第二巻　存在 — 公開された構成を読む

第 6 部 何が証明されたか

Kiichi, Shiori and Rin · 2026-11-14 の版 · https://computoergosum.com/principia/yang-mills/

> この PDF は Web 版の各章をそのまま刷ったものです。動かせる図は刷った時点の姿で止まっています。章の間のリンクは Web 版へ飛びます。最新の内容は Web 版に在ります。

章		頁
6-00	入口 — この巻の約束	2
6-01	問題文の四つの要求と、公開された構成	10
6-02	言明を読む — 公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標	17
6-03	証明の骨組み（一枚の図）	27
6-04	示されていないこと — 第三巻への橋	38

入口 — この巻の約束

この章は案内です。

この章で分かること — 第二巻が何を読むのか（公開された Lean のコードと、委員会の評価書）。出典の書き方。第二巻の札 源 推 評 の意味と、第一巻・第三巻の札との関係。「Lean で証明されている、と委員会が評価した」という確かさの水準と、この本が自分で確かめた範囲の線引き。部ごとに、どこまで読めたか。

前提となる章 — 0-03 問題文を一語ずつ読む、4-09 場の量子論の公理、4-10 Osterwalder–Schrader の公理と再構成。構成の歴史の背景は 7-07 四次元。

先に言うこと — この本は公開された Lean のコードを組み立ても実行もしていません。証明が正しいかどうかは、委員会の評価の水準のまま引きます。この本が自分で確かめたのは、定義と言明の形を源で読んだことまでです。公開された構成は質量ギャップを示していません（6-04）。

この章の順序

1. この巻が読むもの — 二つの一次資料と、委員会
2. 確かさの水準 — 三つの水準と、この本がしていないこと
3. 札の凡例 — 源 推 評 と、第一巻・第三巻の札との関係
4. 引用の仕方 — 在りかの書き方、写さないこと、名前
5. どの目標に入っている言明か — 五つの区別と「使われている」の意味
6. 読めた深さ — 部ごとに、読んだ所と読めていない所
7. 第二巻の章の形と、この部の章 — 四段の形と、第 6 部の五章

01

この巻が読むもの

2026 年 11 月 10 日に、四次元の純粋なヤン–ミルズ理論の存在の構成を Lean 4 で書いたコードと、それを検査した委員会の評価書が公開されました[評]。第二巻は、この二つを一次資料として読みます。

資料	中身	版
コード `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）	OpenAI が 2026-10-28 に提出した Lean 4 の源。9,477 本のファイル、約 99 万行[源]	3456e5e
評価書 `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`	委員会の評価（35 頁、2026-11-10）。第 I 部は構成の結果と問題文との比べ、第 II 部は検査の記録	55ba9fc
委員会の声明	Kavli Institute for Theoretical Physics の頁の第三の声明（2026-11-09）。署名は Michael R. Douglas、David J. Gross（委員長）、Arthur Jaffe、Igor R. Klebanov、Nikita Nekrasov	—

評価書の本文には委員の名はありません。名は声明の署名によります。評価書の冒頭の判定は次のとおりです[評]。提出されたコードは、四次元の Wilson 格子ゲージ理論の尺度の極限として、Wightman の公理を満たす相対論的な場の量子論が作れることを、任意の単純なコンパクト群について証明している。無限体積の極限が一意であることと、質量ギャップが在ることは証明していない。

評価書は、次のことも自分で書いています。

- 評価に使ったのは Lean の源だけで、別に在る紙の証明の原稿は使っていない[評]。
- Lean のコードを読む助けに、OpenAI のモデル Astra を使った[評]。
- 委員会は、証明をまだ完全には理解しているとは言わない（"We do not claim to fully understand the proof yet."）[評]。

この本は、委員会のこの位置をそのまま引き継ぎます。第二巻が「何が証明されたか」と書くとき、それは「委員会がそう評価した」の意味です。

02

確かさの水準

第二巻の言明は、次の三つの水準のどれかに在ります。上の二つは委員会の側、三つ目がこの本の側です。

水準	中身	誰が確かめたか	この水準が保証しないこと
Lean の核が受け入れた	組み直し、公理の点検、核での再検査、Comparator による言明と定義の照合が通った（評価書 §9.1・§9.2）	委員会[評]	定義が問題の意図を表していること
言明が問題の意図を表している	定義の人の目の読み（評価書は「広く、ただし網羅的ではない」と書く）と、独立に書かれた公理との照合（§9.3・§10・§11）	委員会[評]	証明を人が完全に理解したこと
言明と定義の形を読んだ	源のファイルを開き、宣言の名・行・量化の順・仮定を読んだ	この本[源]	証明の中身が正しいこと

この本が**していないこと**を、ここで一度だけはっきり書きます。

- 公開された Lean のコードを組み立てていません。実行もしていません。
- 核での再検査や Comparator を、自分の端末で繰り返していません。
- 証明の中身（タクティクの列や補題の証明）は、一部の筋を読んだだけです。どこを読めていないかは各章の末尾の節に書きます。

したがって、第二巻は公開された構成の結果を全て「Lean で証明されている、と委員会が評価した」の水準で書きます。この本が言えるのは、その言明が源にその形で書いてある、というところまでです。

03

札の凡例

第二巻に固有の札は、次の三つです。一つの文に札は一つです。

札	意味	添えるもの	保証しないこと
[源]	公開された構成の源（定義・言明の字句）か、評価の側の源（委員会の検査のコードと例）を読んだ	ファイルの相対パス・宣言の名・行	証明が正しいこと
[推]	本書の推し量り（名前・説明文・証明の筋から）	何から推したか	源にそう書いてあること
[評]	委員会の評価書による	評価書の節	この本が確かめたこと

但し書きの要る[源]は「[源]（名前の検索の範囲）」のように括弧で添えます。「源に無い」と書くときは、探した語と範囲を添えます。

第一巻（第 0〜5 部）・第三巻（第 16〜28 部）の札との関係を書いておきます。

- 第二巻の本文でも、本全体の札を、それぞれの巻と同じ意味で使います。第三巻の札[初] [典] [機] [読] [仮] と[Lean]、第 7 部と第 15 部の一部では第一巻の札（[Lean]・[紙]・[計算]・

既知 ・物理 ）です。札の意味は 0-01 の「札」にあります。

- 典 は、文献で確かめた既知の結果（Osterwalder–Schrader の再構成、Arzelà–Ascoli の定理の類）にだけ使います。公開された構成の定理と定義について書く文は源 、「証明されている」という水準に触れる文は評 です。一つの文に典 と源 を並べて付けません。
- 読 は「数値の読み・観察」（浮動小数・Monte Carlo・当てはめ）の意味だけで、源を読んだことは源 で表します。
- 出典の表の「種別」の欄では、問題文や声明のような書誌を「典」と書きます。
- 第二巻の「本書の検討で見えていたこと」の節で本書の Lean の定理を引くときは、第三巻と同じ書き方にします（定理の名と範囲を同じ行に）。

04

引用の仕方

出典は二種類です。

- **コード**：ファイルの相対パス・宣言の名・行。例：`ChallengeSpec.lean` の `JointExistence`（186 行）。パスは断りがなければリポジトリ `OpenAI-YM-20261028` の根からの相対です。委員会の検査のコードは、リポジトリ `YM` の `submissions/openai-20261028/` からの相対で書きます。
- **評価書**：節の番号。例：評価書 §5。付録の用語集は「評価書 付録 A」。

公開された構成の文とコードは、長く写しません。数学として自分の言葉で書きます。Lean の言明をそのまま示すのは、形そのものが大事な所だけで、数行までです（6-02 の公開の定理など）。

名前の決まりは次のとおりです。

- 公開された構成の対象は、**意味の名前**で呼びます（確率の核、予測子、切った作用、強制された活動、帰納の仮定 など）。識別子は出典として等幅で添えます。
- コードの置き場や宣言には、数学の中身と結びつかない名前が多く在ります。評価書も、名前の付け方が慣例から外れていると書いています（§9.1）評 。そうした名前は在りかとしてだけ書き、地の文の名前にはしません。
- 行の番号は、上の版のものです。

05

どの目標に入っている言明か

公開されたコードには、強さの違う「主定理」が幾つか在ります。どの言明がどれに入っているかで、引いてよい強さが変わります。第二巻は、次の五つを区別して書きます。

区別	中身	在りか
公開の定理	公開された問いの形の言明。仮定は「群の Lie 環が単純」だけ	`ChallengeSpec.lean` の `JointExistence`、証明は `Solution.lean` の `jointExistence`
構成の定理	公開の定理を射影として含む、強い言明	`Construction.lean` の `constructed`
委員会の結合の目標	構成の定理の上に、委員会が独立の検査を一つの族の上で束ねた言明	`YM` の `submissions/openai-20261028/checks/CombinedAcceptance.lean` の `combined_acceptance`
見出しの定理のどれかから届く	検証の記録が挙げる 17 の見出しの定理の、どれかの依存に入る（表の status は、見出しそのものが headline、依存が used）	`verification/joint-headlines.txt`・`declaration-usage.tsv`
依存の外	17 の見出しのどれからも届かない	同じ表で status が outside

一つ注意が要ります。検証の記録の表 `verification/declaration-usage.tsv` の status は三つの値を取ります：headline（17 の見出しそのもの）・used（100,151）・outside（150,151）源。「使われている（used）」とは、17 の見出しの定理の**どれか**から届く、という意味です（`verification/Usage.lean` 17〜40 行）源。17 の中には、公開の定理と構成の定理のほかに、別の主題の見出しも入っています源。だから「used」は「公開の定理が使う」とは限りません。

第二巻で「主定理の証明に使われている」と書くのは、公開の定理か構成の定理まで、依存の鎖を一つずつ確かめた宣言だけです。確かめていないものは「確かめていない」と書きます。例として、短距離の実効の結合（評価書 §7.4 の定理 7.2）を挙げます。評価書は Lean の在りかを名指ししておらず、源には近い形のものが三つ在ります源。

- `YM.PertExtension.Running.ratio`（`YM/PertExtension/Running.lean:145`）：比の形の言明で、status は outside（依存の外）。
- `YM.Trace.Pilot.wilson_link`（`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`）：status は used。最初の見出しは `continuum_with_position_tests`、直接の使い手は `crest_ready` で、跡の解析の途中の段として使われる。定理 7.2 の言明に字句が近いのはこちらです推。結論は公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標のどの結論にも残りません源。
- `YM.Pert.Asymptotics.comparison`（`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`）：見出しの定理そのもの（headline）。切断つきの段 i の結合 $\beta(N_i, k_i, i)^{-1/2}$ の走りで、g_W とは別の量

です。

詳しくは 6-02 と 13-03 で扱います。

06

読めた深さ

部ごとに、源で読んだ範囲と、読めていない主な所を並べます。各章の末尾の「読めていない所」の節が、これを細かくしたものです。

部	読んだ所 源	読めていない主な所
第 6 部 何が証明されたか	公開の定理の全文、構成の定理の言明、主定理の鎖、委員会の結合の目標の言明、検証の記録の要約	委員会の独立の検査の各ファイルの証明
第 8 部 格子から連続へ ― 対象	Wilson の族・相関・極限の順の定義、場の札と商の定義	繰り込みの輸送の逆の中身（恒等の場との混ざり方）
第 9 部 繰り込みの一段	確率の核、パッチと重み、予測子、ゲージ固定の分かれ目、対称性の言明	対称なゲージ固定を作る平均の、証明の細部
第 10 部 結合の合わせと漸近自由	暦、射撃の帯、一段の結合の差の言明	暦の条件を満たす定数の陽な形
第 11 部 多段の評価と大きい場	帰納の仮定・一段の証書の形、大きい場の区画と種の定義、一段の不等式の言明	一段の定理の証明の芯、一段のあとの活動の組み直し、Haar の損失の補題
第 12 部 無限体積と再構成	鏡映正値性、チェス盤の不等式、紫外からの入力、Arzelà–Ascoli の取り出し、相の分解、再構成の言明	転送作用素の評価の本体、相の環が可換であることの証明の筋
第 13 部 ヤン–ミルズである証拠	応力テンソル・Ward の恒等式・跡の法則・演算子積展開の言明	跡についての強い形の幾つかの欄の中身、第二の結合の在りか

全体として、この本が読めたのは「何がどこにどの形で言明されているか」と「どの順に組まれているか」までです。コードの約 7 割を占める多段の評価（第 11 部）は、言明の形と幾つかの補題の筋までしか読めていません 推 。

07

第二巻の章の形と、この部の章

第 8〜13 部の章は、次の四つの節をこの順に持ちます。

1. **言明** ― 公開された構成が、その主題について何を定義し何を言明しているか。出典つき。

2. **仕組みの骨子** — どういう順で、何を使って組まれているか。式を使って。
3. **本書の検討で見えていたこと** — 本書の研究と Lean が、その主題についてどこまで持っていたか。無ければ「無い」。
4. **読めていない所** — 読めていない所と確かめていない所を、在りかつきで。

章の終わりには、第一巻・第三巻と同じく「この章が言えている範囲」と「出典と再現」の表を置きます。第 14 部は比べの部で、第 15 部は本書の紫外の試みの記録です。

この部（第 6 部）は入口と総覧の部です。四段の形にそのままは従いませんが、各章に「本書の検討で見えていたこと」と「読めていない所」の節は置きます。

章	一行
6-01 問題文の四つの要求と、公開された構成	公理・局所場・短距離・質量ギャップの四つのうち、何が届き何が届いていないか。
6-02 言明を読む	公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標の言っている範囲の違い。誰が何を選ぶか。検証の記録が確かめたこと。
6-03 証明の骨組み	暦から証拠までの十の段を一枚の図と表で。各段を扱う第二巻の章の案内と、コードの層ごとの大きさ。
6-04 示されていないこと	収束と一意性・確率測度・質量ギャップ・Wilson ループ・一粒子の状態など。第三巻への橋。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
評 委員会は、提出されたコードが Wightman の公理を満たす理論の構成を証明していると判定した（評価書 冒頭）	委員会自身が証明を完全に理解しているとは言っていない。一意性と質量ギャップは示されていない
源 第二巻が引く言明は、源のその在りかにその形で書いてある	証明の中身の正しさ（この本は組み立ても実行もしていない）
凡例（札・水準・引用・目標の区別）	—（約束であって、数学の言明ではない）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
公開されたコード	源	yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028（Apache-2.0、2026-10-28 提出、版 3456e5e）。ファイルの数と行の数はこの端末で数えた
評価書	評	yang-mills-group/YM の docs/assessment-1.pdf（2026-11-10、35 頁、版 55ba9fc）。冒頭・§9・§12。委員の名は本文に無い

もの	種別	出典・道具
委員会の声明	典	Kavli Institute for Theoretical Physics の頁の第三の声明（2026-11-09）。署名：Michael R. Douglas、David J. Gross（委員長）、Arthur Jaffe、Igor R. Klebanov、Nikita Nekrasov
「used」の意味と status の三値	源	`verification/Usage.lean` 17〜40 行、`verification/joint-headlines.txt`（17 行）、`verification/declaration-usage.tsv`
短距離の実効の結合の三つの在りか	源	`YM/PertExtension/Running.lean:145`、`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`、`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`
問題文	典	Jaffe–Witten の問題文。読み方は 0-03

この章で使った語 — 評価書・委員会の結合の目標・公開の定理・構成の定理・見出しの定理・依存の外・Comparator・核での再検査。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：6-01 問題文の四つの要求と、公開された構成 — 問題文が求める四つと、公開された構成が届いた所を一つの表に並べます。

問題文の四つの要求と、公開された構成

この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§05 は本書の検討です。

この章で分かること — 評価書が問題文から取り出した四つの要求。公開された構成が、それぞれの要求にどこまで届いているか（届いている所・届いていない所・Lean の在りか・評価書の節）。委員会が採った「存在」の基準と、委員会自身が書いている留保。本書の第三巻の結果がこの四つのどこに在るか。

前提となる章 — 6-00 入口（札と確かさの水準）、0-03 問題文を一語ずつ読む、4-09 場の量子論の公理、4-06 漸近自由。

先に言うこと — 四つの要求の言い方は評価書 §1 のまとめで、問題文の原文そのものではありません。公開された構成は、四つ目の質量ギャップについて何も主張していません。この章の「届いている」は、全て「Lean で証明されている、と委員会が評価した」の水準です。

この章の順序

1. 問題文の四つの要求 — 評価書 §1 のまとめ
2. 公開された構成が与えるもの — 評価書の冒頭の判定と §2
3. 四つの要求ごとの対照 — 届いている所・届いていない所・在りか（表 1）
4. 委員会の「存在」の基準と留保 — 部分列、真空、理解の程度
5. 本書の検討で見えていたこと — 本書の結果が四つのどこに在るか（表 2）
6. 読めていない所 — 原文との照合、在りかの分からない言明

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。

01

問題文の四つの要求

導入は 0-03。評価書 §1 は、Jaffe–Witten の問題文が構成されたヤン–ミルズ理論に求めるものを、次の四つにまとめています[評]。

1. **公理を満たす自明でない理論**。正値性・時空の対称性・局所性・正則性・真空の表現が、Wightman か Osterwalder–Schrader（OS）の枠組みの強さで成り立ち、本物の局所的な観測量を持つこと。
2. **ヤン–ミルズの局所場**。作用素の空間が、曲率 F とその共変微分のゲージ不変な多項式に対応すること。
3. **予言された短距離の振る舞い**。漸近自由と摂動の繰り込みの理論、応力テンソル、予言された特異性を持つ演算子積展開。
4. **正の質量ギャップ**。非負のハミルトニアン H について、ある $\Delta > 0$ で次が成り立つこと。

$$\sigma(H) \subset \{0\} \cup [\Delta, \infty). \tag{1}$$

評価書は、四つ目について「そのような隙間の上限が有限であること」も添えています[評]。(1) の Δ が質量ギャップです。零エネルギーの空間に直交する状態のエネルギーが Δ 以上離れている、という意味です。零エネルギーの空間が真空の倍だけであること（真空の一意性）は、(1) とは別の公理です。Euclid の言葉では、相関の指数的な減衰に当たります（4-10）。

02

公開された構成が与えるもの

評価書の冒頭の判定を、もう一度書きます[評]。提出された Lean のコードは、四次元の Wilson 格子ゲージ理論の尺度の極限として、Wightman の公理を満たす相対論的な場の量子論が作れることを、任意の単純なコンパクト群について証明している。無限体積の極限が一意であることと、質量ギャップが在ることは証明していない。

評価書 §2 は、構成が与えるものを四つに分けています[評]。

- Wilson の格子ゲージ理論から出発し、曲率の多項式に繰り込んだ格子の観測量を対応させ、その相関が Euclid の場の理論を定める極限に収束することを示す。そこから OS の再構成で、構成自身の版の Wightman の公理を満たす理論を作る。自明でないことも示す。
- 曲率の多項式に当たる繰り込んだ局所作用素を定義する。保存する応力テンソルを含む。短距離の検査が幾つか在る。

- 誤差の上界つきの演算子積展開を与える。ただし摂動展開の予言との一致は示さない。漸近自由に要る結合の尺度の振る舞いを与える。応力テンソルの跡を定義し、その性質を示す。
- **質量ギャップについては、肯定も否定も、何の証拠も与えない。**

この四つは、§01 の四つの要求とほぼ一つずつ対応します。次の節で、要求ごとに源の在りかを並べます。

03

四つの要求ごとの対照

評価書の冒頭の判定が「証明している」とするのは、要求 1 に当たる Wightman の公理を満たす理論の構成です[評]。§7 は、個々の短距離の結果（跡の短距離の法則、実効の結合、二つの結合の比、自由な Maxwell 場との比べ）を、提出物が証明する定理として述べています（"The submission proves that …"、§7.2・§7.4）[評]。そのうえで評価書は、それらを合わせて「主な項の水準の、相当な短距離の証拠」とし、格子の出自・局所場・応力テンソル・演算子積展開と合わせて、構成がヤン–ミルズを記述することの相当な証拠と書きます（§7.4 の末、冒頭）[評]。要求 2・3 については、評価書は局所作用素の定義と「幾つかの短距離の確かめ」を挙げ、それらを合わせて「ヤン–ミルズであることの相当な証拠」と書き、摂動論との全次数の一致は証明されていないとしています（§2・§7・§9.4）[評]。表 1 の 2・3 行目はこの書き方で読んでください。表 1 の「在りか」は、公開の定理の言明の中の欄です（`ChallengeSpec.lean`）。公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標の違いは 6-02 で扱います。

表 1　問題文の四つの要求と、公開された構成（札は行の中の主張ごと）

要求	構成が与えるもの	届いていない所	在りか・評価書
1 公理と自明でないこと	[評] 無限体積の理論を相に分解し、各成分（相）が群がりを含む OS の公理の変種を満たす。各成分から Wightman の理論を再構成する。選んだ相で跡の二点関数が 0 でない	[評] 体積の極限は部分列で、一意性は示されていない。分解する前の理論の真空の一意性は示されていない。[評] 委員会が独立に書かれた OS の公理と照合したのは、選んだ相の跡のスカラーの階層だけ（§10.1）	`Hierarchy.Reconstructed`（117 行）、`Properties.reconstruction`・`nonfree`（177〜181 行）。評価書 §5・§6・§10

要求	構成が与えるもの	届いていない所	在りか・評価書
2 ヤン–ミルズの局所場	評 重み d 以下のゲージ不変な曲率の多項式の空間 V_d を札として持ち、点の離れた相関が全て消える部分 N_d で割った $F_d = V_d/N_d$ を場の空間とする。評 F_d は自由な Maxwell 理論の多項式の空間と線形同型	源 公開の言明では札の型 `Token` は抽象の型で、曲率の多項式という意味は書かれていない（構成の定理の `C.Makes` の側に在る）。源 線形同型は相関の一致ではない、と委員会の検査の例が書く（同じファイルの 84〜86 行）。源 札は一点での多項式で、線の欠陥（line defects）のような局所でない観測量についての完全性は示さない、と委員会の検査の例が書く（`submissions/openai-20261028/docs/examples/OperatorContent-20261028.lean` 35〜38 行）	`Hierarchy.Field`（28 行）、`PublicWilson.lean` の `Token`（44 行）。評価書 §3・§4.1・§9.4
3 短距離の振る舞い	源 裸の結合が $\beta_{N,p}/\log(1/a_N)$ で正の傾きに近づく（体積に一様）。評 応力テンソルは保存する対称テンソルの一次元の空間の上の一点で、Ward の恒等式で正規化される。評 跡の二点関数の短距離の法則 (2)。評 誤差の上界つきの演算子積展開。評 一つの尺度の列に沿って、応力の相関が自由な Maxwell 場の相関に近づく	評 摂動論との全ての次数の一致は示されていない。評 演算子積展開の係数を摂動の係数と比べていない。源 公開の言明では、跡の欄は F_4 の任意の元で、応力の跡であることは書かれていない。源 短距離の実効の結合（評価書 §7.4）に近い形の宣言は三つ在り、どれも三つの目標の結論に残らない：`Running.ratio` は依存の外、`wilson_link` は依存の中の途中の段（字句が定理 7.2 に近い 推）、見出しの `Asymptotics.comparison` は切断つきの段の結合で g_W とは別の量（6-00 §05）	`WilsonRegularity.running`（13〜14 行）、`TraceTest`（168〜175 行）、`OperatorProductExpansion`。評価書 §7
4 質量ギャップ	—	評 主張していない。源 在るのは各相で一様な多項式の評価（低いエネルギーのスペクトルの重みが Mu^2 以下、熱の評価が $M\tau^{-2}$ 以下）で、指数の減衰ではない	`YM/EveryPhase/Light.lean` の `light_bound`（221 行）、`YM/EveryPhase/Decay.lean` の `inverse_square`（173 行）。評価書 §2・§8

表 1 の三つ目の行の短距離の法則は、選んだ相 ξ_* での中心化した跡 Θ の二点関数について、次の形です 源（`ChallengeSpec.lean` 173〜174 行、評価書 §7.2 の式 (16)）。

$$\lim_{r\downarrow 0}\; r^{8}\,\log^{2}(1/r)\;S^{\xi_*}_{\Theta,\Theta}\!\left(-\tfrac{r}{2}e_0,\;\tfrac{r}{2}e_0\right) \;=\; \frac{3\,\dim_{\mathbb{R}}\mathfrak{g}}{\pi^{4}}. \tag{2}$$

r^{-8} は次元 4 の場の二点関数の素朴な冪です。$\log^{-2}$ は、跡が結合の走りで小さくなる係数を持つことの痕跡です 推。この対数が、有限個の質量の自由場の多項式では出ない形であることから、「自由でない」ことが言われます（13-02）。

四つ目の行の多項式の評価は、局所可換性と前向きの光円錐から出る一般の形です[推]。質量 0 の理論とも両立するので、(1) の代わりにはなりません。

04

委員会の「存在」の基準と留保

委員会は「存在」をどの強さで認めたのかを、自分で書いています。

- **部分列**。無限体積の極限は、コンパクト性（Arzelà–Ascoli）による部分列でだけ取られている[評]。評価書 §5 は、Jaffe–Witten の問題文が「コンパクト性で得た部分列の極限は、極限の性質を示す別の議論が無ければ不十分」とみなすことを書き、そのうえで、再構成と局所場の定理がコンパクト性を超える情報を与えている、と述べています[評]。
- **真空**。評価書は、ここで採った存在の基準では「真空の状態の精密な特徴づけを求めていない」と書いています[評]。
- **一意性の欠け**。無限体積の極限と真空の一意性が示されていないことは、それらが一意だという一般の予想と矛盾しない、と委員会は書いています[評]。予想は予想で、示されたことではありません。
- **理解の程度**。委員会は、証明をまだ完全には理解しているとは言っていません。評価に使ったのは Lean の源で、紙の証明の原稿は使っていません[評]。

さらに、公開の定理（`JointExistence`）は、もともと格子との結びつきの一部を言明に含んでいませんでした。評価書 §9 は、OpenAI からその旨の知らせを受けたこと、委員会の判定はより強い結合の目標の上に立てたことを書いています[評]。この違いは 6-02 §05 で読みます。

まとめると、冒頭の判定が「証明している」とするのは要求 1 の構成で、その強さは部分列と相の選びを含む形です。要求 2・3 は、局所場の札と商、主な項の水準の短距離の法則という部分的な形です。個々の短距離の結果は提出物の定理として述べられ、それらを合わせたものを評価書は「ヤン–ミルズであること」の証拠と呼んでいます。要求 4 は、届いていない以前に主張の外です。

05

本書の検討で見えていたこと

本書は、第三巻で、四つの要求のうち幾つかに当たる言明を、**格子間隔を固定した一つの格子の上で**持っています。連続の理論については何も示していません。表 2 は、その位置を表 1 と

同じ行で並べたものです。

表 2　四つの要求と、本書の第三巻の結果の位置（本書の側は全て格子間隔を固定した言明）

要求	公開された構成	本書の第三巻
1 公理	連続の極限で、相ごとの Wightman の理論	強結合の窓の中の格子で、部分列なしの無限体積の極限・鏡映正値性・再構成（20-03・20-04）。連続の極限は無い
2 局所場	札の空間と商 F_d	無い。本書の観測量は面の平均・Wilson ループ・捩れた分配関数の比
3 短距離	結合の走り・応力・跡・演算子積展開	一ループの水準の部品と、紫外の一つの尺度の定理（第 15 部の後半）。全ての尺度の制御は無い
4 質量ギャップ	主張なし	強結合の窓の中の格子でだけ、転送作用素の隙間（20-04）。渦の床（21-03）は質量ギャップの言明ではない

本書がこれまで「示すべき言明」として並べてきたもの（19-07）のうち、紫外の側の存在に当たる部分には、公開された構成が委員会の評価の水準で答えています。一様な減衰と質量ギャップの側は、どちらの側でも開いたままです（6-04）。

06

読めていない所

- §01 の四つは評価書のまとめです。Jaffe–Witten の原文の各文と一つずつ照らし合わせることは、この章ではしていません（原文の読みは 0-03）。
- 要求 3 の「摂動の繰り込みの理論」に当たる Lean の言明は、見つけていません。評価書 §7.4 の第二の結合（テンソルとスカラーの相関で測るもの）の在りかも確かめていません。`YM/Pert/Position/Four.lean` の近くと推しています[推]。
- 再構成の言明（`Hierarchy.Reconstructed`）の欄は一覧として読みましたが、各欄を 4-09 の公理と一つずつ突き合わせることはしていません。委員会の独立の照合（評価書 §10）は跡のスカラーの階層についてのものです[評]。
- 多項式の評価（`light_bound`・`inverse_square`）の証明は読んでいません。出所が局所可換性であることは、証明の中の補題の名から推したものです[推]。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
[評] 要求 1（Wightman の公理を満たす理論の構成）は、部分列と相の選びを含む形で、Lean で証明されていると委員会が評価した	無限体積の極限の一意性、分解する前の理論の真空の一意性

言えている	言えていない
評 要求 2・3 は、局所場の札と商、主な項の水準の短距離の法則として在る。個々の短距離の結果は提出物の定理として述べられ、合わせたものを評価書は「ヤン–ミルズであること」の相当な証拠と書く	摂動論との全次数の一致、局所場の完全な同定
源 表 1 の在りかに、表 1 の形の言明が在る	証明の正しさ（読んでいない）
評 要求 4（質量ギャップ）は主張されていない	—
表 2 の本書の結果は、格子間隔を固定した言明	連続の極限・弱結合・質量ギャップの本体について、本書は何も示していない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
四つの要求	評	評価書 §1。原典は Jaffe–Witten の問題文（評価書の文献 [JW]）。読み方は 0-03
判定と構成が与えるもの	評	評価書 冒頭・§2
公開の言明の欄	源	OpenAI-YM-20261028：`ChallengeSpec.lean` 12〜48・117〜181 行、`PublicWilson.lean` 35〜46 行
多項式の評価	源	`YM/EveryPhase/Light.lean` 221 行、`YM/EveryPhase/Decay.lean` 173 行
部分列・真空・理解の程度・原稿	評	評価書 冒頭・§5・§9
短距離の実効の結合の三つの在りか	源	`YM/PertExtension/Running.lean:145`（outside）、`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`（used）、`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`（headline）。`verification/declaration-usage.tsv`
本書の結果	—	第 20・21 部の各章の出典の表

この章で使った語 — 質量ギャップ・Wightman の公理・OS の公理・相の分解・場の札・跡の異常・演算子積展開・部分列の極限。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：6-02 言明を読む — 表 1 の「在りか」が属する公開の定理を全文で読み、構成の定理と委員会の結合の目標との違いを並べます。

言明を読む — 公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標

> この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§08 は本書の検討です。

この章で分かること — 公開の定理の全文と、その論理の形。存在の量化の中身（読者が選ぶもの・証明する側が選ぶもの・言明が課す条件）。構成の定理が公開の定理に足しているもの。委員会が自分で書いた結合の目標が足しているもの。三つの言っている範囲の違い（表 3）。検証の記録が確かめたことと、確かめていないこと。

前提となる章 — 6-00 入口（§05 目標の区別）、6-01。Lean の読み方は A-04。

先に言うこと — この章で読むのは言明の形で、証明の中身ではありません。この本は検証を自分の端末で繰り返していません。検証の結果は全て評価書と記録の写しから引きます評。

この章の順序

1. 公開の定理 — 全文と論理の形
2. 存在の量化の中身 — 誰が何を選ぶか（表 1）
3. 公開の定理の四つの結論 — wilson・reconstruction・ope・nonfree
4. 構成の定理 — 罰の係数・族の証書・順序の細分と結論の束
5. 委員会の結合の目標 — 一つの族と一つの証人の上の検査（表 2）
6. 三つの言っている範囲の違い — 項目ごとの対照（表 3）
7. 検証の記録が確かめたこと・確かめていないこと — 組み直し・核・公理・Comparator（表 4）
8. 本書の検討で見えていたこと — 本書の言明の形との比べ
9. 読めていない所

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。パスは断りがなければリポジトリ `OpenAI-YM-20261028` の根からの相対です。

01

公開の定理

公開された問いの形の言明は `ChallengeSpec.lean` の 186〜188 行に在ります源。形が大事なので、字のまま三行を示します。

```
def JointExistence : Prop := ∀ g : GaugeGroup, g.IsSimple → ∃ C : WilsonFamily g,
  WilsonRegularity C ∧ ∀ p : ℕ → ℕ, StrictMono p → ∃ q : ℕ → ℕ, StrictMono q ∧
    ∃ T : Hierarchy C, T.Properties (p ∘ q)
```

数学の言葉に直すと次のとおりです。

行列のなす閉じた部分群 $G \subset U(m)$ で、その実 Lie 環 $\mathfrak{g}$ が単純なもの全てについて、次を満たす Wilson の族 C が在る。C は正則性の四条件を満たし、体積の番号の狭義増加の列 p をどう与えても、その細分 q（狭義増加）と連続の理論の一式 T が在って、T は細分した列 $p \circ q$ に沿って四つの性質を持つ。

証明は `Solution.lean` の `jointExistence`（4 行）で、構成の定理を罰の係数 1 で呼び、その結論の一部を取り出すだけです源。

「単純」の定義は `PublicTheory.lean` の `IsSimple`（39 行）で、Lie 環が可換でないこと（交換子が 0 でない元の組が在る）と、0 と全体のほかにイデアルを持たないことです源。公開の定理の仮定はこれだけです源。

02

存在の量化の中身

公開の定理を読むときに一番大事なのは、∃ の中身を**証明する側が選ぶ**ことです。言明が課すのは、選んだものが満たすべき条件だけです。表 1 に、読者の側（∀）と証明する側（∃）を分けて並べます。

表 1　公開の定理の量化の中身（在りかは `PublicWilson.lean`・`ChallengeSpec.lean`）

もの	選ぶのは	中身	言明が課すこと
群 G	読者（∀）	行列の閉じた部分群	仮定：Lie 環が単純
Wilson の族 C	証明する側（∃）	体積の辺 L_p、分母 D_N（間隔 $a_N = 1/D_N$）、裸の結合 $\beta_{N,p}$、群の上の測度、札の型、札ごとの格子の挿入（`WilsonFamily`、35〜46 行）	L_p・D_N は狭義増加。測度は確率測度で Haar 測度。正則性の四条件（下）
体積の列 p	読者（∀）	狭義増加の列	—
細分 q	証明する側（∃）	狭義増加の列	—
連続の理論の一式 T	証明する側（∃）	Hilbert 空間と Wightman の理論、次数ごとの場の空間、札から場への写像、相の空間とその上の測度、選んだ相、相関、解析接続、演算子積展開の係数、中心化した跡の欄（`Hierarchy`、24〜48 行）	四つの性質 `Properties`（177〜181 行）

正則性の四条件 `WilsonRegularity`（12〜22 行）は次のとおりです源 。

- **走り**：ある正の数 s（傾き）が在って、$\beta_{N,p}/\log(1/a_N) \to s$。収束は体積 p について一様。
- **連続**：各挿入はリンクの配位について連続。
- **ゲージ不変**：各挿入は格子のゲージ変換で変わらない。
- **局所**：札ごとに有限の型紙（格子の単位での変位の有限集合）が在り、挿入はその型紙の中のリンクだけに依る。型紙は間隔・体積・位置に依らない。

表 1 から読めることを三つ書きます。

- 言明が求めるのは、正の傾き s が在ることだけで、値は入っていません源 。構成が満たす値は $s = 11C_{\mathfrak{g}}/(24\pi^2)$ です（評価書 付録 A）評 。
- 札の型は抽象の型で、札が曲率のどの多項式を表すかは言明に入っていません源 。中心化した跡の欄は、次数 4 の場の空間の任意の元です（48 行）源 。跡の欄を縛るのは、§03 の四つ目の性質の条件だけです。
- 間隔の列 a_N も族が選びます源 。だから「どの間隔の列でも収束する」という普遍性は、言明の外です（評価書 §4.3）評 。

03

公開の定理の四つの結論

`Properties` の四つの欄を、意味で読みます源 。

1. **wilson**（178 行）：格子との結びつき。点が互いに異なる配置の上の試験関数 t で均した格子の相関 $C_{N,p}(v;t)$ が、収まる各体積 p で $N \to \infty$ の極限を持ち、その極限が細分した体積の列に沿って $\int t\, S^{\mathrm{mix}}$ に近づく（`PublicWilson.lean` の `Converges`、85〜90 行）。刻みの極限は族の選んだ間隔の列の全体に沿います。部分列になるのは体積の極限です。
2. **reconstruction**（179 行）：Wightman の公理、場の忠実さ、相の測度が確率測度で台が全体、相関の置換対称と滑らかさ、相についての連続、相の平均が混合の相関に等しいこと、解析接続と境界値（`Hierarchy.Reconstructed`、117〜143 行）。真空の一意性を含む公理と、付帯の欄（忠実さ・解析接続・境界値）は、選んだ相の理論について言われます。全ての相での Wightman の公理は、構成の定理の側に在ります（§04）。
3. **ope**（180 行）：演算子積展開の係数と、次数で切った残りの冪の上界。残りの上界は状態に一様です（13-04）。
4. **nonfree**（181 行）：中心化した跡の欄の二点関数が、選んだ相で 6-01 の式 (2) の短距離の法則を満たし、有限個の質量殻の Wick の形のどの有限和とも 0 の近くで一致しない（168〜175 行）。この欄の一つ `amplitudePositive` は、理論 T を含まない定数の不等式です。

相関は全て、点が互いに異なる所でだけ定まっています源 。点の重なる所は公開の定理の外です（6-04）。

04

構成の定理

構成の定理は `Construction.lean` の `constructed`（15 行）です源 。形は次のとおりです。

単純な G と、正の**罰の係数** c_{pen}（源の字句では `kernel.penalty`。一段の確率の核で、粗いリンクを予測子のまわりに引き寄せる重みの係数、9-01）ごとに、族 C が在って、次を満たす。核の罰の係数は c_{pen} に等しい。族の証書 `C.Makes` が成り立つ。正則性の四条件が成り立つ。さらに、刻みと体積の部分列の組（順序 `Extraction.Order`）をどう与えても、その細分と、相関の表・最終の証人・全ての相の再構成の束（`EveryPhase.Almanac`）・演算子積展開の読み手・接触の装置・尺度の列が在って、十数個の結論が同時に成り立つ源 。

公開の定理に足されている主なものは次の四つです。

- **族の証書** `C.Makes`（`YM/Source/Construction.lean` 44 行）：全ての段の繰り込みの関係（`path.Selected`）、局所の切り口の健全さ、札の型紙が箱に収まること、挿入の係数が基

準の段で読むとちょうど札の係数になること（`calibrated`）源。札の曲率の多項式としての意味と繰り込みは、ここで固定されます（評価書 §9.4）評。

- **紫外の極限の強い形** `FullVolume.PositionsUV C Extraction.Sequence.full`：体積ごとに、点の重ならない所で滑らかな核が在り、刻みの列の全体に沿って、差分つきで局所一様に近づく源。公開の定理の wilson は均した値の収束だけで、この形は構成の定理の結論にだけ在ります源。
- **跡の同定**：中心化した跡の欄が、応力テンソルの跡から真空期待値を引いたものであること（`HierarchyBridge.lean` 42 行、`YM/Nonperturbative/HeadlineSpec.lean` 87〜91 行の `identified`）源。
- **全ての相**：選んだ相だけでなく、全ての相での Wightman の公理源。
- **自由な Maxwell 場との比べ**：混合の理論（相の平均）の相関が、一つの尺度の列に沿って自由な Maxwell 場の相関に近づくこと（`Pert.FirstExtension`）。源の説明文は「平均の相関だけ」と書いています（`YM/Pert/FirstTarget.lean` 4 行）源。

構成の定理の証明は、主定理の鎖 `Nonperturbative.existence`（`YM/Nonperturbative/Headlines.lean` 19 行）→ `continuum_with_position_tests` → 一つの走の選び `constructionRun`（`YM/Independent/ConstructionRun.lean` 14 行）へ下ります源。罰の係数ごとに走を一度だけ選び、以後の全ての対象をその走の上で作る、という組み方です源。鎖の続きは 6-03 で読みます。

05

委員会の結合の目標

評価書 §9 によれば、提出の後に OpenAI から、もとの公開の目標 `jointExistence` は証明が立てた格子の構成との結びつきの一部を落としていた、という知らせがありました評。委員会は、その結びつきを保つ目標を自分で書き、判定をその上に立てました評。それが `YMReview.Acceptance.combined_acceptance` です（リポジトリ `YM` の `submissions/openai-20261028/checks/CombinedAcceptance.lean` 111 行、言明の型は `AcceptanceSpec.lean` 172 行の `CombinedAcceptance`）源。

形は「罰の係数ごとに一つの族を先に固定し、どの順序にも一つの細分・一つの表・一つの最終の証人が在って、全ての検査の欄が**同じ**それらの上で成り立つ」です源。証明は構成の定理を呼び、その結論を委員会の欄へ写します源。表 2 に欄を並べます。

表 2　委員会の結合の目標の欄（`AcceptanceSpec.lean` 34〜170 行）

欄	中身（欄の名と型は源で読んだ。意味は右の節による）	評価書

欄	中身（欄の名と型は源で読んだ。意味は右の節による）	評価書
格子と尺度	族の証書と正則性。有限の格子の測度が、独立に書かれた格子ゲージ理論の Wilson の測度と一致（結合の換算 $\beta_{\mathrm{lgt}} = \beta/m$）。刻みの列の全体での順序。公開の極限。紫外の強い形。基準の間隔 $a_0 = 1$。全ての N, p で段 0 の結合が同じ正の値。挿入の読み出しの正規化	§11（A3・A5）
相と OS	相の測度は確率測度で台が全体。相の平均。選んだ相の中心化した跡の階層が、独立に書かれた OS の公理と増大の条件（E0′）を満たす。その跡が構成の跡と同じ	§10（A1）
並進の Ward の恒等式	符号と係数を固定した形で、全ての相・全ての場について。被積分関数の可積分性と、切り取りの関数の取り方に依らないこと	§11（A6）
作用素の中身	不変な多項式が全て札に入る。次数ごとの場の空間と自由な Maxwell の殻の空間の線形同型（各相でも）。語の稠密性と忠実さ	§3・§9.4（A2）
跡の主な項	同じ選んだ相の場で、全ての方向からの短距離の法則	§7.2（A4）
格子の正の探り	固定した試験関数で、二重の極限が 0 でない値を持つ	§11（A5）
源の結論	構成の定理の結論の束を、そのまま保つ	§9.3

`AcceptanceSpec.lean` の説明文は、源の結論を束ねたことは各定義の独立の意味の検査ではない、と自分で書いています源。演算子積展開の言明の照合（`YMReview.OPE.constructed`）は、結合の目標とは別の終点です（評価書 §11）評。

06

三つの言っている範囲の違い

表 3　公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標（○ 言明に在る、— 無い。全て源）

項目	公開の定理	構成の定理	結合の目標
仮定	Lie 環が単純	単純、罰の係数 $c_{\mathrm{pen}} > 0$	同じ
格子の測度が Wilson の測度	○（族の測度の定義）	○	○ 独立の定義とも一致
札が曲率の多項式を表す・繰り込みの係数	—（札は抽象）	○（族の証書）	○
刻みの極限（均した値）	○ 族の間隔の列の全体	○	○
刻みの極限（滑らかな核・差分つき）	—	○	○
体積の極限	部分列	部分列	部分列
全ての間隔・体積で共通の単位（$a_0 = 1$、段 0 の結合が共通）	—	族の証書の中	○ 欄として

項目	公開の定理	構成の定理	結合の目標
Wightman の公理	選んだ相	全ての相	全ての相（源の結論）
独立に書かれた OS の公理との照合	—	—	○ 選んだ相の跡のスカラーだけ
跡の欄が応力の跡	—	○	○
並進の Ward の恒等式	—	○（応力の法則として）	○ 係数を固定した形
短距離で自由な Maxwell 場（混合の理論の相関、一つの尺度の列）	—	○	○（源の結論）
短距離の実効の結合（評価書 §7.4 の定理）	—	—（結論に無い。字句の近い補題は依存の中の途中の段）	—
質量ギャップ	—	—	—

表 3 の最後の二行が大事です。評価書の本文は定理 7.2 として短距離の実効の結合を挙げますが、Lean の在りかを名指ししていません[評]。源には近い形の宣言が三つ在ります[源]。

- `YM.PertExtension.Running.ratio`（`YM/PertExtension/Running.lean:145`）：比の形（$\mu \to \infty$、$a_m \le 1/\mu$）。依存の外（outside）[源]。
- `YM.Trace.Pilot.wilson_link`（`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`）：依存の中（used、最初の見出しは `continuum_with_position_tests`、直接の使い手は `crest_ready`）で、跡の解析の途中の段[源]。仮定に `PostT` が在り、結論は途中の証書に入ったあと、三つの目標の結論からは落ちます[源]。定理 7.2 の言明（$\log(1/r)\, g_W(r)^2 \to 1/(2b_0)$）に字句が近いのはこちらです[推]。
- `YM.Pert.Asymptotics.comparison`（`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`）：見出しの定理そのもの（headline）で、切断つきの段 i の結合 $\beta(N_i, k_i, i)^{-1/2}$ の走り。g_W とは別の量です[源]。

第二巻では、短距離の実効の結合を「近い形の宣言は在るが、公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標のどの結論にも残らない」として引きます（10-06・13-03）。

07

検証の記録が確かめたこと・確かめていないこと

評価書 §9 は、形式的な検証（証明が定義と許された公理から言明を導くこと）と、妥当性（形式的な言明が意図した問題を正しく表していること）を分けています[評]。表 4 は、検査ごとに確かめたことと確かめていないことを並べたものです。

表 4　検証の記録（全て 評 。記録の写しの行は 源 で確かめた）

検査	確かめたこと	確かめていないこと
組み直し（§9.1）	Lean 4.32.0 で、既存の成果物なしに 9,470 のモジュールを組み直し、誤り 0（約 184 分）。9,477 本の源が提出の目録と一致	警告 2,453 件は残る（多くは未使用の変数など）
目録（§9.1）	読み込まれる 250,319 の宣言に、独自の公理・`sorryAx` への直接の参照・`unsafe` の印が無い	—
核での再検査（§9.1）	提出側の検証器 `VerifyJoint.lean` によるもので、Comparator とは別。17 の見出しの定理が依存する 100,168 の宣言を、外部のライブラリだけで初期化した新しい核の環境で再検査。境の外部の宣言 14,364。公理は `propext`・`Classical.choice`・`Quot.sound` だけ	17 の見出しから届かない宣言（目録の残り約 15 万）は再検査の対象外
Comparator（§9.2）	固定した参照の言明と定義に照らして、言明と定義の一致・公理・核の再検査。公開の定理（10-30）、結合の目標（11-03）、演算子積展開の照合（11-05）が通過。四つの対照（正しい証明は通り、言明・定義を変えたものと禁じた公理は拒まれる）	macOS での実行で、悪意のあるかもしれないビルドのコードを隔離する検査はしていない。別の実装の核は使っていない
人の読み（§9.3）	付録の用語集の定義を、問題文と予想に照らして読んだ	網羅的ではない、と評価書が書く
独立の公理との照合（§10・§11）	選んだ相の跡の階層が、先に独立に書かれた OS の公理を満たす。有限の Wilson の測度が独立の定義と一致。Ward の恒等式・共通の単位・跡の法則	解析の評価そのものは提出の証明に依る。照合は跡のスカラーの階層についてで、全ての場ではない。対角で平らな試験関数では接触項が見えない

記録の写し `verification/joint-check.log` には、公開の定理の型の一致（`TYPE_MATCH YangMills.jointExistence`）と、再検査の数（project 100,168・external 14,364・終点 17）が残っています 源 。評価書は、宣言の総数に比べて主定理の依存に入る数が少ないことを、コードの質への懸念として書いています 評 。

確かめていないことの中で、この本の読みに効くのは二つです。一つは、核が受け入れたことは定義が意図を表していることを決めない、という点です（§9.3） 評 。もう一つは、委員会の OS の照合が跡のスカラーの階層に限られる点です（§10.1） 評 。

08

本書の検討で見えていたこと

本書の Lean は、二種類の言明でできています（19-00）。格子の上に定義した具体の対象についての定理と、仮定を欄に置いた含意（鎖の定理）です。公開された構成で一番近い形は次の三つです 推 。

- 評価を仮定に置いて極限を結論する含意（`YM/FullVolume/Profiles.lean` の `positioned`、42 行）源。
- 族の証書・順序・点の極限・表の公理の束を一つにまとめた証書（`YM/Spec/Closed.lean` の `Seed`、20 行）源。これを「条件つきで性質を極限の表へ移す組み立て」と読むのは本書の推し量りです推。
- 依頼の命題を型として外に置き、別の場所の証明で閉じて上の定理へ渡す組み方推。

違いは終点です。公開された構成は全ての仮定を最後に閉じ、仮定が「単純」だけの言明に着いています評。本書の鎖の定理は、段を跨ぐ一様な評価などを前提に置いたまま止まっています（28-04）。もう一つの違いは、族を存在の量化の中で選ぶことです。本書の鎖は裸の結合の列を外から与える形で、合わせで決める形ではありませんでした（14-03）。

09

読めていない所

- 構成の定理の十数個の結論のうち、`Independent.Core`・`Pert.Position.FourMeters`・接触の装置の欄の中身は読んでいません。
- `HierarchyBridge.lean` の橋（公開の型への写し）は、跡の欄の行を除いて読んでいません。
- 委員会の検査のファイル（`CompleteOS.lean`・`CompletenessAudit.lean`・`LGTWilsonBridge.lean` など）の証明は読んでいません。言明の型（`AcceptanceSpec.lean`）だけを読みました。
- 記録の写しのハッシュ値を、自分で計算して照らしてはいません。
- 17 の見出しの定理のうち、公開の定理・構成の定理の系統でないもの（例：`YM.SharpGram.habitat`）が何を言うかは読んでいません。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 公開の定理の仮定は「Lie 環が単純」だけで、族・細分・理論の一式は存在の量化の中身	証明が正しいこと（評価の水準）
源 公開の定理では、刻みの極限は族の間隔の列の全体に沿う均した値の収束、体積は部分列	間隔の列の取り方への普遍性、体積の極限の一意性

言えている	言えていない
源 札の意味・跡の同定・紫外の強い形は構成の定理の側に在る	公開の定理だけからそれらを読むこと
評 判定は委員会の結合の目標の上に立てられている	結合の目標の検査が全ての定義の独立の意味の検査であること
源 短距離の実効の結合に近い形の宣言は三つ在り、どれも三つの目標の結論に残らない	評価書の定理 7.2 の在りかがどれか（評価書に名が無い）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
公開の定理	源	OpenAI-YM-20261028：`ChallengeSpec.lean` 12〜48・117〜188 行、`PublicWilson.lean` 35〜90 行、`PublicTheory.lean` 39 行、`Solution.lean` 4 行
構成の定理	源	`Construction.lean` 15〜40 行、`YM/Source/Construction.lean` 44〜65 行、`HierarchyBridge.lean` 27〜42 行、`YM/Nonperturbative/HeadlineSpec.lean` 84〜91 行、`YM/Nonperturbative/Headlines.lean` 19〜22 行、`YM/Independent/ConstructionRun.lean` 14 行
結合の目標	源	yang-mills-group/YM（版 55ba9fc）：`submissions/openai-20261028/checks/AcceptanceSpec.lean` 34〜176 行、`CombinedAcceptance.lean` 111〜121 行
結合の目標を書いた理由	評	評価書 §9（冒頭）・§9.3・§9.4
検証の記録	評	評価書 §9.1・§9.2・§10・§11・§12.2。記録の写し `verification/joint-check.log`・`build.log`
依存の内と外	源	`verification/declaration-usage.tsv`、`verification/Usage.lean`、`verification/joint-headlines.txt`
短距離の実効の結合	源	`YM/PertExtension/Running.lean:145`（outside）、`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`（used）、`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`（headline）。評価書 §7.4
平均の相関だけ	源	`YM/Pert/FirstTarget.lean` 1〜5 行。評価書 §7.4

この章で使った語 — 存在の量化・Wilson の族・正則性の四条件・札・罰の係数・族の証書・順序と細分・結合の目標・Comparator・核での再検査。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：6-03 証明の骨組み — 構成の定理の鎖を下りて、暦から証拠までの十の段を一枚の図と表で見ます。

証明の骨組み（一枚の図）

この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§06 は案内、§07 は本書の検討です。

この章で分かること — 公開された構成が、格子の Wilson の測度から Wightman の理論と「ヤン–ミルズである証拠」まで、どの順に何を組んでいるか。十の段のそれぞれで、何を定め何を示すか（式つき）。段と段を結ぶ接口。各段の主な宣言の在りかと、第二巻で扱う章。コードの約 99 万行が段にどう配分されているか。

前提となる章 — 6-02 言明を読む（構成の定理と、一つの走の選び）。繰り込みの段の考え方は 7-05 繰り込み群の段の列、鏡映正値性と転送行列は 5-03。

先に言うこと — この章は総覧です。各段の言明は形を読んだもので、証明の中身は各部の章で、読めた範囲だけを扱います。段の分け方は読みやすさのための本書の整理で、コードの置き場の分け方とは一致しません。行の数の配分は置き場の単位の粗い勘定です推。

この章の順序

1. 一枚の図 — 十の段と、一つの走（図 1）
2. 段 1〜5：格子の上の繰り込み — 暦・一段・表示と帰納・射撃・較正
3. 段 6〜10：極限と再構成 — 紫外の極限・無限体積・Euclid 不変と相・再構成・証拠
4. 段と段を結ぶもの — 押し出しの等式・連続な曲線・根の半ノルム・終点
5. コードの大きさと層の配分 — 置き場の単位の勘定（表 2）
6. 第二巻の章の案内 — 段ごとの章（表 1 の右の列）
7. 本書の検討で見えていたこと — 本書の段取りとの比べ
8. 読めていない所

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。パスは断りがなければリポジトリ `OpenAI-YM-20261028` の根からの相対です。

01

一枚の図

構成の定理は、罰の係数 $c_{\mathrm{pen}} > 0$ ごとに、条件を満たす「走」を一度だけ選びます（`YM/Independent/ConstructionRun.lean` の `constructionRun`、14 行）源 。以後の対象は全て、この一つの走の上で作られます。別々に存在を示した対象を後から組み合わせると両立しないかもしれないので、存在の証明を一本にまとめる、という設計です推 。図 1 は、その走の上の十の段です。

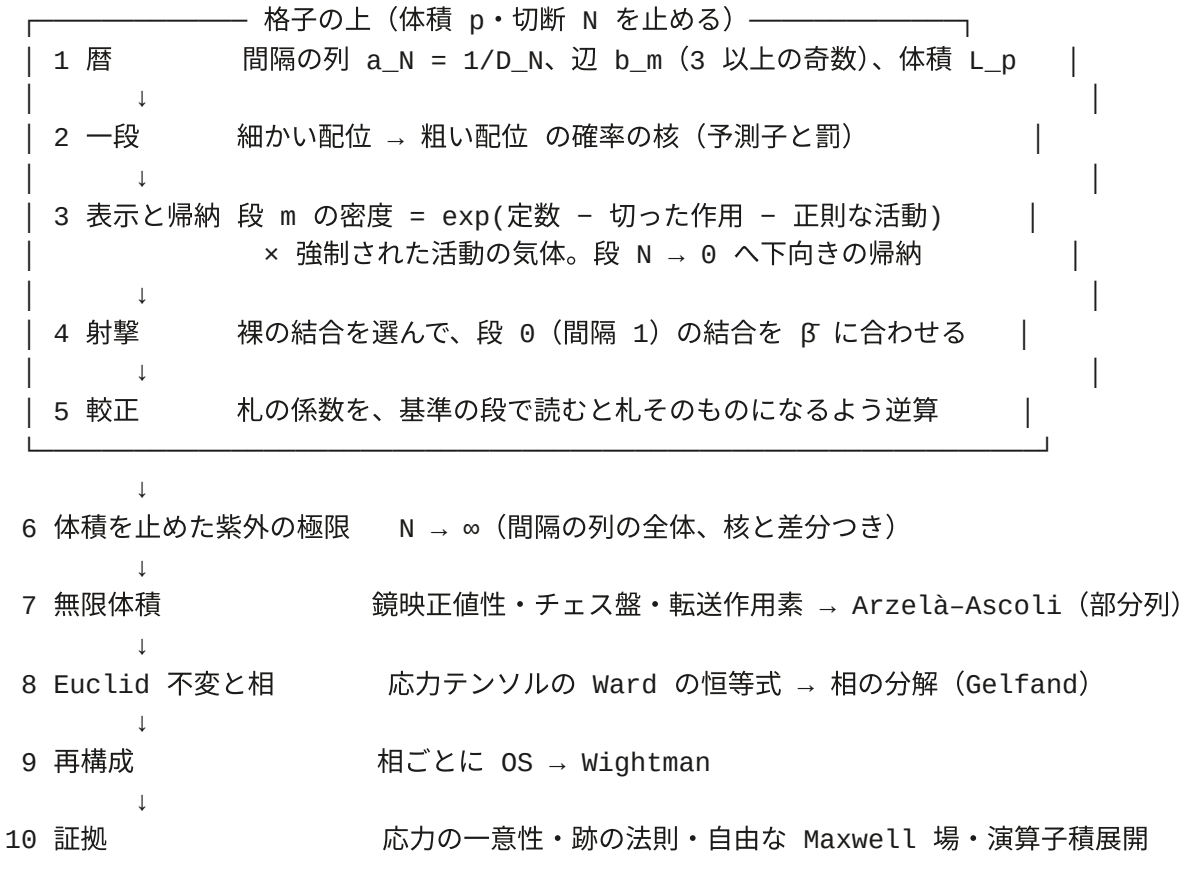

図 1　証明の骨組み。段 1〜5 は格子の上の繰り込みで、体積と切断を止めたまま全ての段を組みます。段 6 で切断を外し、段 7 で体積を外します。

表 1 に、段ごとの中身・主な宣言・扱う章をまとめます。中身の札は、その行の言明の形を源で読んだことを表します。

表 1　十の段（中身は全て 源 。証明の正しさは評価の水準）

段	何を定め、何を示すか	主な宣言（在りか）	章
1 暦	辺 b_m（3 以上の奇数）、体積の辺 L_p（4 の倍数、狭義増加）、$D_N = \prod_{k<N} b_k$。段ごとの定数と基準の結合 $\bar{\beta}$	`Schedule`（`YM/Lattice/Scale.lean` 28 行）、`Calendar`（`YM/RG/History.lean` 64 行）	8-02・10-05・11-08
2 一段	細かい配位から粗い配位への確率の核	`StepData.density`・`push`（`YM/RG/Block.lean` 71・77 行）	9-01〜9-05
3 表示と帰納	段ごとの密度の表示、帰納の仮定、一段の関係、一段の定理	`Rep`・`History.Conv`・`Transfer`・`Selected`（`YM/RG/History.lean` 165・213・223・234 行）、`Directed.Program`（`YM/PCalc/Band.lean` 65 行）	9-06・9-07・11-00〜11-09
4 射撃	段 0 の結合を $\bar{\beta}$ に合わせる裸の結合の選び	`Arc.bought`（`YM/FullVolume/Arc.lean` 95 行）、主定理の道では `rodB`（`YM/FullVolume/Stage/Rods.lean` 26 行）	10-04
5 較正	挿入の係数を、繰り込みの輸送の逆で決める	`Family.Makes` の `calibrated`（`YM/Source/Construction.lean` 44〜65 行）	8-04・11-10
6 紫外の極限	体積ごとに、刻みの列の全体に沿う、核と差分つきの収束	`Campaign.realUV`（`YM/FullVolume/Fields/Filled.lean` 45 行）、`positioned`（`YM/FullVolume/Profiles.lean` 42 行）	11-10
7 無限体積	鏡映正値性、チェス盤の不等式、紫外からの入力、同程度連続性、部分列の極限	`reflected_positive`（`YM/Slice/Reflection.lean` 98 行）、`tiles`・`adds`（`YM/Cells/Chess.lean` 80・108 行）、`Wcmain`（`YM/Extraction/Center.lean` 38 行）、`first_surface`（`YM/Extraction/Lipschitz.lean` 166 行）	12-01〜12-05
8 Euclid 不変と相	応力テンソルと Ward の恒等式、回転の流束の消滅、相の分解	`YM/Euclid/Stress.lean`、`OS.Selection`（`YM/Phase/Mixture.lean` 127 行）	12-06・12-07
9 再構成	各相で OS の再構成と Wightman の公理	`Hierarchy.Reconstructed`（`ChallengeSpec.lean` 117 行）、`EveryPhase.every`（`YM/EveryPhase/Vacuum.lean` 146 行）	12-08
10 証拠	応力の一意性、跡の短距離の法則、自由な Maxwell 場との比べ、演算子積展開	`YM.Pert.one_line`（`YM/Pert/Weak.lean` 68 行）、`ChallengeSpec.lean` 168〜175 行、`YM/Pert/FirstTarget.lean`	13-01〜13-04

02

段 1〜5：格子の上の繰り込み

段 1　暦

格子間隔は $a_N = 1/D_N$、$D_N = \prod_{k<N} b_k$ です源。辺 b_m は 3 以上の奇数で、段とともに育ちます。ただし $\log b_m / \log D_m \to 0$（`Schedule.Gentle`）源。体積は物理の単位で辺 L_p のトーラスで、格子の上では一辺 $L_p D_N$ 点です源。段 0 の間隔が 1 で、これが長さの共通の単位になります評。

暦は段ごとの基準の値を定めます源。$C_{\mathfrak{g}}$ を随伴表現の Casimir の定数として、

$$\hat\beta_m = \bar\beta + \frac{11 C_{\mathfrak{g}}}{24\pi^2}\log\frac{1}{a_m}, \qquad \hat g_m = \hat\beta_m^{-1/2}, \qquad \mathrm{monitor}_m = \exp\!\big((\log\log\hat\beta_m)^2\big). \tag{1}$$

小さい場の閾は $\hat g_m \cdot \mathrm{monitor}_m$、正則な活動の許容は $\hat g_m^{11/5}$、強制された活動の許容は $\exp(-\mathrm{monitor}_m^{1/5})$ です（`YM/RG/History.lean` 80〜87 行）源。(1) の傾きは一ループの漸近自由の係数です（4-06）。

段 2　一段

一段は、細かい配位 U から粗い配位 V への**確率の核**です源。決定的な写像ではありません。核は次の形です（`YM/RG/Block.lean` 53〜72 行）源。

$$K_\beta(U,V) = \sum_{t} \ell(U,t) \prod_{b} \frac{e^{-\beta\, c_{\mathrm{pen}}\, \mathrm{price}(V_b\, Q_b(U,t)^{-1})}}{Z_\beta}. \tag{2}$$

和は選び t（粗い格子点ごとのゲージの枠と、粗いリンクごとの予測子の札）についてで、$\ell(U,t)$ はその選びの確率です。$Q(U,t)$ は粗いリンクの**予測子**、c_{pen} は罰の係数（源の字句では `kernel.penalty`）、$\mathrm{price}(u) = 1 - \mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\,u/m$ は Wilson の作用と同じ形の、単位元からの離れ方（`YM/Gauge/MatrixGroup.lean` 112 行）、Z_β は正規化です。粗いリンクは予測子のまわりにガウス型に散らばります推。押し出しは $\mathrm{push}_\beta F(V) = \int K_\beta(U,V) F(U)\, dU$ です（77 行）源。選びを確率で平均することで、格子の対称性を保つゲージ固定になります（評価書 §6.3）評。

段 3　表示と帰納

切断 N・体積 p の理論を段 $m \le N$ まで押し出した密度を、次の形で持ちます（`YM/RG/History.lean` 165〜179 行）源。

$$\mathrm{eval}_m(U) = \exp\!\Big(v\,|\Lambda_m| - A_m(U) - \sum_X E_X(U)\Big)\cdot \mathrm{Gas}_m(U). \tag{3}$$

A_m は道の作用（閾で切った作用）、E_X は正則な活動、Gas_m は閾を超えた面の印をちょうど覆う**強制された活動**の気体です[推]。**帰納の仮定**（`History.Conv`、213 行）は、各段でこの表示が暦の許容に収まり、結合が $[\hat\beta_m/2,\,2\hat\beta_m]$ に在ることです[源]。**一段の関係**（`Transfer`、223 行）は次の二つです[源]。

$$\mathrm{eval}_m = \mathrm{push}_{\beta_{m+1}}\,\mathrm{eval}_{m+1}, \qquad \left|\beta_{m+1}-\beta_m-\frac{11C_{\mathfrak g}}{24\pi^2}\log b_m\right| \le \mathrm{drift}_{m+1}. \tag{4}$$

一つ目は近似ではない等式です[源]。だから分配関数は全ての段で保たれます（`History.partition_eq`、242 行）[源]。全段の言明 `History.Selected`（234 行）は、段 N が裸の Wilson の測度であること、全ての段で帰納の仮定と一段の関係、段 0 で結合が $\bar\beta$ に等しいこと、結合の走りをまとめたものです[源]。一段の定理は「結合の区間の上で連続な表示の曲線」の形で書かれます（`YM/PCalc/Band.lean` 65 行）[源]。その証明は第 11 部の主題で、本書が読めたのは一部です。

段 4　射撃

段 N から 0 へ下向きに帰納すると、裸の結合の区間の上に表示の弧ができます[源]。帯の両端は

$$\mathrm{low}_m = \tfrac{3}{4}\bar\beta + \tfrac{5}{8}\,s\log D_m, \qquad \mathrm{high}_m = \tfrac{5}{4}\bar\beta + \tfrac{3}{2}\,s\log D_m, \qquad s=\frac{11C_{\mathfrak g}}{24\pi^2} \tag{5}$$

です（`YM/FullVolume/Arc.lean` 21〜22 行）[源]。段 0 で弧の結合は $\frac{3}{4}\bar\beta$ と $\frac{5}{4}\bar\beta$ を両端に持つので、中間値の定理で段 0 の結合がちょうど $\bar\beta$ になる裸の結合が選べます[源]。こうして全ての N,p で、間隔 1 の結合が同じ値に揃います（評価書 §11）[評]。一段の定理を結合について連続な形で運ぶのは、この中間値の定理を使うためです[推]。

段 5　較正

次数 d の札ごとに、切断に依らない基準の段 $r(d)$ を決めます[源]。繰り込みの輸送は、局所の多項式の係数の空間の上の可逆な線形写像を引き起こします[評]。切断 N での挿入の係数は、その逆で「段 $r(d)$ まで運ぶとちょうど札の係数になる」ように決めます（`YM/Source/Construction.lean` 62 行の `calibrated`、65 行の `normalized`）[源]。逆の行列の成分の陽な式はありません（評価書 付録 A）[評]。

```
03
```

段 6〜10：極限と再構成

段 6　体積を止めた紫外の極限

体積ごとに、刻みの列の全体に沿う、核と差分つきの収束です（`YM/FullVolume/Fields/Filled.lean` 45 行の `realUV`）源。形は含意 `positioned`（`YM/FullVolume/Profiles.lean` 42 行）で、分離した配置での一様な有界性と、一般の位置での点ごとの Cauchy 性から、差分つきの局所一様な収束を出します源。Cauchy 性は、固定した粗い段 j の対象の切断についての収束と、$j \to \infty$ で段 j を外す評価を合わせて出します推。後者が点の離れていることを使うので、試験関数は点の重なりを避けます推。収束の源は、量で比べる評価ではなく、コンパクト性と極限の一意性と部分列の原理です推（11-10）。

段 7　無限体積

鏡映正値性は、元の格子の Wilson の測度について、格子点を通る面と辺の中点を通る面の両方、四つの軸の全てで言われます（$\beta \geq 0$）源。そこからチェス盤の不等式と、その根の三角不等式（根が半ノルムであること）が出ます源。紫外からの主な入力 `Wcmain` は、チェス盤の根で測った繰り込んだ観測量の大きさが、全ての体積で一様に次で抑えられることです源。

$$\mathrm{root}(O_d) \leq A\, a_m^{-d-\varepsilon} \qquad (m \geq r(d),\ N \text{ 十分大, 全ての } p). \tag{6}$$

これと転送作用素の表示から、局所の有界性と同程度連続性が出て、Arzelà–Ascoli で体積の部分列の極限が取れます（`YM/Extraction/Lipschitz.lean` 166 行）源。紫外からの入力は `Wcmain` だけではありません。同じ軌道から他の欄も渡されています源。`first_surface` の仮定（`TransferLip`・`Bound`）は上界と連続性の率で、極限の一意性の材料は入っていません源。

段 8　Euclid 不変と相

格子は有限の対称しか持たないので、連続の Euclid 不変は別に示します。評価書 §6.3 は三つの部分を挙げます評。ゲージ固定が格子の対称を保つこと、発散の無い応力テンソルと局所の Ward の恒等式、そして応力の流束が無限遠で十分速く消えて不変性が自発的に破れないこと。そのあとで、零エネルギーの空間に圧縮した作用素の可換な環を Gelfand 表現し、相の空間 X と確率測度 μ（源の `phaseMeasure`。評価書の式 (12) では ν）を得ます源。

$$S^{\mathrm{mix}} = \int_X S^{\xi}\, d\mu(\xi). \tag{7}$$

環が可換であることの証明に回転の不変を仮定として使うので、順は「Euclid 不変 → 相の分解」です[源]。

段 9　再構成

各相 S^{ξ} は群がりを含む OS の公理の変種を満たし、そこから Wightman の理論が再構成されます[評]。各相で零エネルギーの空間は一次元です（真空の一意性、速さなし）[源]。選んだ相 ξ_{*} が公開の定理の Wightman の理論です（12-08）。

段 10　証拠

応力テンソルは、保存する対称テンソルの一次元の空間の上に在ります[源]。中心化した跡の二点関数は $r^{8}\log^{2}(1/r)$ を掛けて $3\dim\mathfrak{g}/\pi^{4}$ に近づきます[源]。一つの尺度の列に沿って、混合の理論（相の平均）の応力の相関は自由な Maxwell 場の相関に近づきます[評]。演算子積展開の係数は状態に依らず、残りは状態に一様に抑えられます[源]。中身は第 13 部です。

04
段と段を結ぶもの

骨組みを支えている接口を四つ挙げます。

- **押し出しの等式**（段 3）：(4) の一つ目が等式なので、段 0 の表示は元の Wilson の測度をそのまま押し出したものです[源]。近似の誤差は、表示の中の活動として運ばれます[推]。
- **結合について連続な曲線**（段 3 → 段 4）：一段の定理が結合のパラメータについて連続な形をしているので、全段の後で中間値の定理が使えます[推]。
- **根の半ノルム**（段 6 → 段 7）：体積に一様な評価は、元の格子の鏡映正値性から作るチェス盤の根の言葉で受け渡されます[源]。繰り込みの側でも、一段の帳簿は点ごとの和で、体積に依りません[推]。体積の指数を含むのは、密度や分配関数の水準の評価です[推]。
- **終点が局所場の相関であること**（段 5・段 6）：粗い格子の測度ではなく局所場の点の離れた相関を終点にするので、観測量の較正（段 5）と、粗い段 j を外す一段（段 6）が要ります[推]。

05
コードの大きさと層の配分

源は 9,477 本のファイル、約 99 万行です[源]。宣言は自動で作られたものを含めて 250,319 で、そのうち 17 の見出しの定理の依存に入るのは 100,168 です[評]。置き場（ディレクトリ）

を表 1 の段に粗く割り当てて数えると、表 2 になります。

表 2　置き場の単位で割った層ごとの行の数（置き場の中身は混ざっているので割合は目安[推]。数は置き場の地図の勘定）

層	段	置き場	ファイル	行	割合
公開の言明と組み立て	—	10	97	10,071	1.0%
土台（群・格子・測度）	1	20	133	16,449	1.6%
一段の定義	2	15	88	12,028	1.2%
多段の帰納と評価	3・4	22	6,223	696,999	69.9%
体積を止めた紫外	5・6	3	1,184	97,171	9.7%
無限体積	7	4	39	4,607	0.5%
再構成	8・9	12	249	40,167	4.0%
局所場・演算子積展開・跡	10	14	1,253	100,546	10.1%
摂動との比べ	10	2	148	12,726	1.3%
使われていない置き場	—	2	63	6,299	0.6%

表 2 の行の数は、ファイルごとの末尾の行を一つ多く数えた勘定です（合計 997,063。行の終わりの数で数えると 987,586）[源]。読み取れることは三つです[推]。

- 証明の重さの約 7 割は、多段の帰納と評価（段 3・4）に在ります。第 11 部がこれに当たります。
- 定義の層は浅く短いです。帰納の表示を定める `YM/RG/History.lean` は約 250 行（251 行）です[源]。
- 無限体積の置き場は小さく浅いです。重い入力は紫外の側の一様な評価から来ます。

06

第二巻の章の案内

表 1 の右の列を、部ごとに読む順でまとめます。

- **第 8 部 格子から連続へ** — **対象**：段 1 の間隔と体積の列、札と繰り込んだ挿入（段 5 の定義の側）、極限の順。8-01 から。
- **第 9 部 繰り込みの一段**：段 2 の確率の核と、段 3 の表示の形。9-01 から。
- **第 10 部 結合の合わせと漸近自由**：段 1 の暦の理由、段 3 の結合の一段、段 4 の射撃。10-01 から。

- **第 11 部 多段の評価と大きい場**：段 3 の帰納の中身と、段 6 の固定した段の収束。11-00 から。
- **第 12 部 無限体積と再構成**：段 7〜9。12-01 から。
- **第 13 部 ヤン–ミルズである証拠**：段 10。13-01 から。
- **第 14 部 比べ**：段ごとに、本書の Lean との比べ。14-01 から。

第 7 部（構成的場の理論）は、この骨組みの歴史の背景です。段 2〜4 は Bałaban の方針に沿い、多くの改良を加えたもの、と評価書 §4.3 は書いています[評]。

07

本書の検討で見えていたこと

本書の検討は、証明が含むべき段を七つに分けていました（16-09）。「体積を止めた紫外の極限 → コンパクト性で無限体積」という段取りは、公開された構成と同じ向きです。段ごとの違いは次のとおりです（詳しくは 14-01）。

- **段 1・4**：本書は裸の結合の列を外から与えていました。合わせで決める錨（段 0 の結合を固定すること）はありませんでした。奇数の辺で中心に置いたブロックは、本書の検討でも試していた向きです（辺 3 の設計、14-02）。辺を段とともに育てることはしていません。
- **段 2**：本書のブロック写像は決定的な写像で、押し出しの測度はその像です（19-04）。確率の核ではありません。
- **段 3**：本書の紫外の Lean は一つの尺度（一段）の定理までで（第 15 部の後半）、段を跨ぐ一様な評価は前提に置いたままです（28-04）。
- **段 6**：本書の鎖は部分列の極限の形でした。公開された構成は、刻みについて列の全体の収束を持ちます。
- **段 7**：鏡映正値性とチェス盤の評価は本書にも在ります（20-01、22-01）。本書は格子点を通る面と真ん中の面の鏡映正値性を持ちます。根の三角不等式（根が半ノルムであること）は、本書の固い定理の目録に載っていません。
- **段 8〜10**：本書の Lean には、連続の極限での相の分解・再構成・応力テンソルは在りません。在るのは、強結合の窓の中の格子での再構成と質量ギャップです（20-04）。

08

読めていない所

- 一段の定理の証明の芯（在りかは `YM/PhysicalNext/RG_NEXT_COMPLETE_REPEATABLE_NONLINEAR_STEP/Mallow/Pediment.lean` 41 行の `Mallow.faces`）。言明だけを読みました。
- 一段のあとに活動を次の段の許容に収め直す構成と、Haar の測度の損失の補題。
- 走の選びの条件（`Funded` の各欄）の数学の意味。数値の条件と推しています[推]。
- 転送作用素の評価の本体（`YM/Slice/Calendar.lean` の `Time.powering` の中）、相の環の可換性の証明で回転を使う筋、全ての相への真空の一意性の広げ方。
- 大きい場の補題の多くは、依存の表を辿ると見出しが別の定理になります。主定理の道に載るかどうかは、鎖で確かめたもの（射撃の `rodB` から一段の帰納へ、`realUV` から走の総合へ、など）以外は確かめていません。
- 表 2 の層への割り当ては置き場の単位で、置き場の中の配分は測っていません。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
[源] 表 1 の宣言が、その在りかにその形で在る。(1)〜(7) は源の定義と言明の読み	証明の正しさ（評価の水準）。一段の定理の証明の芯
[源] 一段の関係の一つ目は等式で、分配関数は全ての段で保たれる	等式であることから、本書の前提が外れること
[源] 射撃は Arc の帯 (5) と中間値の定理で段 0 の結合を $\bar{\beta}$ に合わせる	暦の条件を満たす定数の陽な値
[推] コードの約 7 割が多段の帰納と評価	置き場の中の正確な配分

出典と再現

もの	種別	出典・道具
段 1〜4	源	OpenAI-YM-20261028：`YM/Lattice/Scale.lean` 28〜44・128〜129 行、`YM/RG/History.lean` 64〜87・165〜250 行、`YM/RG/Block.lean` 53〜77 行、`YM/PCalc/Band.lean` 65 行、`YM/FullVolume/Arc.lean` 21〜22・95 行、`YM/FullVolume/Stage/Rods.lean` 26 行
段 5・6	源	`YM/Source/Construction.lean` 44〜65 行、`YM/FullVolume/Profiles.lean` 25・42 行、`YM/FullVolume/Fields/Filled.lean` 45 行

もの	種別	出典・道具
段 7〜9	源	`YM/Slice/Reflection.lean` 98 行、`YM/Cells/Chess.lean` 80・108 行、`YM/Extraction/Center.lean` 38〜41 行、`YM/Extraction/Lipschitz.lean` 166 行、`YM/Phase/Mixture.lean` 127 行、`YM/EveryPhase/Vacuum.lean` 146 行、`ChallengeSpec.lean` 117 行
段 8 の三つの部分、段 2〜4 と Bałaban の方針	評	評価書 §4.3・§6.3
共通の単位、較正、宣言の数	評	評価書 §9.1・§11、付録 A
行の数	源	この端末で `.lean` の行を数えた（9,477 本・987,586 行）。層の配分は置き場の地図の勘定

この章で使った語 — 暦・確率の核・予測子・罰の係数・帰納の仮定・一段の関係・切った作用・正則な活動・強制された活動・射撃・較正・根の半ノルム・相の分解。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：6-04 示されていないこと — この骨組みが届いていない所を、評価書の五つの開いた問いと、源の「言っていないこと」から並べます。

示されていないこと — 第三巻への橋

この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§08 は本書の検討、§01〜§07 の「示されていない」側は未解決の地図です。

この章で分かること — 公開された構成が届いていない九つの項目。それぞれについて、評価書が何と書き、源のどこまでが在り、どこから先が無いか。質量ギャップの代わりに在る多項式の評価が何を言い何を言わないか。本書の第三巻の結果が、どの項目の反対の端（強結合・格子間隔は固定）に在るか。

前提となる章 — 6-01（四つの要求）、6-02（三つの目標）、6-03（骨組み）。

先に言うこと — 「示されていない」は「偽である」ではありません。委員会は、一意性が示されていないことは一意だという一般の予想と矛盾しない、と書いています[評]。「源に無い」と書くものの多くは、検索の範囲での判断です。本書の第三巻の結果は全て格子間隔を固定した言明で、ここに並ぶ項目のどれも、本書は示していません。

この章の順序

1. 一覧 — 九つの項目と在りか（表 1）
2. 収束と一意性 — 体積の部分列と、部分列に依るかもしれない量
3. 連続の理論の確率測度 — 相関の表と OS の空間だけ
4. 一様な質量ギャップ — 在るのは多項式の評価
5. Wilson ループと面積則、一粒子の状態 — 局所の札の外
6. 間隔の列・点の重なり・摂動論 — 普遍性、接触項、全次数の一致
7. フェルミオン — 純粋なヤン–ミルズの構成
8. 第三巻への橋 — 本書の結果が項目ごとにどこに在るか（表 2）
9. 読めていない所

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。パスは断りがなければリポジトリ `OpenAI-YM-20261028` の根からの相対です。

01

一覧

評価書 §8 は、今の構成が扱っていない主な点を、五つの開いた問いとして挙げています評。

1. 部分列でなく収束を示し、無限体積の極限が一意であることを示す。
2. 連続の理論の確率測度を適切な空間の上に定め、それが構成の Schwinger 関数を与えるようにする。
3. 一様な質量ギャップを示す。対応する相関の指数的な減衰と、OS のハミルトニアンのスペクトルの隙間を含む。
4. Wilson ループの観測量を作り、構成の局所の観測量と関係づける。Wilson ループの面積則を示す。
5. 一粒子の状態を作り、そのエネルギー運動量のスペクトルを調べる。二・三次元の多くの構成的な模型では、この解析がなされている。

表 1 は、この五つに、評価書の本文と源の「言っていないこと」から四つを足したものです。

表 1　示されていない九つの項目（右の列は第三巻の関わる章）

項目	評価書	源に在るもの	源に無いもの	第三巻
収束と一意性	§8 の 1、§5・§6.2	体積の部分列の極限、同じ部分列の上での極限の一意性	体積についての収束、部分列に依らないこと	16-03・20-03
確率測度	§8 の 2、§3	相関の表と OS の空間	連続の測度	16-02
一様な質量ギャップ	§8 の 3、§2	各相で一様な多項式の評価	指数の減衰、スペクトルの隙間	20-04・16-04
Wilson ループと面積則	§8 の 4	格子の道に沿う平行移動	連続のループの観測量、面積則	20-06・21-03
一粒子の状態	§8 の 5	—	一粒子の状態、質量殻	16-02
間隔の列への普遍性	§4.3・§9.4	族が選んだ一つの間隔の列の全体での収束	他の間隔の列での収束	—

項目	評価書	源に在るもの	源に無いもの	第三巻
点の重なる所	§7.5・§10	点の離れた相関、接触項の延長の存在	延長の一意性・OS の正値性・格子からの収束	—
摂動論との全次数の一致	§7.4・§7.5	結合の一ループの走り、跡の主な項の係数	全ての次数での一致	—
フェルミオン	（扱っていない）	—	物質の場	20-05

02

収束と一意性

体積の極限は、Arzelà–Ascoli のコンパクト性による部分列でだけ取られています（評価書 §5）[評]。一つの部分列が全ての相関に同時に効くことは示されています[評]。極限の相関が選んだ部分列に依るかどうかは未解決です[評]。

源の側で言うと、体積の極限を取る定理 `first_surface`（`YM/Extraction/Lipschitz.lean` 166 行）に入るのは、局所の有界性と同程度連続性の上界だけです[源]。体積を変えたときの差、相関の減衰、境界条件への依存が消えることのような、一意性の材料になる言明は入っていません[源]。`Order.unique`（`YM/Extraction/Orders.lean` 70 行）が言う一意性は、同じ部分列の上での極限の一意性で、Hausdorff の空間での極限の一意性です[源]。この補題は依存の外（outside）で、どの見出しからも届きません[源]。

部分列に依るかもしれない量が、ほかにも在ります[評]。

- 相の成分どうしが等しいかどうか。各成分は群がりを持ちますが、混合の理論 S^{mix} の群がりは示されていません（§6.2）。混合が群がりを持てば全ての成分が等しくなりますが、それでも無限体積の極限の一意性には足りない、と評価書は書いています。
- 演算子積展開の係数が、体積の部分列の選び方に依らないこと（§7.5）。
- 短距離の実効の結合 $g_W(r)$ が、体積の部分列に依らないこと（§7.4）。

刻みの側は事情が違います。体積を止めた紫外の極限は、族の選んだ間隔の列の全体に沿って収束します[源]。部分列が残るのは体積の側だけです（6-02 表 3）。

03

連続の理論の確率測度

形式的な表示 $Z^{-1}\exp\!\big(-\tfrac{1}{2g^2}\int\sum_{\mu<\nu}\|F_{\mu\nu}\|^2\big)\,\mathcal{D}A$ に当たる確率測度を、適切な空間の上に定めることは、提出物が主張していることではない、と評価書 §3 は書いています[評]。構成され

た連続の対象は、局所の観測量の相関関数と、そこから再構成した量子場です[評]。

源の側でも、連続の対象は相関の表と OS の Hilbert 空間で、測度ではありません[推]。繰り込みの途中の対象についても、固定した段 m の有効な密度は切断について一様に Cauchy ですが、その極限の測度は名前を持った対象として定義されていません[推]。押し出しの測度の鏡映正値性も言われていません[推]。一段の核のパッチが鏡映の面をまたぐからです[推]。

04

一様な質量ギャップ

構成は、質量ギャップについて肯定も否定も、何の証拠も与えていません（評価書 §2）[評]。§8 の 3 が求めるのは、相関の指数的な減衰と、OS のハミルトニアン H のスペクトルの隙間です[評]。

源に在るのは、各相で一様な、次の二つの多項式の評価です[源]。

$$\sigma_A\big((0,u]\big) \le M\,u^2 \quad (0<u\le 1), \qquad 0 \le \big\langle A,\,(e^{-\tau H}-P_0)\,A\big\rangle \le M\,\tau^{-2} \quad (\tau \ge 1). \tag{1}$$

左は、有限個の語から作ったベクトル A のスペクトル測度 σ_A（源の名は `vletter`）の、エネルギー $(0,u]$ の重みです（`YM/EveryPhase/Light.lean` の `light_bound`、221 行）[源]。右は熱の評価で、τ は Euclid の時間、P_0 は零エネルギーの空間への射影です（`YM/EveryPhase/Decay.lean` の `inverse_square`、173 行）[源]。どちらも依存の表では used で、最初の見出しは `YM.SharpGram.habitat` です[源]。公開の定理・構成の定理まで届くかは確かめていません。

質量ギャップ Δ が在れば、$u<\Delta$ で左の重みは 0 になり、右は $e^{-\Delta\tau}$ で減ります。(1) はその代わりにはなりません。質量 0 の粒子を持つ理論とも両立する形だからです[推]。(1) の出所は局所可換性と前向きの光円錐で、ヤン–ミルズに特有の入力ではないと読んでいます[推]。言い直すと、質量ギャップの問いは「(1) の重みを、ある Δ 以下で 0 にする」問いです[推]。

もう一つ、構成の範囲の端を書いておきます。繰り込みの段は、間隔 1 の段 0 で結合が基準の値 $\bar\beta$ になった所で止まります[源]。$\bar\beta$ について源から読めるのは、暦の条件が $\hat\beta_m > 1$ を出すこと（`YM/PertExtension/Running.lean` 142 行で使われる `fits.delayed`）までです[源]。どれだけ大きく取るかは推し量りです[推]。そこから先の長い距離は、繰り込みでなく、鏡映正値性・チェス盤・Arzelà–Ascoli で扱われます[源]。質量ギャップの問いは、この間隔 1 の格子の理論を長い距離まで追う問いとして立て直せる見込みです[推]。そう言い直すには、極限の対象・体積に一様な局所の評価・観測量の像の三つが先に要ります（16-03）。

05

Wilson ループと面積則、一粒子の状態

格子の道に沿う平行移動は、源の土台に在ります（`YM/Lattice/Path.lean` の `travel`、105 行）源。しかし、連続の極限での Wilson ループの観測量と、その面積則の言明は見つけていません源（名前の検索の範囲）。`.lean` 全体で area law・area_law・Wilson loop・wilson_loop・WilsonLoop の語は 0 件でした。loop の語は多く出ますが、一ループの係数や暦の `loopCap` の類です推。札は一点での曲率の多項式で、線の欠陥（line defects）のような局所でない観測量についての完全性は示さない、と委員会の検査の例は書いています（`submissions/openai-20261028/docs/examples/OperatorContent-20261028.lean` 35〜38 行）源。§8 の 4 は、Wilson ループを作るだけでなく、局所の観測量と関係づけることを求めています評。

相互作用する理論の一粒子の状態とそのスペクトルの解析も、源の中に見つけていません源（名前の検索の範囲：one particle・single particle・oneParticle）。語が出るのは一か所だけで、`YM/TraceExtension/Fock/Weyl.lean` 4 行の説明文 "One particle test vectors" です源。Fock の置き場に在るので、自由場の Fock 空間の側のものと推しています推。ほかに、`YM/TraceExtension/Damping.lean` 5 行の説明文に「一点の挿入の状態とスペクトル表示」の見出しが在り、同じ説明文は質量ギャップを仮定しないと書いています源。§8 の 5 は、この解析が二・三次元の多くの構成的な模型ではなされていると書いています評（7-03）。

06

間隔の列・点の重なり・摂動論

間隔の列への普遍性

間隔の列 a_N は族が選びます。収束は、その選んだ列の全体に沿うものです評。どんな種類の間隔の列でも同じ極限になる、という普遍性の結果は無い、と評価書 §4.3 は書いています評。構成の列は、辺 b_m が 3 以上の奇数で段とともに育つ特別な列です源。辺を育てることは、一段の誤差を $\log b_m$ で割って消すための選びと読んでいます推（10-05）。

点の重なる所

相関は、点が互いに異なる配置の上の試験関数でだけ定まっています評。演算子積展開を使って、点の重なる所を含む試験関数へ相関を延ばすことはできます評。しかし、その延長の一意性、制限の無い Euclid の試験関数の上での OS の正値性、格子からの収束は示されてい

ません（§7.5）評。委員会の独立の OS の照合は、全ての対角で全ての階の微分が消える試験関数を使うので、対角に台を持つ接触項は見えません（§10）評。

摂動論との全次数の一致

摂動論との全ての次数での一致は示されていません（§7.5）評。演算子積展開の切る次数 D は札の次数で、ループの次数ではありません評。委員会の照合は、展開の係数を独立に計算したり、摂動の係数と比べたりしていません（§11）評。一致が言われているのは、主な項の水準のものです。結合の一ループの走り（6-01 表 1）と、跡の短距離の法則の係数です評。短距離の実効の結合（§7.4）に近い形の宣言は三つ在ります。`Running.ratio` は依存の外、`wilson_link` は依存の中の途中の段、見出しの `Asymptotics.comparison` は切断つきの段の結合で g_W とは別の量で、どれも三つの目標の結論には残りません（6-02）源。

07 フェルミオン

構成は純粋なヤン–ミルズ理論のものです。公開の定理の格子の測度は、リンクの変数の Haar 測度に Wilson の作用の重みを付けたもので、物質の場を持ちません（`PublicWilson.lean` の `wilsonLaw`、29〜33 行）源。源の `.lean` で fermion・Grassmann の語を探すと、自由場の Wick の置き場の説明文に「フェルミオンの次数づけからの符号は無い」と一度出るだけでした源。クォークを含む理論（量子色力学）の構成は、この構成の範囲の外です推。

08 第三巻への橋

第三巻は、ここに並んだ項目のうち、赤外の側（一意性・質量ギャップ・面積則）を扱います。本書の結果は全て格子間隔を固定した言明で、連続の理論については何も示していません。公開された構成が残した問いとは反対の端（強結合・格子間隔は固定）の言明で、公開された構成に無い種類の言明です。表 2 に、項目ごとの位置を並べます。

表 2　示されていない項目と、本書の第三巻の結果（本書の側は全て格子間隔を固定）

項目	本書の結果	言っていないこと
収束と一意性	強結合の窓の中で、部分列なしの無限体積の極限（列の全体の収束、20-03）	弱結合、連続の極限
質量ギャップ	強結合の窓の中の格子で、転送作用素の隙間（20-04）	窓の外、連続の極限での一様な隙間

項目	本書の結果	言っていないこと
面積則・閉じ込め	強結合の窓の中の格子で、Wilson ループの面積則と、渦の自由エネルギーの上界（20-06）。窓の中では率が横の大きさに依らない形が在る（前の因子、横の面積は残る）。捩れた箱の渦の床（21-02・21-03）	窓の外で横の大きさに一様な形、連続の極限での面積則
境界条件への依存	捩れた境界条件の分配関数の比と Polyakov ループ（21-06）	無限体積の極限での一意性への含意
大きい場の稀さ	一つの尺度の Wilson の測度で、体積に一様な稀さ（22-01）	粗い尺度の測度、段を跨ぐ形
フェルミオン	Wilson–Dirac の重みつきの器（20-05）	連続の極限、カイラル対称性

公開された構成は周期境界の格子だけを扱い、捩れた境界条件や渦の自由エネルギーの言明を持ちません[推]。本書の渦の結果は、境界条件への依存を測る量です。それを連続の理論や一様な隙間へ運ぶ鎖は、まだ前提に置いたままです（28-04）。開いた問いの整理は 16-02、本書の位置は 16-04 で扱います。

09

読めていない所

- 「源に無い」とした項目（連続の Wilson ループ・一粒子の状態・連続の測度）は、§05 に書いた語の検索の範囲での判断です。別の名前で同じ中身を扱う宣言が在る可能性は除けていません。
- (1) の証明は読んでいません。出所が局所可換性であることは、証明の中の補題の名から推したものです。
- 構成が $\bar{\beta}$ をどれだけ大きく取るかの陽な条件は、確かめていません。
- 固定した段の極限の測度について、名前のついた言明が本当に無いかは、置き場の一部（`YM/FullVolume/` の下）でしか探していません。
- `Weyl.lean` の "One particle test vectors" と `Damping.lean` の「一点の挿入の状態」が、相互作用する理論の一粒子の状態とどう関わるかは読んでいません。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
評 評価書は五つの開いた問いを挙げ、質量ギャップについて構成は何の証拠も与えないと書く	それらが偽であること（示されていないだけ）
源 体積の極限の定理に入るのは上界だけで、一意性は同じ部分列の上だけ	極限が部分列に依らないこと
源 各相で一様な多項式の評価 (1) が在る	指数の減衰、スペクトルの隙間
源 格子の測度に物質の場は無い	—
表 2 の本書の結果は格子間隔を固定した言明	表 1 のどの項目も、本書は連続の理論について示していない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
五つの開いた問い	評	評価書 §8
部分列・相・係数・結合の依り方	評	評価書 §5・§6.2・§7.4・§7.5
体積の極限の入力と一意性	源	OpenAI-YM-20261028：`YM/Extraction/Lipschitz.lean` 166 行、`YM/Extraction/Orders.lean` 70 行
多項式の評価	源	`YM/EveryPhase/Light.lean` 221 行、`YM/EveryPhase/Decay.lean` 173 行
平行移動	源	`YM/Lattice/Path.lean` 105 行
線の観測量の完全性	源	yang-mills-group/YM：`submissions/openai-20261028/docs/examples/OperatorContent-20261028.lean` 35〜38 行
確率測度・普遍性・接触項・摂動	評	評価書 §3・§4.3・§7.5・§10・§11
純粋なヤン–ミルズであること	源	`PublicWilson.lean` 29〜33 行。語の検索（fermion・Grassmann）は `YM/Maxwell/Wick.lean` 10 行だけ
本書の結果	—	第 20〜22 部の各章の出典の表

この章で使った語 — 部分列の極限・一意性・群がり・質量ギャップ・スペクトル測度・熱の評価・Wilson ループ・面積則・一粒子の状態・普遍性・接触項・摂動論との一致。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：7-01 構成的場の理論とは — 公開された構成の背景にある、構成的場の理論の道具と歴史に戻ります。第三巻へ進むなら 16-02 五つの開いた問い。