Weyl の測度の対数凹性）	名	帯の候補の一つ：球面の一様な測度を一つの座標に射影した密度の対数凹性と、高さ・方位の分解で、条件つきの強磁性の模型に持ち込む	26-10
候補「柱の局所の階段関数」（短く：柱の局所の階段関数）	名	帯の候補の一つ：大域の繰り込みの比較を、外枠を止めた柱の捩れの自由エネルギーの比較（柱の局所の階段関数）に置き換える	26-10
候補「符号の打ち消しとしての閉じ込め」（短く：符号の打ち消しとしての閉じ込め）	名	帯の候補の一つ：捩れの和を取った測度で θ = E[tanh(X/2)] と書き、X の符号の打ち消しで偏りが小さくなるとみる	26-10
候補「中心だけの影響係数」（短く：中心だけの影響係数）	名	帯の候補の一つ：外を SO(3) の部分だけで条件づけ、境界の中心の流束だけを裏返したときの影響係数 $\delta_c(L_0, \beta)$	26-10
候補「単極子の流れによる流束の拡散」（短く：単極子の流れによる流束の拡散）	名	帯の候補の一つ：平面ごとの符号の流束が、間を横切る $\mathbb{Z}_2$ の単極子の閉曲線の偶奇で変わることから、単極子の巻きの密度で流束が混ざるとみる	26-10
候補「自己双対の座標の行列式」（短く：自己双対の座標の行列式）	名	帯の候補の一つ：各区画で、測度を反自己双対の部分への押し出しと見たときの Jacobian の、区画の間の差を見る	26-10
候補「板の 1-形式対称性の定量版」（短く：板の 1-形式対称性の定量版）	名	帯の候補の一つ：板の閉じ込めを「二次元で離散の 1-形式対称性は破れない」の格子版と読み、その定量版を N に一様にする	26-10

名前	種別	何を指すか	導入の章
止まった道「等長的な比較」（短く：等長的な比較）	表の行	帯の章で止まった道：揺らぎの形を変えない等長的な比較（一ループのスピンの項が 0 になり、反漸近自由の向きしか出ない）	26-08
止まった道「構造的な入力だけ」（短く：構造的な入力だけ）	表の行	帯の章で止まった道：鏡映正値性・双対性・転送行列・中心の恒等式の構造的な入力だけで示す（$\mathbb{Z}_2$ と U(1) でも成り立ち群を区別できない）	26-08
止まった道「決定論的な挟み撃ち」（短く：決定論的な挟み撃ち）	表の行	帯の章で止まった道：決定論的な写像による挟み撃ちで面積則を出す（余りの相対エントロピーが面積とともに増える）	26-08
止まった道「ガラスの挟み撃ち」（短く：ガラスの挟み撃ち）	表の行	帯の章で止まった道：帯の上半分での $\mathbb{Z}_2$ のガラスの挟み撃ち（$\beta \gtrsim 2$ ではガラスが秩序相の側にあり挟みが緩い）	26-08
止まった道「反転の証明書」（短く：反転の証明書）	表の行	帯の章で止まった道：容器の反転の証明書と同時の反転を帯の試験に使う（反転の確率が 1/2 程度で頭打ちになり、弱い形しか出ない）	26-08
止まった道「枠の上限の評価」（短く：枠の上限の評価）	表の行	帯の章で止まった道：枠の上限を使う評価（L について超指数的に悪くなり、一様性には枠の平均の形しか使えない）	26-08
止まった道「Dobrushin 型の判定」（短く：Dobrushin 型の判定）	表の行	帯の章で止まった道：Dobrushin・Dobrushin–Shlosman・van den Berg–Maes の判定を枠つきで使う（連続な場が境界に追随し影響係数がほぼ 1）	26-08
止まった道「β 単調性を易しい部品に」（短く：β 単調性を易しい部品に）	表の行	帯の章で止まった道：β 単調性を易しい部品として、帯を β 単調性と繰り込みの比較に分ける（β 単調性は張力の単調性と同じ重さだった）	26-08
止まった道「一方向の横広げ」（短く：一方向の横広げ）	表の行	帯の章で止まった道：横広げを一方向だけに限る（高温の空間的な弦の張力の振る舞いから怪しく、正方形の形だけに限る）	26-08
止まった道「Wilson flow の輸送」（短く：Wilson flow の輸送）	表の行	帯の章で止まった道：Wilson flow を渦の挿入の輸送に使う（数値で否定的。前向きの輸送に直す形は開いている）	26-08
止まった道「共形な枠」（短く：共形な枠）	表の行	帯の章で止まった道：共形な枠 $H^2 \times S^2$ で尺度を位置に変える（双曲的な入れ子で容器の数が増えず、核心は同じ場所に残る）	26-08
止まった道「強結合の展開だけ」（短く：強結合の展開だけ）	表の行	帯の章で止まった道：強結合の展開だけで帯を覆う（平らな面の展開は粗面化 $\beta_R \approx 1.9$ で止まる）	26-08
ホロノミーの Haar への接近	表の行	言い換えにすぎなかった着想：大きなループのホロノミーの法則が Haar 測度に近づくこと（奇な部分の減衰は Wilson の面積則そのもの）	26-08
中心と θ 項のアノマリー	表の行	言い換えにすぎなかった着想：中心と θ 項の混合アノマリーの整合（運動学的な制約で、$\theta = 0$ では何も強制しない）	26-08

名前	種別	何を指すか	導入の章
階層模型での成功	表の行	言い換えにすぎなかった着想：階層模型（Migdal–Kadanoff の間引きが正確な模型）での成功を帯の証拠にすること（U(N) も閉じ込めるので検査にならない）	26-08
基準「格子だけで立つ」（短く：格子だけで立つ）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：格子だけで成り立ち、回転不変性に頼らないこと	26-08
基準「相を区別する」（短く：相を区別する）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：相を区別すること（質量の無い相で破れるか、極限の値が違う）	26-08
基準「正値性に頼らない」（短く：正値性に頼らない）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：正値性・FKG に頼らないこと	26-08
基準「非可換性を本質的に使う」（短く：非可換性を本質的に使う）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：非可換性を本質的に使うこと（U(1)・$\mathbb{Z}_2$ で同じ議論が通らない）	26-08
基準「漸近自由と両立する」（短く：漸近自由と両立する）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：漸近自由と両立すること	26-08
基準「位相的な区画を扱える」（短く：位相的な区画を扱える）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：位相的な区画（捩れ）を扱えること	26-08
基準「一ループの言い換えでない」（短く：一ループの言い換えでない）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：一ループの言い換えでない非摂動の評価であること	26-08
基準「力学的である」（短く：力学的である）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：運動学的な制約でなく、力学的な議論であること	26-08
基準「凸でない領域を通れる」（短く：凸でない領域を通れる）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：凸でない（負の曲率の）領域を通れること。凸性・対数凹性・曲率の下界だけの道具は帯で使えない	26-08
基準「最小の帯を渡れる」（短く：最小の帯を渡れる）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：二次元の漸近自由な模型（大きな N の O(N) 模型など）の最小の帯を、紫外の切断を外したまま先に渡れること	26-08
基準「小さなループで破れない」（短く：小さなループで破れない）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：小さなループ（短い尺度）で破れないこと、あるいは大きなループだけを主張する形であること	26-08
基準「線形化が非等長的」（短く：線形化が非等長的）	条件	帯を渡る道具が満たすべき基準：比較の写像の線形化が、揺らぎについて等長的でないこと	26-08

第 27 部 閉じる — 条件つきの言明

名前	種別	何を指すか	導入の章
固定した平面での逆向きの評価（論文 3 の定理 B）（短く：固定した平面での逆向きの評価）	定理	分数インスタントンの格子の論文の、固定した M での逆向きの評価（張力の上からの評価）	27-01
倍化の反復の定理	定理	$\theta(2R_k;T^2_{R_k}) \le K_1\theta^4$ と横広げ (s=2) の下で $\theta(R_k;T^2_{R_k}) \le K^{-1/3}\exp(-cR_k^2)$	27-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
挿入の一様な受理	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：小さな場の枠の下で、力学で駆動した渦の挿入の tanh(W/2) の平均が格子間隔に一様に 1 − δ 以下であること	27-01
枠の減相関（L を固定した形）	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：容器の枠どうしの相関が減り、E∏θ を各 θ の積に定数の損で分けられること（L を固定した形）	27-01
ブロック観測量の減衰（L を固定した形）	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：ブロック観測量の相関が a に一様な率 $m \geq c/L$ で指数的に減ること（小さな T^2 の上の理論が置く形）	27-01
横広げの不等式	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：容器を固定して横の T^2 を s 倍に広げても θ は高々 Cs^2 倍（強い形）、または損失の総和が有限な形（弱い形）	27-01
一様な板の張力	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：板 $T_L^2 \times \mathbb{R}^2$ の弦の張力 $\sigma_{\mathrm{eff}}(L)$ が L に一様に正であること	27-01
一様な板のギャップ	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：ブロック観測量の相関が格子間隔と板の大きさ L に一様に指数で減ること（R^4 のギャップの矢印の前提）	27-01
R^4 への極限	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：無限体積の極限・OS の公理・回転不変性の回復・極限の一意性・非自明性（台帳の外）	27-01
二本の道の結び	表の行	条件つきの言明の仮定の一つ：ギャップの道と閉じ込めの道が、同じ R^4 の理論の上で両方の結論を与えること（台帳の外）	27-01
小さな T^2 の上の理論	名	R^2 × 小さな捩れた T^2 の上で格子間隔を 0 にした理論	27-01
R^4 の上の理論	名	R^4 の上の理論（小さな T^2 の上の理論の T^2 を広げた先）	27-01
小さな T^2 のギャップの矢印	条件	紫外の制御とブロック観測量の減衰（L を固定した形）から、小さな T^2 の上の理論の存在とギャップ $m \geq c/L$ を出す矢印	27-01
R^4 のギャップの矢印	条件	小さな T^2 のギャップの矢印・一様な板のギャップ・R^4 への極限から、R^4 のギャップを出す矢印	27-01
板の閉じ込めの矢印	条件	格子間隔と N を固定した板の閉じ込めの矢印	27-01
分数インスタントンの率の矢印	条件	分数インスタントンによる閉じ込めの下界から、流束の自由エネルギーの率を出す矢印	27-01
小さな T^2 の面積則の矢印	条件	紫外の制御と挿入の一様な受理から、小さな T^2 の上の理論の面積則を出す矢印	27-01
帯の還元の矢印	条件	基点・枠の減相関・横広げから θ(R;T²_R) ≤ e^{−cR²}	27-01

名前	種別	何を指すか	導入の章
容器の評価から面積則への矢印	条件	還元の形と枠の減相関から L に一様な面積則（容器の評価）	27-01
チェス盤の矢印	条件	T^2 を固定したチェス盤の評価の矢印	27-01
二つの一様性から面積則への矢印	条件	一様な板の張力と一様な板のギャップから面積則を出す矢印	27-01
R^4 の面積則の矢印	条件	容器の評価から面積則への矢印か二つの一様性から面積則への矢印と、R^4 への極限から R^4 の面積則を出す矢印	27-01
二本の道の結びの矢印	条件	同じ R^4 の理論で質量ギャップと閉じ込めの両方	27-01
時間の方向の道の矢印	条件	上界の仮定と片側の橋から各 β で m_phys ≥ (κ/K)^{1/2}	27-01
小さな T^2 のギャップ	表の行	捩れで零モードが消え転送行列の隙間 ≥ c/L が a に一様	27-02
帯の比較（ギャップの言葉）	表の行	箱の中性セクターの最低の質量を箱の大きさで測った $x(L) = L\,m_0(L)$ が、帯の区間で $x(2L) \geq x(L) + \delta$ となること	27-02
ブロック観測量の一様な減衰	表の行	真空期待値 0 のブロック観測量の相関が a と L に依らない率で減る	27-02
't Hooft の張力の正値性	表の行	$\ln(1/\theta(L,L)) \geq cL^2$（c は L に依らない）	27-02
二重井戸の一様なギャップ	表の行	0+1 次元の二重井戸の経路の測度の、k と ħ に一様なギャップ	27-02・A-08
緩和時間の上界と片側の橋の一様性	表の行	拡散型緩和時間の仮定の上側と片側の橋が $\beta \to \infty$ に一様	27-02・A-08
条件の台帳	表の行	質量ギャップと閉じ込めへの条件つきの言明が置く仮定を、一行ずつ示すことと状態で並べた台帳（27-02 の表 2）	27-02
繰り込みの比較の下の端	表の行	繰り込みの比較の内訳：閉じ込めと比較を $\beta \approx 0.3$〜1 まで押し上げる下の端	27-02
繰り込みの比較の上の端	表の行	繰り込みの比較の内訳：固定した N、大きな β での準古典の上の端	27-02
繰り込みの比較の真ん中	表の行	繰り込みの比較の内訳：非可換性を使う不等式が一つ要る真ん中（四つの顔のどれかを尺度に一様に）	27-02
繰り込みの比較の強結合の端	表の行	繰り込みの比較の内訳：$\beta \lesssim 10^{-79}$ の強結合の端（記録では証明があり、定数が粗い）	27-02
繰り込みの比較の一ループの端	表の行	繰り込みの比較の内訳：一ループの水準で、揺らぎを整形した比較は $\beta - \beta' = 0.258$、形を変えない比較は $\beta' \geq \beta + 0.023$	27-02

名前	種別	何を指すか	導入の章
結合の言葉の帯	表の行	帯を結合の言葉で述べる行：時間の両端に一様な背景のホロノミーを置いた箱（Schrödinger 汎関数の箱）の混合微分で書く	27-02
任意の体積への紫外の制御	条件	紫外の制御を任意の体積に示量的な定数で延ばし、源への連続性を格子間隔と体積に一様にしたもの	27-02
R^4 の極限の測度と正値性	表の行	台帳の外の差：R^4 への極限のうち、極限の測度・並進・鏡映正値性の保存・Hilbert 空間と $H \geq 0$	27-02
回転不変性の回復	表の行	台帳の外の差：極限での回転不変性の回復	27-02
局所場と OS の正則性	表の行	台帳の外の差：局所場と OS の正則性・線形増大の条件（Wightman の場）	27-02
極限の一意性と非自明性	表の行	台帳の外の差：極限の一意性・非自明性・クラスター性	27-02
全てのコンパクト単純群（短く：一般の群）	表の行	台帳の外の差：全てのコンパクト単純群へ広げること	27-02
検証と査読	表の行	台帳の外の差：全体の書き下し・Lean・専門家の査読・出版	27-02
挿入の自由エネルギーの有界性	条件	挿入の一様な受理の前提の一つ：挿入の自由エネルギー ΔF が格子間隔に一様に有界であること	27-02
経路の重なりの一様な下界	条件	挿入の一様な受理の前提の一つ：順と逆の経路の重なりが格子間隔に一様に下から押さえられること	27-02
渦の背景のまわりの紫外の制御	条件	小さな T^2 の基点の前提の一つ：定数の曲率の背景のまわりの紫外の制御	27-02
対称の容器での挿入の受理	条件	小さな T^2 の基点の前提の一つ：大きさ L_0 の対称の容器での挿入の一様な受理	27-02
対称の箱の最小作用の上界の補題	補題	対称の箱の最小作用は全ての N で $S_{\min}(N,N) \leq 2N^4(1-\cos(\pi/N^2)) < \pi^2$	27-02
十二の課題	表の行	連続の課題を十二に分けた一覧（T^4 の構成・無限体積・一様なギャップ・残りの公理・非自明性・局所場と短距離など。16-07 の表 1）	27-03
線形増大の条件（Osterwalder–Schrader の公理 E0′）（短く：線形増大の条件）	文献の名	Schwinger 関数の増大を n について制御する条件（OS の公理を Wightman の公理へ戻すために 1975 年に加えられた条件）	27-02
問い「分数インスタントンの下界の逆向き」（短く：分数インスタントンの下界の逆向き）	表の行	分数インスタントンによる閉じ込めの下界の逆向き：固定した N で、M に一様な希薄な気体の上界（張力の上からの評価）を示す問い	27-03
問い「最小作用の一致」（短く：最小作用の一致）	表の行	枠を真空に凍らせた柱の最小作用が、自由な分数インスタントンの最小作用に一致することを示す問い	27-03

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「分数インスタントンの存在」（短く：分数インスタントンの存在）	表の行	捩れた $T^2 \times R^2$ の上で、作用の下限 $4\pi^2/g^2$ を達する位相電荷 1/2 の解の存在を示す問い	27-03
問い「三つの事実の SU(N) 版」（短く：三つの事実の SU(N) 版）	表の行	捩れを食う真空の一意性・随伴の場のギャップ・(1,1) の区画に平坦な配位が無いことの SU(N) 版を示す問い	27-03
問い「外側の容器の偏り」（短く：外側の容器の偏り）	表の行	固定した区画へ移すときの第二項：外側の容器の偏りが典型的に小さいこと（$M \to \infty$ で 0）を示す問い	27-03
問い「容器の自由エネルギーの評価」（短く：容器の自由エネルギーの評価）	表の行	容器の自由エネルギーを、良い枠に一様に、格子間隔に一様に評価する問い	27-03
問い「太い渦の挿入の費用」（短く：太い渦の挿入の費用）	表の行	太い渦の写像で、挿入の費用を N に依らずに押さえる問い（板の閉じ込めの定理の連続極限への改良）	27-03
問い「挿入から面積則への不足」（短く：挿入から面積則への不足）	表の行	挿入の評価から面積則へ足りない三つ（同時に断られる事象の稀さ・受理率の下界の一様性・挿入比の分散の上界）を示す問い	27-03
問い「U(1) の陰性対照」（短く：U(1) の陰性対照）	表の行	挿入の評価を四次元の U(1) に当て、どこで効かなくなるかを確かめる陰性対照の問い	27-03
問い「合成した挿入の奇性」（短く：合成した挿入の奇性）	表の行	別々の細胞の挿入を合成した写像が「挿入で奇」の等式を満たすことを示す問い	27-03
問い「板の閉じ込めの文献照合」（短く：板の閉じ込めの文献照合）	表の行	板の閉じ込めの定理を、Tomboulis–Yaffe 型の議論・高温の空間的な Wilson ループの面積則（Borgs 1985）と照合する問い	27-03
問い「反転の確率が 1 に近い核」（短く：反転の確率が 1 に近い核）	表の行	反転の確率が 1 に近い核を作る問い（一段の核では反転の確率が 1/2 程度で頭打ち）	27-03
問い「準静的の極限」（短く：準静的の極限）	表の行	駆動の段数を無限にしたとき、仕事 W が容器の条件つきの自由エネルギーに近づくことを示す問い	27-03
問い「整形の写像の誤差」（短く：整形の写像の誤差）	表の行	揺らぎを整形する写像の誤差（渦の面の近くの相対エントロピーと高次のループ）を、中程度の結合と大きな場で押さえる問い	27-03
問い「決まった写像の紫外の費用」（短く：決まった写像の紫外の費用）	表の行	決まった写像の紫外の余分の費用が、四次元のゲージ理論でも同じに増えるかを問う	27-03
問い「測定の延長と誤差」（短く：測定の延長と誤差）	表の行	測った T^2 の大きさより先へ広げる測定と、駆動した挿入・レプリカ交換の誤差の評価を求める問い	27-03
問い「横広げの不等式の非摂動の証明」（短く：横広げの不等式の非摂動の証明）	表の行	横広げの不等式を、希薄な領域と閉じ込めの領域の間 $L \sim 1/\Lambda$ を通して非摂動で示す問い	27-03
問い「枠の減相関の一様性」（短く：枠の減相関の一様性）	表の行	枠の減相関を L に一様に示す問い（L を固定すればチェス盤の密度の尺度をまたぐ比較になる）	27-03

名前	種別	何を指すか	導入の章
問い「小さな T^2 の基点の証明」（短く：小さな T^2 の基点の証明）	表の行	小さな T^2 の基点を、紫外の制御と挿入の一様な受理の下で示す問い	27-03
問い「非閉じ込め相の排除の問い」（短く：非閉じ込め相の排除の問い）	表の行	閉じ込めない相の排除 $\Delta F(L,L) \to 0$（速さを問わない）を示す問い	27-03
問い「ほぼ面積則の問い」（短く：ほぼ面積則の問い）	表の行	ほぼ面積則 $\ln(1/\theta(L,L)) \geq cL^2/\ln L$ を示す問い	27-03
問い「β 単調性の問い」（短く：β 単調性の問い）	表の行	格子の幾何を止めて $\partial_\beta \Delta F \geq 0$（β 単調性）を示す問い	27-03
問い「捩れのある板の Z_2・U(1)」（短く：捩れのある板の Z_2・U(1)）	表の行	捩れのある板で、$\mathbb{Z}_2$ と U(1) の β 単調性が Ginibre の不等式から出ないことを照合する問い	27-03
問い「下の端の判定」（短く：下の端の判定）	表の行	箱の磁束の混合による Dobrushin–Shlosman 型の有限の大きさの判定と、面の成長定数の計算機援用の数え上げで、下の端を押し上げる問い	27-03
問い「強結合の端の記帳」（短く：強結合の端の記帳）	表の行	強結合の端の展開の命題の記帳を書き下し、定数 $u_0 \approx 10^{-80}$ を大きくする問い	27-03
問い「真ん中の四つの顔」（短く：真ん中の四つの顔）	表の行	真ん中の四つの顔のどれか一つを、尺度に一様に、U(1) で破れる形で示す問い	27-03
問い「帯の中の両側の面積則の問い」（短く：帯の中の両側の面積則の問い）	表の行	帯の中の各 β で、固定した β の両側の面積則を示す問い（言えれば帯の中の比較は有限個の段に縮む）	27-03
問い「ブロックと混合の道の残り」（短く：ブロックと混合の道の残り）	表の行	一段目のブロックと混合の道の残り（強い混合の第二段・第三段、Varadhan 型の極限・Witten の Morse 理論の照合）を片づける問い	27-03
問い「凸性の閾と混合の長さ」（短く：凸性の閾と混合の長さ）	表の行	一段目で、凸性の閾（頂上の最初の共役点 ≈ 7.84）と混合の長さ（約 9）が数値で近い理由を問う	27-03
問い「最小の帯の試金石」（短く：最小の帯の試金石）	表の行	帯を渡ると称する道具を、二次元の漸近自由な模型で紫外の切断を外したまま先に試す問い	27-03
問い「大きなループの比較原理」（短く：大きなループの比較原理）	表の行	比較原理の、大きなループだけの漸近の形 $\sigma_{tw}(L) \leq \sigma_\infty$ を示す問い	27-03
問い「三つの新しい候補の試験」（短く：三つの新しい候補の試験）	表の行	三つの新しい候補（帯のコンパクト性による還元・Weyl の測度の対数凹性・柱の局所の階段関数）を選別の基準の試験に通す問い	27-03

第 28 部 前提の木

名前	種別	何を指すか	導入の章
箱の連続極限の前提	段	前提の木の組の一つ：大きさを止めた箱で、ブロック写像の鎖が部分列の極限と極限に移る性質を出すための前提（28-04 の表 2）	28-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
紫外の安定性の前提	段	前提の木の組の一つ：箱の連続極限の前提の表現の水準の行を、一段ごとの評価から出すための前提（28-04 の表 3）	28-04
自由場の前提	段	前提の木の組の一つ：自由場の絶対の条件。紫外の安定性の前提の自由場の行（伝播関数の挟みなど）への参照で、表に行を立てない	28-04
全列の収束の前提	段	前提の木の組の一つ：合わせた結合の列で、部分列を取らずに全列が収束するための前提（28-04 の表 4）	28-04
観測量の前提	段	前提の木の組の一つ：細かい観測量（流した観測量など）を扱うための前提（28-04 の表 4）	28-04
無限体積の前提	段	前提の木の組の一つ：無限体積の極限を取るための前提（28-04 の表 4）	28-04
回転の前提	段	前提の木の組の一つ：極限で回転不変性を回復するための前提（28-04 の表 4）	28-04
非自明性の前提	段	前提の木の組の一つ：極限が自由場でないことの前提（28-04 の表 4）	28-04
フェルミオンの前提	段	前提の木の組の一つ：フェルミオンを含む理論の前提（28-04 の一覧の範囲の外）	28-04
部分列の極限の含意	道筋	押し出しの測度について、前提の欄が成り立てば部分列の極限が在り、極限が鏡映正値・対称・非退化の下界を持つという条件つきの含意	28-01
全列の収束の含意	道筋	部分列を取らずに全列が収束することを、抽象の歪積の写像の軌道の言明として出す条件つきの含意	28-02
ギャップと帯の含意	道筋	ブロック観測量の一様な減衰から質量ギャップを出し、帯を還元する条件つきの含意	28-03
ブロック写像の連続・合成・押し出しの整合	表の行	ブロック写像 B が連続で、段から段への写像が一段ずつの合成であり、押し出しの測度が整合すること（$(B_m)_{*}\nu_{n,m+1} = \nu_{n,m}$）	28-04
ゲージ共変と局所性	表の行	ブロック写像がゲージ変換と共変（$B(U^{g}) = B(U)^{g\vert_{\text{粗い点}}}$）で、粗いリンクの値が有限の距離の細かいリンクだけに依ること	28-04
格子の対称との可換	表の行	ブロック写像が格子の並進・鏡映・超立方の群と可換であること	28-04
細かい格子の鏡映正値性	表の行	細かい格子の Wilson の測度の鏡映正値性：正の側のリンクだけに依る有界可測な f で $\int f(\Theta U)\, f(U)\, d\mu_W \geq 0$	28-04
粗い水準の鏡映正値性	表の行	押し出しの測度の鏡映正値性：正の時間の類の F で、粗い水準の測度について $\mathrm{F}\circ\Theta$ と F の積の積分が 0 以上	28-04
測度の対称	表の行	押し出しの測度 $\nu_{n,m}$ が格子の対称で不変で、観測量の対称の破れが 0 に向かうこと	28-04
観測量の族と小さい場の集合	表の行	観測量の族 D が可算で稠密・一様に有界で、小さい場の集合が閉で二段の事象を含むこと	28-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
活性の再帰	表の行	活性 z_k の再帰 z_{k+1} ≤ ρz_k + Aw_k + Bz_k²（あわせて極限の期待値の存在と大きい場の重み）	28-04
供給の稀さ	表の行	供給 w_k が段に一様な面の変数の指数の積率から w_k ≤ Φ(u_k) と押さえられること	28-04
細かい格子の一つの尺度の稀さ	表の行	$\beta \geq 81$ で、集合 X の面が全て $\mathrm{Re}\, U_p < 0$ となる確率 ≤ $q_1^{\lfloor \lvert X\rvert /6 \rfloor}$（$q_1 < 1$ は体積に依らない）	28-04
動く不変区間と余白	表の行	実効の結合が動く不変区間に留まり、余白で剰余を払える（ρW(s) + AΦ(s) + BW(s)² ≤ W(s′) などの実数の関数の不等式）	28-04
二段の事象の稀さ：面の部分	表の行	押し出しの測度で、面の変数 β_m(1 − Re U_p) が閾 y_h(m) を超える確率が $P_1(m)$ 以下（大きい n で）	28-04
二段の事象の稀さ：背景の不変量の部分	表の行	押し出しの測度で、背景場の不変量 f が閾 f_h(m) を超える確率が S(m) 以下（大きい n で）	28-04
観測量の同程度連続	表の行	観測量の値の差が |s_n(d) − s_n(d′)| ≤ τ_n + Ω(dist(d,d′))（τ_n → 0、Ω(r) → 0）で一様に押さえられること	28-04
伝播関数の挟み	表の行	全ての段 k と運動量で $c_0\, P/\omega \preceq G_k \preceq P/\omega$、$c_0 = 3/100$	28-04
背景つきの正値性	表の行	背景場のまわりの拘束つきの Hessian の最小固有値が $\lambda_0(1 - f_1/f_\star)$ 以上であること	28-04
無関係な項の縮み	表の行	$\mathcal{M}^{17}(\omega G_k) \preceq \tau\, \omega G_{k+17}$、$\tau < 1/170$、$k$ に一様	28-04
一段の結合の減りの係数	表の行	自由場の係数 b_k が率 $(3/5)^k$ で収束し、過渡の和が有限	28-04
一ループの係数の値	表の行	一段の結合の減りの係数の極限が一ループの値 $b_\infty = 2b_0 \ln 2$ になること（文献の値。この写像での再導出なし）	28-04
背景の写像の縮み	表の行	一目盛りの変位の和 $\sum_j \Delta_j < \infty$（自由場の部分は $\lVert\psi_l\rVert^2 \leq 0.608^l$ の型）	28-04
多体の和の幾何（相関のノルム）	表の行	面の場の相関のノルム $\Lambda \leq 640/9$	28-04
拘束つきの逆の恒等式	表の行	拘束つきの Green 関数の恒等式 C = G − GT*(TGT*)⁻¹TG と、その上下の評価	28-04
拘束つき減衰の定理	表の行	段 k の一段の拘束つき Green 関数が、指数の重みについて段に一様な定数で減衰すること	28-04
背景の零階の運び	表の行	段ごとの背景の面の比 θ_n について sup 4ⁿθ_n < ∞・Σ4ⁿθ_n^{3/2} < ∞（今の形は偽と分かっている）	28-04
一段の背景場の補題	表の行	小さい場で、拘束つきの作用の極小が一意・解析的・指数で局所・粗いゲージと可換	28-04
多段の背景場	表の行	入れ子の小さい場の領域で一意・正則。線形化の逆は作用のノルムで段の数に依らず 1 以下	28-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
持ち上げの行和が段に一様	表の行	$\sup\lvert Eg\rvert \le R\,\sup\lvert g\rvert$、$R$ が k に一様	28-04
一つの尺度の展開の道具	表の行	直積の白色雑音の測度の上のクラスター展開とその収束	28-04
森の補間の公式	表の行	クラスター展開に使う森の補間の公式（文献。本体は Lean に無い）	28-04
小さい場の一段の繰り込み定理	表の行	粗い作用 $=\beta_{k+1}S_W$（背景）＋局所の展開 ＋ 多体。多体は距離について指数で小さい	28-04
段ごとのゲージ固定	表の行	段ごとの Landau ゲージ。行列式は下三角の塊。Haar の Jacobian の評価	28-04
大きい場の評価	表の行	各段 t と各穴 γ で $\lvert z_t(\gamma)\rvert \le \exp(-\gamma_E\,\beta\,S^\flat(\gamma))$、$S^\flat(\gamma)\ge s_*\lvert\gamma\rvert$、$s_*>0$ が段と体積に一様	28-04
大きい場の気体	表の行	$\sum_{X\ni x}\lvert z(X)\rvert\,e^{2\lvert X\rvert}\le 1$ と、気体の分配関数が対応する比に等しいこと	28-04
類と局所化	表の行	次元 4 以下の局所のゲージ不変な項は定数と $\sum \operatorname{tr}F^2$ だけ	28-04
段に一様な帰納	表の行	$r_{k+1}\le \tau_k r_k + a_k w_k + s_k$、$w_{k+1}\le b_k r_k+\sigma_k w_k + s'_k$、係数の積が $1/4$ 未満なら球に留まる	28-04
一段の写像の縮みと終点の合わせ	表の行	一段の写像の剰余と座標の Lipschitz の評価で、写像が縮み、終点の結合を合わせられること	28-04
流した観測量のブロック変数による近似	表の行	流れの時間 t の観測量を、段 m のブロック変数の Lipschitz な関数で、格子に一様に誤差 $\varepsilon_m(t)\to 0$ で近似	28-04
箱の大きさに一様な紫外の評価	表の行	箱の連続極限の前提と紫外の安定性の前提が、箱の大きさ L に依らない定数で立つ	28-04
橋の一段の紫外の評価	表の行	回した細かい格子から標準の粗い格子への一段の像が、鎖の球に入る	28-04
無限体積の極限が箱の形に依らないこと	表の行	形の違うトーラスの列の極限が一致する	28-04
極限が自由場でないこと	表の行	極限の理論が自由場でないこと（どの量で言うかは未定）	28-04
θ の非負	表の行	M が偶数なら全ての実の β で $0\le\theta_{N,M}(\beta)$	28-04
一つの尺度の判定	表の行	物理の大きさ L_* で $\theta(L_*;T^2_{L_*})<(s^2)^{-1/(s^2-1)}$（$s=2$ で 0.63、$s=3$ で 0.7598）	28-04
捩れを入れる写像の費用の問い	表の行	ゲージ共変で滑らかな写像 T で $\mathbb{E}_+[S\circ T - S - \ln J_T]\le 2\,\operatorname{artanh}(0.7598)$ が格子間隔に一様	28-04
渦の自由エネルギーの単調性と繰り込みの比較（短く：単調性と繰り込みの比較）	表の行	捩れの挿入の自由エネルギーが β について単調。$s(N,\beta')\le s(2N,\beta)$	28-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
小さな捩れた箱のギャップと挿入の一様な受理（短く：小さな箱のギャップと受理）	表の行	隙間 $\geq c/L$ が格子間隔に一様。駆動した渦の挿入の受理率が格子間隔に一様	28-04
面積則からギャップへ	表の行	帯（面積の指数）から、ブロック観測量の一様な減衰へ	28-04
渦の面積の指数から Wilson ループの面積則へ（短く：渦の指数から面積則へ）	表の行	渦の自由エネルギーが面積の指数で小さいことから、Wilson ループの面積則を出す段（文献。典型の枠の版は再導出していない）	28-04
閾どうしの結び	表の行	二段の事象の面の変数の倍率と閾を、結合の側の実効の結合と閾に結ぶこと（たとえば β_m = 4u_m、y_h(m) = y_s(u_m)）	28-04
小さい場の集合の取り方と背景の不変量の延ばし方（短く：小さい場の集合の取り方）	表の行	二段の事象が小さい場の集合に含まれること（背景の不変量を閾より大きい値に延ばせば立ち、0 に延ばすと偽）	28-04
背景の二次の型の定数	表の行	背景の写像の Lipschitz の定数を作る、背景の評価の三つの二次の型の定数	28-04
多体の和の幾何（到達の定数）	表の行	面の場の相関の行の和 R が有限であること（到達の定数）	28-04
質量ギャップの器への継ぎ目	表の行	器の含意（28-03）は、測度の列の全列の弱収束と、観測量の部分空間が時間の並進で閉じることを仮定に持つ。部分列で使うときは「どの極限点でも」の形になる	28-04

付録

名前	種別	何を指すか	導入の章
鎖の上側・鎖の下側	仮定	三つの鎖の上の半分を集めると上側、下の半分で下側	A-06
分散の尺度分解	仮定	分散を尺度ごとに分けられる	A-06
尺度ごとの一様な Poincaré	仮定	各段の条件つき Poincaré 定数が一様	A-06
尺度をまたぐ伝導度の上界	仮定	段をまたぐ伝導度が押さえられる	A-06
状態空間が一本の線である性質（短く：一本の線の性質）	仮定	状態空間が尺度の一本の線である	A-06
ビルドの検査の段（Lean の参照マニュアルの検査の段）（短く：ビルドの検査の段）	文献の名	Lean の参照マニュアルの検査の四段の一つ目：エディタの検査の印か lake build が警告もエラーも出さずに終わることを見る	A-04
公理の確認の段（Lean の参照マニュアルの検査の段）（短く：公理の確認の段）	文献の名	検査の四段の二つ目：定理の後に #print axioms を書き、依存する公理が標準の三つだけであることを確かめる	A-04

名前	種別	何を指すか	導入の章
カーネルの再検査の段（Lean の参照マニュアルの検査の段）（短く：カーネルの再検査の段）	文献の名	検査の四段の三つ目：lean4checker で、ビルドで保存された証明をカーネルに通し直す	A-04
隔離した照合の段（Lean の参照マニュアルの検査の段）（短く：隔離した照合の段）	文献の名	検査の四段の四つ目：言明だけを信頼できる場所に書き、証明を隔離して組み立て、独立の外部の検査器でも通し直して言明の一致を確かめる	A-04
代入の手・掛ける手・整理の手	表の行	紙の三行（代入する・両辺に掛ける・整理する）を Lean の四手に対応させたときの手の名	A-04
調べる段	表の行	文が本文に載るまでに通る七つの段の一つ目：主題ごとの文献・既知の結果・数値の候補を集める	A-05
照合の段	表の行	七つの段の二つ目：一次資料と照合し、書誌の誤り・言い換えすぎ・帰属の取り違えを拾う	A-05
反証の段	表の行	七つの段の三つ目：別の読み手が反証を探し、資料より強い言い方・確定度の格上げ・条件の書き落としを拾う	A-05
再現の段	表の行	七つの段の四つ目：計算を再現し、数値の写し間違い・規約の取り違え・有限の範囲の反例を拾う	A-05
札の段	表の行	七つの段の五つ目：札を付け、「証明された」「予想」「数値的に支持」の混在を拾う	A-05
整合の段	表の行	七つの段の六つ目：章をまたいで記号・名前・規約を揃え、食い違いと重複を拾う	A-05
組み立ての段	表の行	七つの段の七つ目：組み立てて機械的に検査し、描画できない式・切れたリンク・禁則の語を拾う	A-05
定義の隙間	表の行	Lean の証明が通っても言いたいことでない隙間の一つ：定義が意図より弱い・強い（例：隙間を ≥ 0 で定義すると 0 でも通る）	A-04
名前の隙間	表の行	通っても言いたいことでない隙間の一つ：定理の名前が言明より大きい	A-04
空虚な真の隙間	表の行	通っても言いたいことでない隙間の一つ：前提が同時に成り立たず、何でも結論できる	A-04
仮定の隙間	表の行	通っても言いたいことでない隙間の一つ：証明すべきことが仮定に置かれ、それがいつ外れるか書かれていない	A-04
張力の率の挟み込み（論文 3 の系 C）（短く：張力の率の挟み込み）	論文の名	分数インスタントンの格子の論文の系：張力の率の上極限と下極限を挟み込むこと	A-07
渦の挿入の恒等式の論文	名	この本の検討から出た、渦の挿入の恒等式をまとめた論文（a-07 の表 4）	A-07
帯の還元の論文	名	この本の検討から出た、帯の還元と SU(2)・U(1) の数値をまとめた論文（a-07 の表 5）	A-07

名前	種別	何を指すか	導入の章
分数インスタントンの格子の論文	名	この本の検討から出た、分数インスタントンの格子の閉じ込めをまとめた論文（a-07 の表 6）	A-07

表 3　名前の索引（902 項目）。表の通し番号や札の範囲は使わず、名前で引きます。

04

拡散型緩和時間の仮定の八つの読み（正本） — 正規化を名指す理由

「C_P が長さの二乗と揃う」という文には三つの選び方があります。冪で言うか帯で言うか、比べる長さを相関長 ξ にするか記帳の長さ ξ_{RG} にするか、C_P を角度の $\mathcal{E}_\vartheta$ で測るか場の $\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_\vartheta/\beta$ で測るか。$2\times2\times2$ で八つの読みがあります。次の表が正本です。

表 4　八つの読み（この表が正本。23-01 表 5 は要約。右の二列は緩和時間の仮定を前提にした勘定。指数は C_P/ξ^2 または a^2C_P に掛かる β の冪）

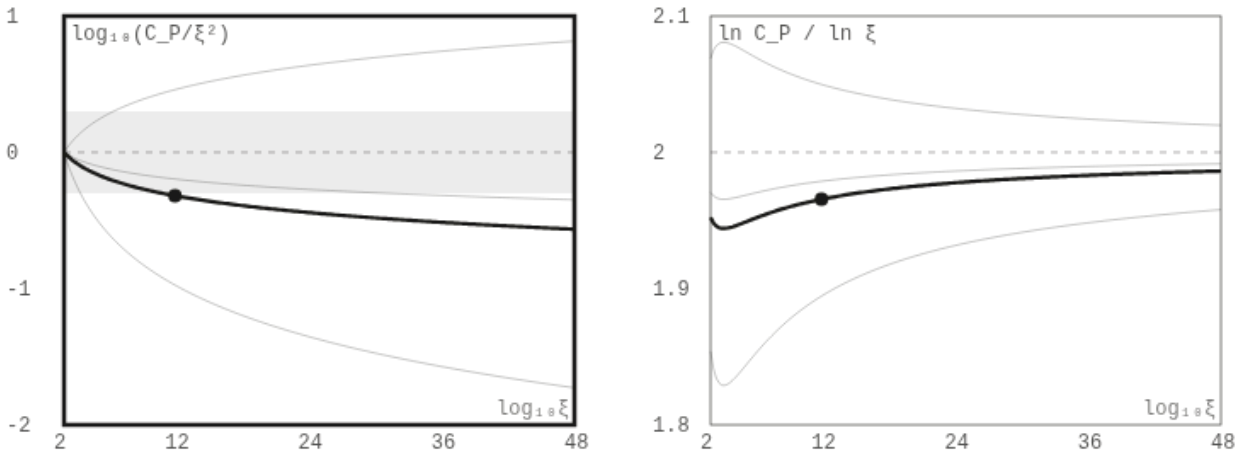
水準・長さ・正規化	文	この本の名前	自由近似	ループの対数 物理
冪・ξ・$\mathcal{E}_\vartheta$	$\ln C_P/\ln\xi\to 2$	緩和時間の仮定（$\eta_{\mathrm{dyn}}=0$）	成り立つ	動かない
冪・ξ・$\mathcal{E}_A$				
冪・記帳の長さ・$\mathcal{E}_\vartheta$	$\ln C_P/\ln\xi_{\mathrm{RG}}\to 2$	緩和時間の仮定と一尺度の鎖・記帳の長さの鎖（冪）	成り立つ（二ループの差は冪に映らない）	動かない
冪・記帳の長さ・$\mathcal{E}_A$				
帯・ξ・$\mathcal{E}_\vartheta$	$C_P^{(\vartheta)}\asymp\xi^2$	帯の形の緩和時間の仮定[$\mathcal{E}_\vartheta$]	下界の仮定[$\mathcal{E}_\vartheta$]が破れる（比 $g^2/4$、指数 -1）	$-9/22$：下界の仮定[$\mathcal{E}_\vartheta$]が破れる
帯・ξ・$\mathcal{E}_A$	$C_P^{(A)}\asymp\xi^2$	帯の形の緩和時間の仮定[$\mathcal{E}_A$]	成り立つ（等号）	$+13/22$：上界の仮定[$\mathcal{E}_A$]が破れる
帯・記帳の長さ・$\mathcal{E}_\vartheta$	$a^2C_P^{(\vartheta)}\asymp 1$	帯の形の緩和時間の仮定[$\mathcal{E}_\vartheta$] と一尺度の鎖・記帳の長さの鎖	記帳の次数で決まる（23-01 §07）	$-303/242$
帯・記帳の長さ・$\mathcal{E}_A$	$a^2C_P^{(A)}\asymp 1$	帯の形の緩和時間の仮定[$\mathcal{E}_A$] と一尺度の鎖・記帳の長さの鎖		$-61/242$

導出は 23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定・4-06 §05 にあり、ここでは和だけを示します（この段は読み飛ばしてよい）。右の列の分数は三つの対数の和です。正規化の -1（$C_P^{(\vartheta)}=C_P^{(A)}/\beta$）、確率時間の繰り込みの $+13/22$（23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定）、そして 記帳の長さの行だけに入る一ループの記帳と二ループの走りの差 $-2\cdot\frac{51}{121}=-\frac{102}{121}$ です（$51/121=b_1/(2b_0^2)$、純 SU(N) で N に依らない。4-06 §05）。どれも一ループの摂動論の繰り込み群の下の勘定で、物理の札です。

$$-1+\tfrac{13}{22}=-\tfrac{9}{22},\qquad \tfrac{13}{22}-\tfrac{102}{121}=-\tfrac{61}{242},\qquad -\tfrac{9}{22}-\tfrac{102}{121}=-\tfrac{303}{242} \tag{3}$$

この和を、この端末で有理数のまま確かめました 計算 。次の図は、この勘定の下で、帯の読みの比 C_P/ξ^2 と冪の読みの指数 $\ln C_P/\ln\xi$ がどう動くかを描きます。β と ξ は一ループの式 $\xi\approx e^{3\pi^2\beta/11}$（定数倍を除く、4-07）で結びます。

図 1　読みを選ぶと、左に帯の読みの比 C_P/ξ^2（$\xi=10^2$ で 1、縦は対数）、右に冪の読みの指数 $\ln C_P/\ln\xi$ を描く。三つのボタンで水準・長さ・正規化、つまみで $\log_{10}\xi$ を選ぶ。枠の太いほうの欄が、選んだ水準の真偽を決める。左の薄い塗りは比 1/2〜2 の目安（帯の定数の一例）



帯・ξ・角度の目盛り → 帯の形の緩和時間の仮定[角度の目盛り]：s = −9/22。ξ = 10^12：β = 10.27、比 0.4805、冪の指数 1.9655。帯：比が 1 から離れ続ける（一様な定数では閉じない）

計算 この図の数値はこの端末で計算した（(3) の指数と一ループの式をその場で評価。表 5 は Python の値）。

JavaScript が無効なときは表 5 で読めます。

表 5　一ループの勘定の下での比と指数（SU(2)。$\beta=\frac{11}{3\pi^2}\ln\xi$。比は $(\beta/\beta(10^2))^s$、指数は $2+s\ln\beta/\ln\xi$） 計算 物理

長さ・正規化	s	比 $\xi=10^3$	比 10^{12}	比 10^{48}	指数 10^3	指数 10^{12}	指数 10^{48}
$\xi\cdot\mathcal{E}_\vartheta$	−9/22	0.8472	0.4805	0.2725	1.9442	1.9655	1.9862
$\xi\cdot\mathcal{E}_A$	+13/22	1.2707	2.8828	6.5400	2.0806	2.0498	2.0199
記帳の長さ・$\mathcal{E}_\vartheta$	−303/242	0.6019	0.1061	0.0187	1.8292	1.8945	1.9579
記帳の長さ・$\mathcal{E}_A$	−61/242	0.9028	0.6366	0.4488	1.9656	1.9788	1.9915
（参考）自由近似・$\mathcal{E}_\vartheta$	−1	0.6667	0.1667	0.0417	1.8636	1.9157	1.9664

読み方は二つです。比の列は四行とも 1 から離れ続け、どの帯の読みも一様な定数では閉じません。指数の列は四行とも 2 に近づき、冪の読みは動きません。ただし近づき方は遅く、$\xi=10^{48}$ でも指数は 2 から 0.008〜0.042 離れています。最後の行は A-01 の表 9 と同じ式で、指数は一致し、比は A-01 の値を $\xi=10^2$ の値で割ると一致します。この表はヤン–ミルズの測度の C_P を測ったものではなく、勘定の帰結を並べた例です。この本が緩和時間の仮定を冪の水準に置いた理由が、この表の二つの列の違いです。

05

記帳と指数の量 — κ・δ・θ・記帳の長さ・p・η_{dyn}

本書の第 23 部の検討は、格子を b 倍に粗くする一段を次の写像で記帳しました（23-02 四次元格子で試した道と壁）。

$$\beta \longmapsto \beta - \kappa\big(\ln b - \delta(b)\big), \qquad a^2 C_P \propto a^{p}, \qquad p = \eta_{\mathrm{dyn}} + (2 - \eta_{\mathrm{dyn}})\,\theta \tag{8}$$

左の式に出る二つの数と、右の式に出る二つの指数が、この節の量です。量は仮定ではありませんが、「$\sum \delta < \infty$」「$\eta_{\mathrm{dyn}} = 0$」のような文は仮定になり、第 23 部の言い方「物理単位の隙間の言明 $\Longleftrightarrow \sum \delta < \infty$ かつ $\eta = 0$」は、冪の形と一ループ核の模型を前提にした $p = 0$ の代数です。

表 6　記帳と指数の量

記号	種	一行の意味	正本	状態
κ	量	一段の傾き。$\kappa = 4Nb_0 = 11/(3\pi^2) = 0.3715110$（$N = 2$）	23-02 四次元格子で試した道と壁・4-06 §02	既知　一ループ係数の書き直し。模型の窓で 5 桁一致は 計算（模型の中の一致）
$\delta(b)$	量	一段の取りこぼし。窓が連続の $\ln b$ に足りない分。c_2/b^2 で消える	23-02 四次元格子で試した道と壁	一ループ核の模型で測った数（非摂動の量ではない） 計算
$\sum_k \delta(b_k) < \infty$	仮定	取りこぼしが総和可能	同上・18-05 §06	仮定。b 固定なら $\delta(b) = 0$ が必要十分 Lean fixed_step_bounded_iff
θ	量	取りこぼしの溜まりの指数。$a\xi \propto a^{\theta}$。b 固定で $\delta(b)/\ln b$	23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定	定義。$\sum \delta < \infty$ なら $\theta = 0$
ξ_{RG}, a	量	記帳の長さ $b^{k(\beta)}$ と、$a := 1/\xi_{\mathrm{RG}}$。一ループで $\xi_{\mathrm{RG}} \approx e^{3\pi^2\beta/11}$	23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定・23-02	第 23 部の定義。一ループの部分は 既知（$1/(a\Lambda)$ と同じ式）
p	量	$a^2 C_P \propto a^{p}$ の冪。(8) の右	23-01 構成の筋と拡散型緩和時間の仮定	$p = 0 \iff \eta_{\mathrm{dyn}} = 0 \wedge \theta = 0$（$0 \le \eta \le 2$・$\theta \ge 0$ の下） Lean drainExp_eq_zero_iff
z, η_{dyn}	量	動的指数 $C_P \asymp \xi^{z}$ と $\eta_{\mathrm{dyn}} = 2 - z$。緩和時間の仮定は $\eta_{\mathrm{dyn}} = 0$	2-10 §06・18-05 §02	定義。前提 $\eta_{\mathrm{dyn}} \ge 0$ は $z \le 2$ を含む
η_s	量	静的な相関の冪。η_{dyn} とは別。等しいのは $z = 2 - \eta_s$ の中だけ	同上・A-01 §08	二次元 Ising で $\eta_s = 1/4$、$\eta_{\mathrm{dyn}} = -0.1665$ 物理

記号 η に注意が要ります。第 23 部の検討の η はもともと二つの量を指していました。この本は、冪の形と物理単位の隙間の言明の同値の η を η_{dyn} に固定し、η_s は試験関数の下界にだけ使います。断りの無い η は η_{dyn} です。

例。$b=2$ に固定すると $\delta(2)=0.1335$（重み w）で、$\theta=\delta(2)/\ln 2\approx 0.19$ です（23-02 四次元格子で試した道と壁）。$\eta_{\mathrm{dyn}}=0$ でも $p=2\theta\approx 0.39>0$ で、$a^2 C_P\to 0$ の側に落ちます。段ごとに $b_k=k+2$ と大きくすれば $\sum c_2/(k+2)^2<\infty$ で $\theta=0$ に戻せます。

06

二本目の道と帯の仮定 — 名前・中身・状態・消すために要るもの・U(1)/$\mathbb{Z}_2$

第 25〜27 部（空間の方向の道・移り変わりの帯・閉じる）が置く仮定を一つの表にまとめます。状態の欄は、この節だけ第 23 部の五分類の札（23-00 §01：初・典・機・読・仮）で書きます。証明の筋の段にある行は「仮」とし、筋のあることを同じ欄に書きます。段は 16-09 の証明が含むべき七つの段、台帳の行は 27-02 表 2 の行で、どちらも名前で引きます。最後の列は、同じ仮定を $U(1)$ と四次元の $\mathbb{Z}_2$ のゲージ理論に置いたときの振る舞いで、非可換性がどの行に入るかを見るための列です。

表 7　二本目の道と帯の仮定（条件つきの言明は 27-01、各行の現状と消える規則は 27-02）

名前	中身（一行）	状態	消すために要るもの	U(1)・$\mathbb{Z}_2$ での振る舞い
紫外の制御（証明が含むべき段では紫外の段、台帳の行も同じ名）	格子間隔 a から尺度 L まで、a に一様な多重尺度の解析：小さい場の解析性の条件（有効作用の局所性と解析性）、大きい場の稀さの条件、結合が小さく留まる条件（有効結合が $(0,\gamma]$ に留まる）	仮（Bałaban の不等式 (0.31) は原典が未発表とする段を含む）	Bałaban の段の書き下しの完成、または原典の照合	漸近自由に依る仮定で、U(1)・$\mathbb{Z}_2$ には当てはまらない
挿入の一様な受理（小さな T^2 の閉じ込めの段）	小さな場の枠の下で、力学で駆動した渦の挿入の $\tanh(W/2)$ の平均が a に一様に $1-\delta$ 以下	仮（手続きを長くすると仕事が下がる数値は 読 ）	仕事の分布を一ループ（行列式）の水準で評価すること	—
小さな T^2 の基点（小さな T^2 の閉じ込めの段）	小さな物理的な L_0 で $\theta(L_0;T^2_{L_0})\le 1-\varepsilon_0$、$\varepsilon_0\propto (L_0\Lambda)^{11/3}$	仮（筋：紫外の制御と挿入の一様な受理の下。張力の形は 典 Tanizaki–Ünsal の式 (2.37)）	紫外の制御と挿入の一様な受理の下での証明	U(1) では ε_0 の L_0 への依存が逆向き

名前	中身（一行）	状態	消すために要るもの	U(1)・$\mathbb{Z}_2$ での振る舞い
枠の減相関（小さな T^2 の上の「一様なブロック減衰」と同じ系統。小さな T^2 の閉じ込めの段と帯の段）	容器の枠どうしの相関が減り、Wilson ループの評価 $\mathbb{E}\prod\theta$ を各 θ の積に分けられる	仮。T^2 を固定すれば、z の鏡映正値性の下でチェス盤により一つの密度 κ_{cb} に置き換わる 初	κ_{cb} の評価。L に一様にするには一様な板のギャップ	—
z の鏡映正値性（小さな T^2 の閉じ込めの段と帯の段）	捩れの和を取った z の集団が、方向 3・4 の格子点を通る鏡映で正値	初 （もう仮定ではない。核の代数は Lean `ReflPos.refl_pos`・`refl_cs`。紙の証明を置く章は 26-04）	—	$\mathbb{Z}_2$・U(1) でも同じく成り立つ（構造の事実）
良いブロックでの縮小（小さな T^2 の閉じ込めの段と帯の段）	良いブロックを通ると、枠の影響がゲージ不変な距離で e^{-mw} に縮む	仮	Bałaban 型の解析	—
横広げの不等式・強い形（帯の段。台帳の行「't Hooft の張力の正値性」の中の形）	容器を固定して横の T^2 を s 倍に広げても、区画の偏り θ は高々 Cs^2 倍	仮。数値は整合 読 。構造の入力だけからは出ない（否定の補題、26-04）	非可換の力学の入力（自己双対の塊・漸近自由）	**破れる**（U(1) は流束が一様に広がり、$\mathbb{Z}_2$ は面の張力）
横広げの不等式・弱い形（帯の段。台帳の行「't Hooft の張力の正値性」の中の形）	強い形の損失の総和が有限な形（板の張力 σ_{eff} が「ほぼ単調」）	仮 （帯とほぼ同じ内容）	同上	破れる
一様な板の張力（帯の段。台帳の行「't Hooft の張力の正値性」の弱い形）	板の弦の張力 $\sigma_{\mathrm{eff}}(L)$ が L に一様に正	仮。Creutz 比は $N_T=4\to10$ で増えて飽和 読 （条件は 25-08）	帯そのもの	**破れる**（U(1) は $\sigma\sim e^2/L^2$ で 0 へ）

名前	中身（一行）	状態	消すために要るもの	U(1)・$\mathbb{Z}_2$ での振る舞い
一様な板のギャップ（帯の段。台帳の行「ブロック観測量の一様な減衰」）	板の質量ギャップが L に一様。ブロック観測量の相関が L に一様に減ること（27-02 の台帳の行）	仮	$\kappa_{\mathrm{cb}}(L)$ の尺度の間の比較	—
$\mathbb{R}^4$ への極限（R^4 の段。台帳の外に残る差の一つ）	無限体積の極限・OS 公理・回転不変性の回復・非自明性	仮（大部分は標準の筋。回転の赤外の側と極限の一意性は開いている）	—	—
二本の道の結び（ギャップと閉じ込めの結び。小さな T^2 のギャップの段・小さな T^2 の閉じ込めの段・R^4 の段に掛かる。台帳の外に残る差の一つ）	面積則と転送行列の隙間を $\mathbb{R}^4$ の同じ理論で両方出す	仮（言明が未定。面積則だけではギャップにならない）	一様な板のギャップと $\mathbb{R}^4$ への極限	U(1)：閉じ込めず、ギャップもない
全てのコンパクト単純群（一般の群の段。台帳の外に残る差の一つ）	$SU(N)$ と、中心の無い群	仮	—	—
拡散型緩和時間の仮定（上側は上界の仮定、下側は下界の仮定。台帳の行「緩和時間の上界と片側の橋の一様性」）	揺らぎが均される時間が相関長の二乗で伸びる：$C_P \asymp \xi^2$（動的指数 $z = 2$）。上界の仮定は片側の橋と合わせて物理単位の隙間の下界を与える	仮（23-01）。一段目の残件は 23-15 表 1 と、ブロックと混合の道の小節	第 23 部の残件（23-15）と、β に一様な形（帯を時間の言葉で渡ること）	23-01・24-01 を参照

名前	中身（一行）	状態	消すために要るもの	U(1)・$\mathbb{Z}_2$ での振る舞い
区画の偏り $\theta(R;T_L^2)$（量）	容器 $D\times T_L^2$（D の一辺 R）の区画の符号の、枠を条件づけた期待値の絶対値 $\lvert\mathbb{E}[\sigma_D \mid \Phi]\rvert$	定義（25-03）	—	U(1) では一定、四次元の $\mathbb{Z}_2$ では 1 に近づく見込み 読 （物理）
チェス盤の密度 κ_{cb}（量）	平面を同じ大きさのブロックで敷き、全てのブロックに容器を置いたときの $\mathbb{E}\prod_t \theta_t$ の、ブロック一つあたりの値（体積の極限）	定義（26-05）	—	—

記号の注意。表 7 の θ と κ_{cb} は、表 6 の θ（取りこぼしの溜まりの指数）・κ（一段の傾き）とは別の量です。区画の偏りは引数をつけて $\theta(R;T_L^2)$ と書き、チェス盤の密度は添字つきで κ_{cb} と書きます。表の非可換の欄で「破れる」の行が、横広げの不等式の二行と一様な板の張力の行に集まっていることが、この表の読みどころです。非可換の力学が入るのはこれらの行（台帳では 't Hooft の張力の正値性の行と、還元の入力の繰り込みの比較の行）で、他の行は構造の事実か、紫外の壁に依る行です。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
表 3 の名前と導入の章は、本の全体の名前の表から引いた（一つの対象に一つの名前）	「何を指すか」の一行は目安。正確な言明・仮定・状態は導入の章に在る
表 1・表 2 は第二巻の章の名前と記号の約束	公開された構成の源の識別子との対応の全て（在りかは各章の出典）
初 SU(2) で $s=\kappa=11/(3\pi^2)$	ほかの群での第三巻の κ の値（第三巻の定理は SU(2) だけ）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
名前と導入の章	本書	各章の本文。名前は本の全体で一つに揃えた
第二巻の名前と記号	源	yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028（2026-10-28 提出、版 3456e5e）を読んだ第 6〜14 部の各章
s と κ の値	初	10-01（$C_g=8$）・4-06 §02（$\kappa=4Nb_0$）
表 4・表 5（八つの読みと一ループの勘定）	計算・物理	23-01・4-06 §05。分数の和はこの端末で有理数のまま確かめた

次に読む章：A-07 この本から出た論文。

この本から出た論文

この章は本書の検討です。§01・§07 は案内です。

この章で分かること — この本の検討から出た五本の論文の一覧。このサイトの論文の頁で公開している二本（片側の橋・一リンク積分）と、草稿の段階の三本（渦の挿入の恒等式の論文・帯の還元の論文・分数インスタントンの格子の論文）について、題・要旨・主定理を並べ、各主定理に本の札と条件と機械検査の範囲を付け、本のどの章で扱うかを示します。

前提となる章 — なし。札の読み方は 23-00 §01、Lean の欄の読み方は A-04 です。

先に言うこと — どの論文も、ヤン–ミルズの存在と質量ギャップの問題の解決を主張していません。草稿の三本は外部の数学者の検査を経ておらず、本の札は草稿の言明をそのまま写したものではありません（本の章で証明を確かめて置いたものだけが 初 ）。論文の題は原文（英語）のまま引き、要旨と言明は日本語で縮めます（定理の名と番号は原文のもの）。

この章の順序

1. 五本の一覧 — 題・段階・頁数・機械検査・本の章（表 1）
2. 片側の橋 — 隙間の二乗の逆数が Poincaré 定数を下から押さえる（表 2）
3. 一リンク積分 — Bakry–Émery の前に一リンクを積分する（表 3）
4. 渦の挿入の恒等式の論文 — 渦の挿入の恒等式（表 4）
5. 帯の還元の論文 — 帯の還元と $SU(2)$・$U(1)$ の数値（表 5）
6. 分数インスタントンの格子の論文 — 分数インスタントンの格子の閉じ込め（表 6）
7. 論文と Lean の束 — 束の名・定理の数・保証の範囲（表 7）

01

五本の一覧

表 1 の「段階」は、公開（このサイトの論文の頁に PDF と LaTeX 源を置いた）か、草稿（本の検討の材料で、公開していない）かです。頁数は PDF の頁数です。著者表記は刊行の形による。

表 1　この本から出た論文（2026-10-15 の時点）

論文	題（原題）	段階	頁	機械検査	本の章
片側の橋	The inverse squared spectral gap bounds the Langevin Poincaré constant of Euclidean path measures from below	公開（2026-10-09、論文の一覧・PDF）	12	代数の骨（束 EuclideanPath.GapBridge・宣言 17）	23-01 §06・24-04 §02・24-05
一リンク積分	One-link integration before Bakry–Émery for SU(2) lattice Yang–Mills — An explicit strong-coupling threshold $\beta < \sqrt{(2/27)}$ in dimension four, and why complete families of links exist only for $d \leq 4$	公開（2026-09-21、論文の一覧・PDF）	24	Wilson 作用から Hessian の下界までの鎖と、完全な族の組合せ論	5-11・23-02 §02
渦の挿入の恒等式の論文	Exact centre-vortex insertion identities in the twist-summed ensemble, and bounded, averaged and driven confinement bounds	草稿（2026-10-13）	3	有限の配位空間の上の代数	25-05・25-06
帯の還元の論文	Where the twisted-slab route to confinement stops: a corrected window target, a reduction to transverse widening, and SU(2) versus U(1) numerics	草稿（2026-10-13）	9	流束の評価・電場の流束の形・倍化の反復・鏡映正値性の代数	26-01・26-02・26-04・26-05・25-07・26-09
分数インスタントンの格子の論文	Fractional instantons confine on the lattice: a rigorous semiclassical bound for SU(2) gauge theory on a twisted small torus	草稿（2026-10-14）	7	柱の表示の因数分解と二項の評価	25-02 §06・26-06 §04・27-02 繰り込みの比較の上の端

帯の還元の論文の原題の “window” は、この本の語では「移り変わりの帯」です。第 23・24 部の窓（サイトの区間・$\hbar$ の範囲・時刻の区間）とは別物で、本文では帯と書きます（26-00 §02）。分数インスタントンの格子の論文の原題の “rigorous” は原題の語で、本の札とは独立です。

02

片側の橋 — 隙間の二乗の逆数が Poincaré 定数を下から押さえる

要旨。有限次元の配位空間（コンパクトな連結 Riemann 多様体、または $\mathbb{R}^n$ に定数の計量と滑らかで閉じ込めるポテンシャル）の上の $H = -(\hbar^2/2)\Delta_M + V$ で、離散スペクトル・単純な正の基底状態 ψ_0・隙間 $\Delta = E_1 - E_0 > 0$ を仮定する。時間の全体で定常な Euclid の経路の測度について、時間で均した滑らかな汎関数の上の確率量子化（Langevin）の Dirichlet 形の Poincaré 定数は $C_P \geq \kappa(\hbar/\Delta)^2$ を満たす。試験関数は $F = \psi_1/\psi_0$ の時間積分で、時刻に局所な汎関数の中ではこれが最良。逆向きは一般に偽で、円の上の自由な粒子では $\Delta > 0$ のまま $C_P = \infty$。四次元にもゲージ場にも触れない。

表 2　片側の橋の主定理（本の名は 23-01・24-04 のもの）

論文の番号	本の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean
定理 3.1	片側の橋の命題（論文の定理 3.1）	上の設定と三つの仮定（基底状態の仮定・定常な経路の測度の仮定・計量の比べの仮定。論文の (A1)〜(A3)。離散スペクトルと基底状態の単純さ・定常な経路の測度・Langevin の計量の比較定数 κ）の下で $C_P \geq \kappa\,\hbar^2/\Delta^2$。時間を連続に取った場合	初（23-01 §06）	代数の段だけ：`poincare_lower_of_gap`（仮定：$0 < p, m, \kappa, E$・$2p/m \leq V$・$E \leq 2mp/\kappa$・$V/E \leq C_P$）・`window_ratio_closed`（仮定：$0 < m$・$0 < T$）。経路の測度・共分散の式・基底状態の恒等式は Lean の外
系 3.6	橋の系	同じ仮定で $C_P \leq KL^2$ なら $(\Delta L/\hbar)^2 \geq \kappa/K$。論文はこの仮定 $C_P(\mathcal{D}) \leq KL^2$ に名を付けていない（論文の系 3.6 の仮定。本の拡散型緩和時間の仮定の上側 $\xi^2\uparrow$ と同じ型）	初（仮定の上の代数）	`gap_lower_of_poincare_upper`（仮定：$0 < m$・$\kappa/m^2 \leq C_P$・$C_P \leq KL^2$）
命題 4.1	24-04 の (2)	正準の計量（$\kappa = 1$）で、時刻に局所な汎関数の Rayleigh 商の上限はちょうど $(\hbar/\Delta)^2$、達成されない	初（24-04 §02）	`local_rayleigh_le`（仮定：$0 < m$・$m \leq a_k$・$0 \leq c_k$）・`fourier_weight_le`（仮定：$0 < m \leq a$）。有限和と各点の不等式だけ
命題 5.1	円の上の自由な粒子の反例	円の上の自由な粒子で $\Delta > 0$ かつ $C_P = \infty$（巻き数のため）。逆向きの不等式は一般に偽	初（23-01 §06 (5)）	`rotor_ratio_unbounded`（仮定：$0 < r$）・`rotor_gap_pos`（仮定：$0 < \hbar$）

範囲。Wilson の時間を刻む格子・ゲージ場・無限体積・連続極限は、論文の言明の外です。四次元の格子ゲージ理論で使うには、時間を刻む格子での時間の刻みの比べの仮定（論文「片側の橋」の (D)）が残ります（24-04 §08）。

```
03
```

一リンク積分 — Bakry–Émery の前に一リンクを積分する

要旨。$(\mathbb{Z}/L)^4$ の上の $SU(2)$ の Wilson 作用で、どのプラケットもちょうど一本だけ含む「完全な族」のリンクを先に積分すると、Haar 積分は星ごとに分かれ、残りのリンクの周辺密度は $e^{-\Phi}$ の形になる。Φ の測地線に沿う二階微分は、全ての β と全ての配位で $-27\beta^2\sum_e \|X_e\|^2$ 以上。単位 S^3 の Ricci 曲率 2 と合わせて Bakry–Émery の曲率 $2-27\beta^2$、閾値 $\beta < \sqrt{2/27} = 0.2722$ になる。完全な族が $\mathbb{Z}^d$ に在るのは $d \le 4$ のときに限る。質量ギャップの段は Lean の定理ではなく、紙で、しかも概略。

表 3　一リンク積分の主定理（詳しい札は 5-11）

論文の番号	言明（条件を同じ行に）	札	Lean
Theorem 1	L が偶数で $L \ge 3$、単位四元数の上の任意の Haar 確率測度について、(i) 完全な族のリンクの積分は星ごとに分かれて $e^{-\Phi}$ を与える、(ii) Φ の二階微分は全ての β・全ての配位で $-27\beta^2\sum_e \|X_e\|^2$ 以上	Lean	`WilsonOneLink.integral_star_links`・`StaplePerturbation.hess_gauge`（仮定は論文 §11 の型の署名のとおり）
Theorem 2・2′	$\mathbb{Z}^d$ に完全な族が在るのは $d \le 4$ のときに限る。周期 L のトーラスでは「$d \le 4$ かつ L が偶数」と同値。k 胞体の版では $d \le 3k+1$、密度はちょうど $1/(2(k+1))$	Lean	`no_perfectZ_of_five`（仮定：$5 \le d$）・`perfectK_one_iff`（仮定：$2 \le d$）ほか
Corollary 3 (a)	$\beta < \sqrt{2/27}$ で、周辺の測度は曲率 $2-27\beta^2$ 以上の Bakry–Émery の条件を満たし、体積と境界条件に一様な対数 Sobolev 不等式を持つ	典（Bakry–Émery の定理・S^3 の Ricci 曲率）＋ この論文の Theorem 1（上の行）	—
Corollary 3 (b)	無限体積の Gibbs 測度の一意性と相関の指数的な減衰（格子単位の質量ギャップ）	仮（強結合の対数 Sobolev の先行の議論を写した概略。一行ずつは書き下していない）	—

範囲。言えるのは「Bakry–Émery の方法の中で定数が良くなる」ことだけで、強結合の範囲を広げたとは言っていません。連続極限については何も言いません（5-11）。

04

渦の挿入の恒等式の論文 — 渦の挿入の恒等式

要旨（草稿）。$SU(2)$ の Wilson 格子ゲージ理論を Mack–Petkova の捩れの和のアンサンブルで書き、局所的な中心渦の挿入について、近似を含まない恒等式の族を示す。区画に向きを合わせた対合の挿入 τ（作用の変化 ΔS）と、τ で奇な観測量 H について、$\mathbb{E}[H] = \mathbb{E}[H\tanh(\Delta S/2)]$ と $\mathbb{E}[H\sqrt{\rho}] = 0$（$\rho = e^{-\Delta S}$）。離れた細胞の挿入を合わせ、挿入の位置で平均すると、$|\langle W(C)\rangle| \le \mathbb{E}\prod_c |\bar{t}_c|$（各因子は $[-1,1]$）。可逆な熱浴の力学で駆動した挿入では、仕事 W について Crooks 型の恒等式 $\mathbb{E}[H] = \mathbb{E}[H\tanh(W/2)]$。全ての β の板の閉じ込めの定理は細い挿入の特別な場合として戻る。草稿は、これらを Tomboulis–Yaffe・Mack–Petkova・Kovács–Tomboulis の枠組みの中の書き直しと位置づけ、連続極限についても問題そのものについても何も言わない。

表 4　渦の挿入の恒等式の論文の主定理（本の札は 25-05 のもの。条件は全て：有限の配位空間・正の重み・区画を反転する全単射）

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
bounded identity	τ が対合で $H\circ\tau = -H$ なら $\mathbb{E}[H] = \mathbb{E}[H\,t]$、$t = \tanh(\Delta S/2)$	初	BoundedInsertion（`Bounded.single`）（仮定：τ が対合・重みが正・$H\circ\tau = -H$）	25-05 §04
Bhattacharyya identity	同じ条件で $\mathbb{E}[H\sqrt{\rho}] = 0$	初	SecondMoment（`SecondMoment.sqrt_identity`）（同上）	25-05 §05
averaged bound	離れた細胞の、位置について平均した挿入で、$\lvert H\rvert \le 1$ かつ全ての挿入で奇なら $\lvert\mathbb{E}[H]\rvert \le \mathbb{E}\prod_c \lvert\bar{t}_c\rvert$	初	BoundedInsertion（`Bounded.averaged`・`Bounded.averaged_bound`）（仮定：別の細胞の t が挿入で不変・$\lvert H\rvert \le 1$）	25-05 §04
Paley–Zygmund form	一つの細胞で $\mathbb{E}[H]^2 \le 1 - \mathbb{E}[Y]^2/\mathbb{E}[Y^2]$、$\mathbb{E}[Y^2] \le 1$	初	SecondMoment（`SecondMoment.pz_bound`）（$\mathbb{E}[Y^2] \le 1$ の部分は含まない）	25-05 §05
slab confinement（系）	細い挿入で $\lvert\langle W(C)\rangle\rvert \le \tanh(\beta N^2)^{A(C)}$（板・$N$ と格子間隔を固定・全ての β）	初	—（板の定理の束は 25-04）	25-05 §06・25-04
driven identity	$H = h(\text{枠})\,\sigma$ なら $\mathbb{E}[H] = \mathbb{E}[H\tanh(W/2)]$（$W$ は可逆な熱浴で駆動した挿入の仕事）	初（Crooks・Jarzynski の恒等式は 典）	—	25-06

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
数値	$2 \times 2 \times 8 \times 8$・$\beta = 2.3$・$n_{12} = 1$・半径 2 の円板で、熱浴の 16 段の駆動により仕事の平均 $10.7 \to 2.9$、$\tanh(W/2)$ の平均 $0.99 \to 0.69$	読（草稿に種の数と誤差の記載が無い）	—	25-08

新しさ。草稿は「捩れの和のアンサンブルでの局所の恒等式」などを自らの寄与に挙げていますが、本は先行文献との照合が済んでいないので、新しさを主張しません（25-05 §08 (d)）。

05

帯の還元の論文 — 帯の還元と $SU(2)$・$U(1)$ の数値

要旨（草稿）。小さな捩れたトーラス T_L^2 を通る板 $T_L^2 \times \mathbb{Z}^2$ の道で、四次元 $SU(2)$ の格子の閉じ込めに向かう。四点を述べる。(i)「$\theta(L,L) \le \theta_0 < 1$ が L に一様」という素朴な条件は四次元の $U(1)$ も満たすので閉じ込めを導かず、正しい目標は $\ln(1/\theta(L,L)) \ge cL^2$（'t Hooft の判定の局所の形）。(ii) 平面の方向の入れ子と合わせると、目標は一つの横広げの不等式に還元される。この不等式は $U(1)$ と $\mathbb{Z}_2$ で破れ、希薄な領域の $SU(2)$ では符号が $11/3 - 2 = 5/3 > 0$ で決まる。(iii) 鏡映正値性・中心と双対の恒等式・転送行列の正値性は $\mathbb{Z}_2$ と $U(1)$ でもそのまま成り立つので、構造の入力だけでは横広げの不等式を示せない。(iv) 板の Monte Carlo は予測された対照を示す。一ループで、揺らぎについて等長的な写像からの比較は $U(1)$ の向き $\beta' \ge \beta + 0.023$ しか出せず、揺らぎを整形する写像は $\beta - \beta' = 0.258$ を出す。連続極限での閉じ込めも質量ギャップも示さない。

表 5　帯の還元の論文の主な言明（本の札は右の章のもの）

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
uniform θ_0 is insufficient	帯の素朴な形 $\theta \le \theta_0$ からは張力の下界 $\ln(1/\theta_0)/L^2 \to 0$ しか出ない。$U(1)$ のクーロン相は帯の素朴な形を満たす	初（不足の論理）／読（$U(1)$ の勘定、物理の見立て。草稿も heuristic と明記）	—	26-01

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
conditional theorem	小さな T^2 の基点・枠の減相関・横広げの不等式の三つの下で $\theta(R,R)\le e^{-cR^2}$、張力が L に一様な面積則	初（条件つき。草稿の証明は概略で、本は仮定を数の不等式に書き直して証明を置いた）	Doubling（`Doubling.iterate`・`Doubling.decay`）（仮定：$c\ge 0$・$t_k\ge 0$・$t_{k+1}\le c^3 t_k^4$。反復の代数だけ）	26-02 §03
necessary condition	横広げの不等式（強い形）は、板の張力 $\sigma_{\mathrm{eff}}(L)$ が L について減らないことを含む（閉じ込めより強い）	初	—	26-02 §05
the inequality separates the theories	横広げの不等式は $U(1)\cdot\mathbb{Z}_2$ で破れ、希薄な領域の $SU(2)$ では $\ln(1/\theta)\propto A_D L^{5/3}$ で増える	読（物理の見立て。草稿も heuristic と明記）	—	26-03
no-go from structure	流束の評価・電場の流束の形・転送行列の正値性・中心と双対の恒等式・格子の対称性は $\mathbb{Z}_2$・$U(1)$ でもそのまま成り立つので、この入力の組だけからは横広げの不等式は出ない	初（「この入力の組だけでは」の形）	FluxDuality（`FluxDuality.split`・`FluxDuality.twisted_le`・`FluxDuality.bias_mem`）（$\theta\le 1$ には捩れた分配関数の正値性を仮定）	26-04
site-reflection positivity	捩れを固定した z のアンサンブルは、方向 3・4 の格子点を通る鏡映で正値（M は偶数）。横向きの鏡映は捩れで正値でない	初（z の鏡映正値性。26-04 §03 に証明を置いた。この行は閉）	ReflPos（`ReflPos.refl_pos`・`ReflPos.refl_cs`）（仮定：$A\ge 0$。核の代数）	26-04・27-02 z の鏡映正値性
chessboard（系）	L を固定すれば、枠の減相関は一つの密度 κ_{cb} に置き換わり $\lvert\langle W(C)\rangle\rvert\le \kappa_{\mathrm{cb}}^{n(C)}$	典（チェス盤の評価）＋ 初（L を固定した文）	—	26-05
flux bound	区画を反転する定常な核について $\theta\le 1-a$。一段の核では $a\lesssim\frac12$ なので帯の素朴な形の評価しか与えない	初	FluxLemma（`FluxLemma.flip_le_one_sub_abs`）	25-06
一ループの比較	揺らぎについて等長的な比較は $\beta'\ge\beta+0.023$（二倍あたり）、揺らぎを整形する比較は $\beta-\beta'=0.258$	初（一ループの水準）	—	25-07・26-06 §03

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
数値	T^2 を広げると $U(1)$ の大域の流束の自由エネルギーは上がり $SU(2)$ は上がらない。板の張力は増えて飽和。格子を二倍にする試験で、読んだ $\beta-\beta'$ は $SU(2)$ で $+0.13$〜$+0.25$（$\beta=2.5$〜3.0・種 1〜3 本）、$U(1)$ は逆向き	読 （格子の大きさ・誤差の条件は 26-00 §03 (ii) と 26-09 の各行）	—	26-09・26-06 §05

記録の上の追記の予定。階段関数の走査と $U(1)$ の対照（$\beta_c\approx 1.01$ での符号の反転）を帯の還元の論文に足すことが、取り組む順の一行として挙がっています（27-03 §06）。

06

分数インスタントンの格子の論文 — 分数インスタントンの格子の閉じ込め

要旨（草稿）。小さなトーラス T^2_N に 't Hooft の捩れ $n_{12}=1$ を入れた $T^2_N\times T^2_M$ の上の四次元 $SU(2)$ の Wilson 格子ゲージ理論で、流束 n_{34} の偏り $\theta(N,M,\beta)$ を考える（Tomboulis–Yaffe の不等式で大きな平面の Wilson ループを押さえる量）。固定した N では細い $\mathbb{Z}_2$ の渦の面のコストから率 $\approx e^{-2\beta N^2}$ の面積則が初等的に出る。草稿は、率を、真空に凍らせた枠の中の分数インスタントンの最小作用 $S_*(N,\ell)$ に置き換える下界を示す。固定した M では逆向きの評価も示し、指数の率を $S_{\min}(N,M)$ と $S_*(N,M/2)$ の間に挟む。N に一様でなく、連続極限については何も言わない。

表 6　分数インスタントンの格子の論文の主定理（本の札は 25-02 のもの）

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
分数インスタントンによる閉じ込めの下界（論文の定理 A、confinement direction）	全ての $N\ge 2$・$\ell\ge 2$・$\beta\ge 1$・$M\in 2\ell\mathbb{N}$ で $-\ln\theta\ge c(N,\ell)\,\beta^{-a}e^{-\beta(S_*(N,\ell)+\varepsilon(\beta))}M^2$、$\varepsilon(\beta)=O(\sqrt{\ln\beta/\beta})$。細い面の評価に勝つのは、明示されない大きな β から先	仮 （草稿に証明。チェス盤の評価と Morse–Bott の補題を引用で使い、剛性の定数は存在だけ。本文に証明を置くまで上げない）	柱の表示の因数分解と二項の評価だけ（ColumnChessboard（`ColumnChessboard.signed_sum`・`ColumnChessboard.binomial_bound`）ほか）	25-02 §06・26-06 §04

論文の名	言明（条件を同じ行に）	札	Lean	本の章
固定した平面での逆向きの評価（論文の定理 B、fixed-M reverse bound）	全ての $N, M \geq 2$・$\beta \geq 1$ で、$x = 2\exp(-\beta S_{\min}(N,M) + N^2M^2(12\ln\beta + 34)) \leq \frac{1}{2}$ なら $-\ln\theta \leq 2x$。M を固定した文	仮（同上）	—	25-02 §06
張力の率の挟み込み（論文の系 C）	固定した N と $M \in 2\ell\mathbb{N}$ で、$-\ln(-\ln\theta)/\beta$ の $\beta \to \infty$ の下極限と上極限は $S_{\min}(N,M)$ と $S_*(N,\ell)$ の間	仮（分数インスタントンによる閉じ込めの下界と固定した平面での逆向きの評価の上）	—	27-02 繰り込みの比較の上の端
trivial bound（命題）	全ての枠で $\lvert\theta_t\rvert \leq \tanh(\beta N^2)$、$\ell = 2$ で $-\ln\theta \geq \frac{M^2}{2}e^{-2\beta N^2}$	初（板の閉じ込めの定理と同じ型）	—	25-04
証明書つきの上界	$S_*(2,12) \leq 0.6762\pi^2$・$S_*(3,12) \leq 0.9193\pi^2$・$S_*(4,8) \leq 0.9707\pi^2$（具体的な配位の作用の評価。上界の向きだけ。$N=4$ は冷却が収束していない値）	機（上界だけ。最小値そのものには付かない）	—	25-02 §05

開いている所。M に一様な逆向きの評価（希薄な気体の上界）と、$S_* = S_{\min}$ の一致です。草稿は前者を一つの正値性の補題に還元しています（27-03 問い「分数インスタントンの下界の逆向き」・問い「最小作用の一致」）。N を増やす向きは、帯の真ん中と同じ問題です。

07

論文と Lean の束 — 束の名・定理の数・保証の範囲

表 7 は、各論文の機械検査の部分を、束（Lean のファイルの組）の単位で並べたものです。どの束も、保証するのは仮定の並びから結論への有限和と実数の代数だけで、Haar 測度・経路の測度・区画の位相・θ が区画の偏りであること・転送行列の正値性は Lean の外です。束の置き場と名前の付け方は付録 A-04 に揃えます。

表 7　論文の Lean の束（定理の数は、片側の橋は公理の記録の行数、第 25・26 部の束はファイルの定理と補題の宣言の数）

論文	束（ファイル）	定理の数	中身	公理

論文	束（ファイル）	定理の数	中身	公理
片側の橋	EuclideanPath.GapBridge	17	時刻の区間の比の閉じた形・Poincaré の下界の抽象形・時刻に局所な族の和・橋の系・回転子	標準三公理の部分集合（公開の公理の記録、A-04 表 4c）
一リンク積分	LatticeGaugeOneLink（StarInequality・StapleCurve・OneLinkSeries・CompleteFamilyLattice・StaplePerturbation・WilsonOneLink）・PerfectFamily・PlaquetteCounting	—（論文の一覧 の公理の記録）	Wilson 作用から Φ の Hessian の下界までの鎖・完全な族の組合せ論	標準三公理の部分集合（公開の公理の記録）
渦の挿入の恒等式の論文	InsertionIdentity（名前空間 Insertion、5）・BoundedInsertion（名前空間 Bounded、5）・SecondMoment（2）・MultiCell（3）	15	挿入比の恒等式・tanh の形・位置の平均・二次モーメント・細胞の合成（「挿入で奇」は仮定）	標準三公理の部分集合（この本の側で公理を読み直す再検査を通った）
	FlipLemma（2）	2	反転の確率の評価と切断の式（25-06 の流れの補題）	
	Containers（2）	2	容器の積への因数分解と容器の評価（25-03）	
帯の還元の論文	FluxLemma（1）	1	$\theta \le 1 - \lvert a \rvert$ の形の流束の評価	
	FluxDuality（3）	3	電場の流束の分解・捩れた和の評価・偏りの範囲（$\theta \le 1$ には正値性を仮定）	
	Doubling（2）	2	倍化の反復 $t_{k+1} \le c^3 t_k^4 \Rightarrow c\,t_k \le (c\,t_0)^{4^k}$ と減衰	
	ReflPos（2）	2	鏡映正値性の核の代数（$A \ge 0$ の重みの上の Cauchy–Schwarz）	
分数インスタントンの格子の論文	ColumnChessboard（5）	5	柱の表示の符号つき・符号なしの和・積の展開・二項の評価・指数の評価	

第 25・26 部の束は合わせて 11 ファイル・32 の定理と補題です。ほかに、板の閉じ込めの定理と容器の補題（`SlabConfine`・`SlabAverage`・`FrameLemma`・`CommutingFlips` ほか）を含む別の束（150 の定理）があり、25-03・25-04 が引きます。こちらは論文の束ではなく、同じ再検査を通っています。束の名と置き場は、付録 A-04 の束の表に足すときに決めます。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
五本の論文の題・段階・頁数と、主定理の言明と条件（表 1〜表 6）	草稿の三本の証明の正しさ。本の札が 初 の行は本の章で確かめた証明に、仮 の行は草稿の言明に、それぞれ依る
各論文の機械検査の範囲（表 7）	Lean の束が論文の言明そのもの（測度・区画・極限）を検査したこと
どの論文も、存在と質量ギャップの問題の解決を主張していないこと	論文の外部の検査（どの論文も外部の数学者の検査を経ていない）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
片側の橋・一リンク積分の題・要旨・言明	本書	このサイトの論文の頁（論文の一覧）の PDF と LaTeX 源。定理の番号と Lean の宣言の対応は片側の橋の論文の対応表（§9）
草稿の三本の題・要旨・言明	本書	各草稿の LaTeX 源（渦の挿入の恒等式の論文：2026-10-13・3 頁、帯の還元の論文：2026-10-13・9 頁、分数インスタントンの格子の論文：2026-10-14・7 頁）。本の札は右の列の章の分類表
Lean の束の定理の数	本書	片側の橋は公開の公理の記録（17 行）。第 25・26 部の束は各ファイルの theorem と lemma の宣言を数えた（11 ファイル・32）
捩れの和のアンサンブル・容器の恒等式	典	G. Mack, V. B. Petkova, Ann. Phys. 123 (1979) 442; 125 (1980) 117（25-03 の出典表）
Wilson ループの上界（渦の自由エネルギーから）	典	E. T. Tomboulis, L. G. Yaffe, Commun. Math. Phys. 100 (1985) 313。T. Kanazawa, arXiv:0808.3442（26-01 の出典表）

この章で使った語 — 公開・草稿・主定理・札・束・捩れの和のアンサンブル・移り変わりの帯・横広げの不等式・分数インスタントン・容器。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：A-08 質量ギャップまでの地図。あわせて読むなら 目次。論文の言明が本のどの条件の行に掛かるかは 27-02 条件の台帳 にあります。

質量ギャップまでの地図 — 公開された構成を土台に

この章は未解決の地図です。公開された構成の読みは第 6〜13 部、本書の検討の定理は第 19〜22 部に在ります。

この章で分かること — 2026-11-10 に公開された四次元のヤン–ミルズ理論の存在の構成を土台に置いたとき、質量ギャップの証明までに何を保証しなければならないか。土台として引用するもの、紫外の側に残る継ぎ目、赤外の側（移り変わりの帯）に残るもの、本書の検討が閉じた定理の位置を、三つの表に並べます。

前提となる章 — 6-04 示されていないこと・16-03 公開された構成の赤外の端・16-04 この本の位置。札の読み方は 6-00。

先に言うこと — 公開された構成の定理の水準は「Lean で証明されている、と委員会が評価した」です。本書が読んだのは定義と言明の形までで、委員会も証明をまだ完全には理解しているとは言わない、と書いています[評]。「いま」の欄は、本書が源と評価書を読んだ範囲で書いています。この地図は道標であって、進み具合の目盛りではありません。本書はヤン–ミルズの存在と質量ギャップの問題の解決を主張しません。

札：[源] ＝公開された構成の源を読んだ／[推] ＝本書の推し量り／[評] ＝委員会の評価書による。本全体の札（[典] ・[Lean] ・[計算] など）はこれまでと同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。

この章の順序

1. この章の役割
2. 示すべきこと — 一行と、問いの形
3. 土台 — 公開された構成から引用するもの（表 1）
4. 紫外の側の残り — 継ぎ目（表 2）
5. 赤外の側 — 移り変わりの帯（表 3）
6. 表のほかに要る保証

7. 本書の検討が閉じた定理の位置
8. 言えないこと

01

この章の役割

四次元のヤン–ミルズ理論の存在は、2026-11-10 に公開された構成（Lean のコードと委員会の評価書）で、Lean で証明されている、と委員会が評価しました（第 6 部）。質量ギャップは示されていません（6-04・16-02）。

この章は、その構成を土台に置いて、質量ギャップの証明までに保証しなければならないことを並べ直します。読み方は次のとおりです。

1. §02 で、示すべきことを一行で書きます。
2. §03 の表 1 で、土台として公開された構成から引用するものを並べます。
3. §04 の表 2 が紫外の側、§05 の表 3 が赤外の側に残るものです。紫外の側は「継ぎ目」、赤外の側は「芯」です。
4. §07 で、本書の検討が閉じた定理が、この地図のどこに在るかを書きます。

02

示すべきこと

一行 — 繰り込んだ格子の観測量の相関が、物理の単位で、切断と体積に一様に、指数の速さで減ること。

減衰が要るのは、Osterwalder–Schrader の空間で稠密な族（全ての次数の場の語）の全てです。前の定数は観測量に依ってよく、率は一様でなければなりません。これが出れば、極限の理論の質量ギャップと、その理論の零エネルギーの空間が一次元であること（真空の一意性）は、既知の一般論で従います[典]。無限体積の極限の一意性は、ここからは従いません。公開された構成に在るのは、相に一様な多項式の速さの評価までです[源]（12-08）。

問いの形 — 公開された構成は、一番粗い段（間隔 1 の格子）の結合を基準の値 $\bar{\beta}$ に止めたまま、連続極限を取ります（16-03）。そのため一つの構成について言うなら、残る問いの主部は「間隔 1 の段の有効な理論が、長い距離で指数の減衰を持つか」という格子の上の問いに寄せられる見込みです[推]。ただし、そう言い直すには表 2 の上の三つが要ります。

- 間隔 1 の段の理論は Wilson の作用ではなく、表示つきの有効な作用の理論で、基準の結合はその係数です。表示は一意ではありません源 （10-01）。
- 「長い距離」は、一ループの外挿で、間隔 1 の単位で $e^{\bar{\beta}/s}$ の程度です（s は一ループの傾き）推 。
- 基準の結合に課された条件の一つ（全ての $x \geq \bar{\beta}$ で $x^{-1/2} e^{(\log\log x)^2} \leq 1$）だけから、$\bar{\beta} \geq e^{13.7} \approx 9 \times 10^5$ が要ります計算 。SU(2) の標準の規約では $g^2 \leq 4.5 \times 10^{-6}$ ほどです（8-01 の換算）。だから上の距離は $e^{2.4 \times 10^6}$ 以上の、天文学的な長さです。

残る問いは、弱結合の格子ゲージ理論の質量ギャップという、古くから開いている問いと同程度か、それ以上の難しさです推 。

03

土台 — 公開された構成から引用するもの

項目	公開された構成の形	注意
有限の周期の箱での連続極限	四次元の Wilson の格子、任意のコンパクト単純群。切断については間隔の列の全体で収束源 （8-05・11-10）	立方の箱・周期の境界条件だけ
無限体積・相の分解・再構成	体積は部分列。相ごとに Wightman の公理評 （12-05・12-07・12-08）	極限の収束と一意性は無い
弱結合の側での結合の動き	段ごとの結合が、「基準の値 ＋ 一ループの傾き × 尺度の比の対数」の半分から二倍の間に在る（表示の中の係数として）源 （10-05・11-00）	測度で決まる量ではない（有効な作用の係数）。働くのは、係数が一段の評価の入口の値より大きい所だけ。一段の評価は、辺が大きい奇数のブロックについて
全ての群	存在は、任意のコンパクト単純群評	—

表 1　土台。公開された構成の定理の水準は「Lean で証明されている、と委員会が評価した」です。

04

紫外の側の残り — 継ぎ目

紫外の制御は、存在としては土台に入りました。残るのは、紫外の結果を赤外の議論が使える形にする継ぎ目です。

保証すること	いま	質量ギャップに要るか
間隔 1 の段の理論を、対象として定める（切断を外した極限、同じ形の表示、段の間の整合）	表示の材料と密度が、切断について収束することは言明に在る 源 。極限の対象と、その表示は言明に無い（11-10・16-03）	要る
体積に一様な、局所の評価	一段の帳簿は体積に依らない形。密度の水準の評価は体積の指数を含み、局所の観測量について体積に一様な評価は、読んだ範囲に無い 源	要る
観測量の橋（連続の相関 ＝ 間隔 1 の段での、観測量の像の期待値）	細かい段での読み出しと、真の相関の差の評価は在る。間隔 1 の段での像と等式は無い 源	要る
測度で決まる量との読み替え（表示の係数としての結合 ↔ 渦の比・板の張力・粗い Wilson ループ）	無い	本書の道では要る
捩れた境界条件と、細長い箱	無い（周期の立方の箱だけ）	本書の空間の方向の道（小さな捩れた箱から太らせる、第 25〜27 部）では要る。その道の条件は小さな捩れた箱の上の紫外の制御に依っていたので、ここが最初の問いになる
鏡映正値性の持ち方	元の Wilson の測度にだけ在る 源 （12-01）。繰り込んだ段の測度には言われていない	道による（減衰を元の格子の相関で言うなら要らない）
無限体積の極限の一意性、間隔の列や基準の値に依らないこと	無い	一つの理論の質量ギャップには要らない。一様な指数の減衰が出れば、その極限はクラスター性を持つ 推
土台の理解と、独立の検証	本書が読んだのは定義と言明の形まで。委員会も「まだ完全には理解していない」と書いている 評	土台の確かさ

表 2　紫外の側の残り。上の三つが本流、四つ目と五つ目が本書の道のためのものです。

05

赤外の側 — 移り変わりの帯

強結合の端（質量ギャップが示しやすい側）と弱結合の端（連続極限を取る側）の間の、移り変わりの帯が芯です（26-00）。

保証すること	いま
帯の両端を決める	強い側は、本書の Lean の窓：無限体積の極限と質量ギャップは $\lvert\beta\rvert < 1/19$、面積則は有限の箱で $\beta < 1.1 \times 10^{-3}$、無限体積で $\beta < 1.2 \times 10^{-4}$ Lean （20-03・20-06）。弱い側は、公開された構成の一段の評価が要求する、有効な作用の係数の下限（Wilson の作用の β ではない）。入口の値は「十分大きければ成り立つ」という存在の形で、源に式も数も無い 源 。基準の結合の条件の一つだけから、少なくとも 9×10^5 計算 。両端が別の量・別の作用の類で言われているので、同じ量で言い直すことも要る
帯の芯 ― 尺度を跨いで保たれ、U(1) と区別でき、強い側で減衰を与える量	無い。本書の形は、板の張力の倍化の不等式（還元は Lean、横広げの不等式そのものは開いている。26-02）。別の形は、有限の箱の混合の条件（時間の方向の道、26-07）
強結合の端を、有効な作用の類へ広げる	Wilson の作用では Lean に在る（無限体積・質量ギャップ・面積則・渦の床）。有効な作用の類では無い。窓が狭い
減衰を、元の観測量へ戻す	無い
張力（面積則）から質量ギャップへ	一般の含意としては偽。何を足せばよいかの言明が未定
減衰からスペクトルへ	一般論は既知 典 。強結合の格子では Lean に在る（20-04）。公開された構成の再構成の枠の中では無い
中心の無い群	渦の道具が使えない。全ての群の質量ギャップには、別の道具が要る

表 3　赤外の側。

読み方を書きます。

- 公開された構成は、帯の中には手がかりを与えません。全ての段を弱結合のまま運び、間隔 1 で止まるからです 推 （16-03）。
- 弱い側の端には、「細かい段ほど結合が弱い」ことの、摂動に依らない入力が在ります（有効な作用の係数として。非可換性を使う入力です） 源 。ただしこれが働くのは、係数が 9×10^5 以上の、ごく弱い結合の端だけです。
- 帯の議論に欠けていた「U(1) と区別する入力」は、真ん中の区画（U(1) が転移する $\beta \approx 1$ のあたり）で要るもので、上の入力はこれには当たりません 推 。
- 上の入力を本書の倍化の不等式に使うには、四つが要ります 推 ：(i) 表示の係数と、捩れた分配関数の比・板の張力との関係、(ii) 有効な作用と Wilson の作用の比べ、(iii) 辺 2・3 の一段への移し、(iv) 捩れた境界条件での構成。
- 閉じ込めではなく質量ギャップに届くには、表 3 の「張力から質量ギャップへ」の行が要ります。張力の道だけでは足りません。
- 帯について本書の検討が試した発想（生きている・壊れた・判定できない）の地図は 16-11、帯の議論を試す七つの相手は 26-12 に在ります。

06

表のほかに要る保証

表 1〜3 の行のほかに、証明が書き下されるときに要る保証を挙げます推。

1. 全ての次数の場の語について、率が一様な減衰（前の定数は観測量に依ってよい）。
2. 体積の順序：箱の辺が相関長より十分大きい所での一様性。捩れた境界条件の道では、細長い箱の極限の順序も。
3. 状態の同定：減衰を捩れた境界条件や純粋な相で出すなら、その状態から作る理論が公理を満たし、公開された構成の理論と同じであること。混ざった状態の減衰が要る所で、純粋な相ごとの減衰では足りない場合があります（低温の Ising 模型が例です）。
4. Lorentz 共変：ハミルトニアンの隙間を質量の隙間に変えるのに使います。公開された構成では、成分の理論に在ります評。
5. SU(N) 一般：本書の Lean の定理は SU(2) だけです。

07

本書の検討が閉じた定理の位置

本書の検討の Lean の定理は、どれも格子間隔を固定した言明で、既知の型の結果の形式化ですLean（一覧は 16-04 の表 1）。この地図の上では、次の所に在ります。

- **強結合の端**：相関の指数的な減衰、無限体積の極限とクラスター性、再構成の器の質量ギャップ（格子の単位）、Wilson ループの面積則、渦の自由エネルギーの上界（20-02〜20-06）。表 3 の一行目の強い側の端です。渦の自由エネルギーの上界の、面積あたりの率は横の大きさに依りませんが、これは強結合の窓の中だけで、前の因子（横の面積）は残ります。
- **どの結合でも**：鏡映正値性、薄い渦の床・太い渦の床、Polyakov ループの対、渦の比の連続と極限と合わせ（第 21 部）。どれも横の大きさに一様ではありません。
- **弱結合の側**：一つの尺度での大きい面の稀さ（22-01）。繰り込んだあとの尺度については何も言いません。
- **本書の設計に固有のもの**：切断に依らない決まったブロック写像（段の間の整合が押し出しの等式で書ける）、押し出した測度の鏡映正値性、測度で決まる量（渦の比・粗い面の平均）による合わせ（14-06）。合わせは、まだ設計の選びの段階です。

帯について本書の検討が持っているのは、条件つきの含意と前提の一覧です（27-01・28-04）。前提を満たすことは示していません。本書の検討が組んだ、小さな箱の弱い紫外の存在

についての条件つきの含意（2026-10-30）が目指した問いには、公開された構成の定理がより強い形で答えました推。その含意の前提は本書の設計についての言明で、公開された構成の結果からは従いません。

次の一手の候補は三つです推。(1) 捩れた分配関数の比が、公開された構成の表示からどう出るかを読む。(2) 一段の評価の入口の値を読む（帯の弱い側の端）。(3) 強結合の端の窓を広げ、有効な作用の類へ広げる。

08

言えないこと

1. 表の行が全て埋まっても、それで問題の解決になるとは言いません。表は、本書が読んだ範囲で見えている保証の一覧で、全てを尽くしているとは言いません。
2. 行の数を数えて「あと何割」と読むことはできません。
3. 「いま」の欄は、公開された構成の定義と言明の形を読んだ範囲のものです。証明の中身が正しいことは、本書は確かめていません。
4. 本書の強結合の結果（無限体積の極限・質量ギャップ・面積則・渦の床）は、残る問いとは反対の端（強結合・格子間隔は固定）の言明です。

主張しないことの横断の一覧は 27-04、公開された構成が示していないことは 6-04 に在ります。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 表 1〜3 の「いま」の欄は、公開された構成の源と評価書を、第 6〜13 部が読んだ範囲で書いた	源の証明の中身が正しいこと。読んでいない所に在るかもしれない言明
計算 基準の結合の下限 9×10^5 は、条件の一つだけから出した下界	一段の評価の入口の本当の値（源には存在しない）
推 残る問いの主部が、間隔 1 の段の有効な理論の長い距離の問いに寄せられる見込み	そう言い直せること（表 2 の上の三つが要る）。難しさの比べ
Lean §07 の本書の定理の範囲（格子間隔を固定）	それらが帯を渡ること。この章は新たな結果を足さない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
公開されたコード	源	yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028（Apache-2.0、2026-10-28 提出、版 3456e5e）。在りかは第 8〜13 部の各章
評価書	評	yang-mills-group/YM の docs/assessment-1.pdf（2026-11-10、版 55ba9fc）
委員会の声明	典	Kavli Institute for Theoretical Physics の頁の第三の声明（2026-11-09）。署名：Michael R. Douglas、David J. Gross（委員長）、Arthur Jaffe、Igor R. Klebanov、Nikita Nekrasov
基準の結合の条件	源・計算	源の `Bar.threshold`（`YM/Price/Intent.lean`）。$(\log\log x)^2 \le \frac{1}{2}\log x$ が全ての $x \ge \bar{\beta}$ で成り立つ最小の $\log \bar{\beta}$ を浮動小数で求めた（約 13.71）
本書の定理の範囲	Lean	16-04 の表 1、A-04 の表 4g
問題文	典	A. Jaffe, E. Witten, Quantum Yang–Mills Theory, Clay Mathematics Institute (2000)。読み方は 0-03

次に読む章：目次。