第二巻　存在 — 公開された構成を読む

第 10 部 結合の合わせと漸近自由

Kiichi, Shiori and Rin · 2026-11-14 の版 · https://computoergosum.com/principia/yang-mills/

> この PDF は Web 版の各章をそのまま刷ったものです。動かせる図は刷った時点の姿で止まっています。章の間のリンクは Web 版へ飛びます。最新の内容は Web 版に在ります。

章		頁
10-01	「段 m の結合」とは何か — 表示の中の係数	2
10-02	一段の写像と一ループの計算 — 殻の積分と係数 $11C_g/(24\pi^2)$	9
10-03	読み直し — 二つの配位での密度の対数比から結合を読む	16
10-04	射撃法 — 入れ子の区間と中間値の定理で裸の結合を選ぶ	23
10-05	辺を育てる理由と暦 — 一段の誤差を $\log b$ で割って消す	31
10-06	走りの定理と短距離の実効の結合 — 依存の内と外	38

「段 m の結合」とは何か — 表示の中の係数

> この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§06 は本書の検討、§07 は未解決の地図です。

この章で分かること — 公開された構成で $\beta(N, p, m)$ と書かれる数の定義。表示 `Rep` の欄 `beta` であり、二つの正規化（運動項・一ループの部分）で F^2 の付け替えを止めたうえでの係数であること。裸の結合 $\beta_{N,p} = \beta(N, p, N)$、段 0 の目標値 $\bar{\beta}$、一段ごとの減り。測度だけから読める不変量ではないこと。

前提となる章 — 9-06 密度の表示、8-01 格子・Wilson の測度・規約。漸近自由の物理は 4-06。

先に言うこと — この章は定義の章です。「段 m の結合」が表示に依ることは源自身が明記しており、本書の推し量りではありません。表示が一つに決まらないことと、測度から決まる別の結合の定義があるかどうかは別の話で、後者について源は何も言っていません。

この章の順序

1. **言明 — 段 m の結合の定義**：`History.β` と `Rep.beta`
2. **二つの正規化**：運動項の係数と、一ループの部分の先頭の Fourier の係数
3. **段の向きと、段 0 の目標値**：裸の結合 $\beta_{N,p}$、$\bar{\beta}$、一段の減り
4. **測度だけから決まる数ではない**：源の説明文の三か所
5. **規約の換算**：$\beta = 1/g_0^2$、C_g、本書の β との関係
6. **本書の検討で見えていたこと**：測度だけで定義できる合わせの量
7. **読めていない所**

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。源はリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）、評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）です。公開された構成の定理は源 で言明の字句を、「証明されている」という水準は評 で書きます。記号：一ループの傾きを $s = 11C_g/(24\pi^2)$（評価書では一ループの係数の二倍として書かれる量、源の `slopeConstant`）と書きます。

01

言明 — 段 m の結合の定義

公開された構成は、切断 N（格子間隔 $a_N = 1/D_N$）と体積の番号 p（物理の辺 L_p）ごとに、段 $m = N, N-1, \dots, 0$ の密度の表示 `rep N p m` を持ちます（`YM/RG/History.lean` 204〜206 行）。「段 m の結合」は、その表示の欄 `beta` です源 。

$$\beta(N,p,m) \;:=\; (\mathbf{rep}\ N\ p\ m).\mathbf{beta} \qquad (\mathbf{History}.\beta,\ 211\ \text{行}). \tag{1}$$

表示の形（9-06 の (1)）では、この数は主な作用 S_β^{pr} の前に掛かり、切った面の項・輸送した曲率の二乗・三次と四次の原子の全体の係数です。β の掛からない一ループの原子、正則な活動、強制された活動の気体とは別の欄にあります源 。

一番細かい段の値が**裸の結合**です。`Family.beta N p` は $\beta(N,p,N)$ と定義され（`YM/Source/Construction.lean` 38 行）、公開の定理の族の欄 `WilsonFamily.beta` になります源 。評価書の用語集は、この欄を「Wilson のエネルギーに掛かる結合で、構成は各 N,p について、N 回の繰り込みの後の結合が固定の基準値 $\bar\beta$ に等しくなるように裸の結合を選ぶ」と説明しています（付録 A、23 頁）評 。

02

二つの正規化

表示の中の一つの係数を「結合」と呼ぶには、ほかの欄との間で F^2 の項を付け替えられないようにする必要があります。たとえば一ループの原子に $\sum_p F_p^2$ に比例する項を足し、β を減らせば、同じ密度を別の β で書けてしまいます推 。源は、道のデータの条件 `PathData.Bounds` の二つの欄でこれを止めています（`YM/RG/PathActions.lean` 161〜169・181〜185 行）源 。

- **運動項の正規化**（`metric_zero`）：零運動量での二次の係数の行列が単位行列になる（9-06 の (4)）。評価書の言う「運動項の正規化」にあたります[推]。これで、滑らかな小さい配位での主な作用の二次の部分は $\frac{\beta}{2}\sum F^2$ です[推]。
- **一ループの部分の正規化**（`loop_jets`）：β に依らない一ループの原子の係数の、零次と一次の Fourier の係数（和と一次のモーメント）が 0。限界的な F^2 の項が一ループの部分に残りません[推]。

正則な活動の側にも、平らな配位で 0、affine な方向の対数 Hessian が 0、という条件があります（`RegularFamily`、9-06 §04）[源]。三つを合わせて、限界的な F^2 の係数は全て β に集まる、という形です[推]。評価書は §7.4 で「長さ r より短い揺らぎを積分すると、有効作用の曲率の二乗の項の係数が変わる。固定した正規化でのその平方根の逆が走る結合である」と書いています[評]。

03

段の向きと、段 0 の目標値

段の列の構造 `History.Selected`（`History.lean` 234〜240 行）は、結合の列に次を課します[源]。

欄	中身
`starts`	段 N（一番細かい）の表示は裸の Wilson の重み $e^{-\beta_{N,p} S_{\mathrm{W}}}$、$v = 0$
`steps`	一段の等式と $\lvert\beta(N,p,m+1) - \beta(N,p,m) - s\log b_m\rvert \le \mathrm{drift}_{m+1}$（`Transfer`、223〜227 行）
`represents`	$\beta(N,p,m) \in [\hat\beta_m/2,\ 2\hat\beta_m]$（`Conv.band`）
`reaches`	全ての N,p で $\beta(N,p,0) = \bar\beta$
`running`	$\lvert\beta(N,p,m) - \hat\beta_m\rvert \le \varepsilon\log(1/a_m)$（十分大きい m、N,p に一様。`Running`、229〜230 行）

ここで $s = 11C_g/(24\pi^2)$（源の `slopeConstant`、`YM/Gauge/Colors.lean` 184 行）、$\hat\beta_m = \bar\beta + s\log D_m$ です[源]。一段粗くするごとに、結合はおよそ $s\log b_m$ だけ**減ります**（結合定数 $g^2 = 1/\beta$ は増える）。細かい段ほど β が大きく、これが漸近自由の向きです[推]。

段 0（格子間隔 1）で結合は全ての N,p について同じ値 $\bar\beta$ に合わせられます。裸の結合 $\beta_{N,p}$ は、この条件を満たすように選ばれた数です（選び方は 10-04）[源]。$\bar\beta$ は暦の欄 `Calendar.bar`（67 行）で、大きく取ります（9-07 の表：閾が 1 以下になるにはおよそ 10^6 以上）。全ての段で結合は帯 $[\hat\beta_m/2, 2\hat\beta_m]$ に留まり、強結合の領域を繰り込みで通りません[推]。

`History.Selected` は構成の定理の結論 `Family.Makes` の欄 `wilson` です（`Construction.lean` 45 行）[源]。`running` から公開の定理の言明

`WilsonRegularity.running` が出ます（10-06）。

04

測度だけから決まる数ではない

源の説明文は三か所で、この結合が測度の不変量ではないことを書いています[源]。

1. `YM/RG/History.lean` 25〜33 行：逆結合の定義はここでは、表示の基の部分の中の実際のスカラーで、平らな係数と運動項の計量の正規化、先頭の Fourier の係数を除いた一ループの核、affine な剰余の消滅などの条件のもとでのもの。**測度に独立に結びついた数ではない**。そのような表示と継続が**在る**という形の定式化で、一意性は要求しない。`Running` を越える通常のベータ関数の主張を推し量らないこと。
2. `YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean` の説明文：道と活動を決めていない測度の上に、内在的な β の読み出しが在るとは何も言っていない。
3. `YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean` の説明文：同じ走る逆作用の係数の先頭の対数を取り出すもので、それが物理の座標空間の方式の結合に等しいとは、取り出した比べを越えては言わない。

表示が一つに決まらない以上（9-06 §05）、同じ密度 ρ_m に対して別の表示の別の β がありえます[推]。だから「段 m の結合」は、構成が選んだ段の列 `History` の中の数です。合わせの条件 $\beta(N,p,0)=\bar\beta$ も、その表示の中の係数を合わせる条件で、段 0 の測度の性質を一つ固定する条件ではありません[推]。

測度の側から見える結合は、別に二つ定義されています（10-06）[源]。

- $g_W(r)$：裸の結合の列から出発し、長さ r の直下の段まで繰り込み、極限を取った表示の係数の $-1/2$ 乗。これも表示の係数です。
- 連続の相関から作る第二の結合：スカラーの二点の微分とテンソル・スカラー・スカラーの積分した相関を自由場の値に正規化し、テンソル・スカラーの相関の微分で測る（評価書 §7.4）[評]。これは極限の相関だけで書かれます。評価書は、この結合と g_W の比が 1 に近づくことを構成が証明している、と書いています[評]。Lean では構造 `FieldComparison` の欄 `calibrationX`（`YM/TraceExtension/Endpoint.lean` 49 行）で、どの目標の結論に残るかは 10-06 §05 にまとめます。

05

規約の換算

評価書の規約では、Wilson の測度は $\exp\bigl(-\beta\sum_p(1-\operatorname{Re}\operatorname{tr}U_p/d_G)\bigr)$、Lie 環の内積は $\langle X,Y\rangle=-\operatorname{Re}\operatorname{tr}(XY)/d_G$、そして $\beta=1/g_0^2$ と読みます（§3・§4）[評]。C_g は随伴表現の Casimir の定数で、源は $-\operatorname{tr}(\operatorname{ad}x\ \operatorname{ad}y)=C_g\langle x,y\rangle$ と定めています（`YM/Gauge/Casimir.lean` 140 行、`Colors.lean` 180〜182 行）[源]。

SU(2)（$d_G=2$）では、この内積で正規直交な基底 $i\sigma_a$ をとると $C_g=8$ で、$s=11\cdot 8/(24\pi^2)=11/(3\pi^2)\approx 0.3715$ です[初]（数値の検算は浮動小数で行った）。重み $1-\operatorname{Re}\operatorname{tr}U_p/2$ は本書の $1-\operatorname{Re}U_p$（19-01）と同じなので、公開された構成の β と本書の β は同じ重みの係数として同じ数です[初]。本書の第三巻が一段の傾きとして使う値 $11/(3\pi^2)$ は、この s に一致します（23-01）[初]。本書の β は $4/g_{\mathrm{std}}^2$、公開された構成の β は $1/g^2$ で、$g_{\mathrm{std}}^2=4g^2$ なので同じ数です（8-01 §04）[初]。

C_g の値は、群をどの $U(d_G)$ に入れるか（表現）に依ります。内積を d_G で割る規約なので、$SU(N)$ の定義表現では $C_g=2N^2$（$SU(2)$ で 8、$SU(3)$ で 18）、別の表現で入れると別の値です[初]。換算の全体（$g_{\mathrm{std}}^2=2d_G\,g^2$、$SU(2)$ では三つの規約で β が同じ数）は 8-01 §04 の換算表 を基準にします。評価の側のリポジトリ（`yang-mills-group/YM`）の `submissions/openai-20261028/checks/ImportedAFGauge.lean` には別の規約の b_0 が書かれていますが、説明文しか読んでいません。

06

本書の検討で見えていたこと

本書の検討の「合わせ」は、**測度だけで定義できる量**を固定の値に合わせる形でした（示すべき言明の一つ、19-07 §合わせ）。

- 押し出した測度の粗い面の平均の期待値：決定的なブロック写像で段 m_0 まで押し出した測度の下での、粗い面の Re の平均の期待値。辺 3・中心の設計で、各 k でこの値を目標 $\kappa_0\in[0,1)$ にする非負の結合が在ることが Lean で閉じています[Lean]：`Block3.tuned3_exists`（仮定は設計の値と算術だけ。結合の単調性・発散・一意性は言っていない）。今の設計でも、期待値の連続性と、値の間に解が在ることが閉じています（`continuous_Yc`・`exists_tuning`）。
- 渦の比 θ_M：捩れた分配関数の比で、全ての $\kappa_0\in[0,1)$ に $\theta(\beta)=\kappa_0$ の解が在ること（`tuning_all`、21-07）[Lean]。

どちらも既知の型の議論（連続関数の中間値）の形式化です。違いを表にします。

	公開された構成	本書の検討
合わせる量	段 0 の表示の F^2 の係数	粗い面の平均の期待値、渦の比
測度だけで書けるか	書けない（表示が先に要る）	書ける
F^2 の係数との関係	定義そのもの	別に示す必要がある（示していない）
結合の領域	全段で弱結合の帯の中	$\beta \geq 0$ の全体（強結合も含む）

共通するのは、単位の長さで決まる量を固定の値に合わせることで尺度を決める、という考え方です[推]。公開された構成の読み直しの道具（二つの配位の対数比と強い単調性、10-03）は、「観測量の値」と「F^2 の係数」を一段ごとに結ぶ手本になりえます[推]。比べは 14-03 にまとめます。

07

読めていない所

- 表示の一意性が無いことの具体例（同じ密度の二つの表示）を源は与えておらず、本書も作っていません。§02 の付け替えの例は推し量りです。
- $\bar{\beta}$ を変えたとき、極限の相関がどう変わるか（長さの付け替えで写り合うか）。源の `YM/Extension/UV/` の近い目標への射撃は依存の外（outside）で、その意味は読んでいません。
- 評価の側の `submissions/openai-20261028/checks/CommonScaleAudit.lean`（`calibrated_reset`、67 行）の中身（言明の形だけ）。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
[源] 段 m の結合は表示の欄 `beta`（主な作用の係数）で、裸の結合は段 N の値	測度だけから決まる結合としての読み（源が否定）
[源] 運動項と一ループの部分の二つの正規化が F^2 の付け替えを止める	表示が一つに決まること（言っていない）
[源] 段 0 で全ての N, p について $\beta = \bar{\beta}$、全段で帯 $[\hat{\beta}_m/2, 2\hat{\beta}_m]$、一段で約 $s \log b_m$ 減る（構成の定理の結論の欄）	$\bar{\beta}$ を変えたときの依り方
[初] SU(2) で $C_g = 8$、$s = 11/(3\pi^2)$。本書の β と同じ重みの係数	別の内積の規約での値の比べ（評価の側は説明文だけ読んだ）
[Lean] 本書の合わせの量（粗い面の平均の期待値・渦の比）は測度だけで書け、解の存在が Lean で閉じている	それと F^2 の係数の関係

出典と再現

もの	種別	出典・道具
段の結合・段の列・説明文	源	`yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）`YM/RG/History.lean` 25〜33・67・79・204〜240 行
正規化	源	同 `YM/RG/PathActions.lean` 161〜185 行
裸の結合・構成の定理の欄	源	同 `YM/Source/Construction.lean` 38・44〜45 行
傾きと Casimir	源・初	同 `YM/Gauge/Colors.lean` 180〜184 行、`YM/Gauge/Casimir.lean` 140 行。SU(2) の値は手計算と浮動小数の検算
説明文（読み直し・先頭の対数）	源	同 `YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean` 冒頭、`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean` 冒頭
評価書の規約と結合の説明	評	`yang-mills-group/YM` `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）§3・§4・§7.4、付録 A
本書の合わせの量	Lean	本書の Lean の束（`Block3.tuned3_exists`、`continuous_Yc`・`exists_tuning`、`tuning_all`）。Lean の核の検査を通った束。19-07・21-07

この章で使った語 — 段の結合、裸の結合、表示、運動項の正規化、一ループの部分の正規化、合わせ、基準値 β、帯、走る結合、Casimir の定数。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：10-02 一段の写像と一ループの計算 — 一段で結合がどれだけ減るかの主部 $s \log b$ を、殻の積分として計算する所を読みます。

2026-11-13 · chapter ヤン–ミルズと質量ギャップ 第 10 部 結合の合わせと漸近自由 一段の写像とループの計算 · Kiichi, Shiori and Rin

一段の写像とループの計算 — 殻の積分と係数 11C_g/(24π²)

この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§06 は本書の検討、§07 は未解決の地図です。

この章で分かること — 一段の結合の移り $\alpha(N,m)$ の条件 $|\alpha + s\log b_m| + 1 \le \mathrm{drift}_{m+1}$、その主部を出す殻の積分 $(2\pi)^{-4}\int_{\mu<|k|\le 1}$ の計算（式で）、連続の殻と格子の Brillouin 域の積分の差を L に依らない定数で抑える評価、そして二ループの係数を使わずに済む理由の入口。

前提となる章 — 10-01 段 m の結合、4-06 漸近自由。四次元の極座標と球面の上の平均は 1-11。

先に言うこと — 殻の積分の言明と格子との差の言明は読みましたが、それが一段の移り α と結ばれる証明（`alphaPay` と `Kin.alpha` のつなぎ）は辿っていません。一段の写像の「一ループ」の部分の全体（停留点のまわりのガウスの積分）は 11-09 で読みます。

この章の順序

1. **言明 — 一段の移りの条件**：`Kin.Planned.kinetic` と、一段の結合の写像
2. **一ループの有効作用と二階微分**：`FiniteBound`
3. **殻の積分**：被積分関数の主部と角度の平均、`poleSpin`
4. **格子との差**：内側の球・殻・外側に分ける `absoluteGeode`、辺に依らない定数 `HorizCalc`
5. **二ループは使わない**：一段の誤差は定数のまま
6. **本書の検討で見えていたこと**：辺 2 の一段の係数 $11\ln 2/(3\pi^2)$
7. **読めていない所**

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。源はリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）、評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）です。公開された構成の定理は源 で言明の字句を、「証明されている」という水準は評 で書きます。記号：一ループの傾きを $s = 11C_g/(24\pi^2)$（評価書では一ループの係数の二倍として書かれる量、源の `slopeConstant`）と書きます。

01

言明 — 一段の移りの条件

一段（段 $m+1$ から段 m）で、結合は次の形で移ります源 。

$$\beta(N,p,m) = \beta(N,p,m+1) + \alpha(N,m) + d, \qquad |d| \le 1. \tag{1}$$

$\alpha(N,m)$ は**一ループの移り**で、源の `Kin.alpha`（`YM/PCalc/Loop.lean` 75 行）です。体積の番号 p を引数に持ちません源 。d は表示を読み直すときの補正で、10-03 で読みます。$|d| \le 1$ は一段の構造 `Directed.Move` の欄 `δ`（`YM/PCalc/Band.lean` 55 行：$|u.\beta - v.\beta - \alpha| \le 1$）で、`CouplingReset.advance` が $|d| \le$ 幅、幅 ≤ 1（`ResetPrices.unit`、`YM/UVNext/COUPLING_RESET/Prices.lean` 43 行）から供給します源 。

一ループの移りには、条件 `Kin.Planned.kinetic`（同 110 行）が課されています源 。

$$\left|\alpha(N,m) + s\log b_m\right| + 1 \;\le\; \mathrm{drift}_{m+1}. \tag{2}$$

$s = 11C_g/(24\pi^2)$、b_m は段 m の辺、drift_{m+1} は段の定数です。(1) と (2) を合わせると $|\beta(N,p,m+1) - \beta(N,p,m) - s\log b_m| \le \mathrm{drift}_{m+1}$ で、これが段の列の一段の条件 `History.Transfer`（`YM/RG/History.lean` 226〜227 行）の第二式です初 。説明文は、drift を「普遍な一ループの主部からの剰余の段ごとの大きさで、特定の一ループの計算の同定ではない」と書いています（220〜222 行）源 。

α が体積に依らないことが、走りの評価が p に一様になる（10-06）理由の一つです推 。

02

一ループの有効作用と二階微分

一ループの移りの意味は、条件 `FiniteBound`（`Loop.lean` 62〜71 行）から読めます源 。粗い場 u を固定し、細かい場を停留点（細かい作用に罰の項を足した作用の停留点、9-04 §05）

のまわりでガウスの積分をすると、粗い場の有効作用に

$$\Gamma^{1\mathrm{loop}}(u) = \text{一ループの原子}(u) + \tfrac{1}{2}\log\det \mathrm{Hess}(u) - \log(\text{座標の Jacobian}) \tag{3}$$

が出ます（`thermal`、46〜49 行）。`FiniteBound` の欄 `wave_price` は、平面波の二方向で取った $\Gamma^{1\mathrm{loop}}$ の二階微分が、$\alpha \times (\text{運動項の二次の部分}) + (\text{一ループの原子})$（`draft`、51 行）の二階微分と、点の数 × 定数 × $e^{-\gamma\cdot(\text{辺})}$ 以内で一致することを要求します源。つまり α は、一ループの有効作用の運動項の係数の移りです推。

二階微分を平面波で取るので、α は運動量の空間の積分で書けます。細かい格子の単位で、外の運動量について二階の係数を取り、粗い尺度より長い波長を切る赤外の切断 $\mu = 1/L$ を入れた Brillouin 域の積分になります推。源はこの係数を `alphaPay`（`YM/Next/STATIONARY/Films/LeadingRay.lean` 699 行）と呼んでいます源。

03

殻の積分

被積分関数の、運動量 $k \in \mathbb{R}^4$ について -4 次の斉次の主部は（`poleVec`、`YM/Next/STATIONARY/OneLoop/Bubbles.lean` 125 行）源

$$\Pi(k) = 4C_g\Big(\frac{k_1^2}{|k|^6} - \frac{4k_1^2k_0^2}{|k|^8} - \frac{1}{|k|^4}\Big). \tag{4}$$

k_0 は外の運動量の向き（二階微分を取る向き）、k_1 は場の色・偏りの向きにあたる成分です推。`poleSpin`（`YM/Next/STATIONARY/OneLoop/MomentumIntegral.lean` 326 行）は、$0 < \mu \le 1$ について

$$\frac{1}{(2\pi)^4}\int_{\mu<|k|\le 1} \Pi(k)\, d^4k = -\,s\,\log\frac{1}{\mu}, \qquad s = \frac{11C_g}{24\pi^2} \tag{5}$$

と言います源（係数 $(2\pi)^{-4}$ は `cartWeight`、28 行）。

手で確かめます初。四次元の単位球面の上の平均を $\langle\cdot\rangle$ と書くと、対称性から

$$\langle \hat k_1^2\rangle = \frac{1}{4}, \qquad \langle \hat k_1^2 \hat k_0^2\rangle = \frac{1}{d(d+2)} = \frac{1}{24} \quad (d=4). \tag{6}$$

よって $|k| = r$ の球面の上で Π の平均は $\frac{4C_g}{r^4}\big(\frac14 - \frac{4}{24} - 1\big) = -\frac{11C_g}{3r^4}$ です。四次元の球殻の体積の要素は $2\pi^2 r^3\,dr$ なので

$$\int_{\mu<|k|\le 1}\Pi\, d^4k = -\frac{11C_g}{3}\cdot 2\pi^2\int_\mu^1 \frac{dr}{r} = -\frac{22\pi^2 C_g}{3}\log\frac{1}{\mu}, \qquad \frac{1}{16\pi^4}\cdot\Big(-\frac{22\pi^2C_g}{3}\Big) = -\frac{11C_g}{24\pi^2}. \tag{7}$$

本書は (6) と (5) を、単位球面の上の一様な点 40 万個の平均でも確かめました（$\langle \hat{k}_1^2 \rangle \approx 0.2503$、$\langle \hat{k}_1^2 \hat{k}_0^2 \rangle \approx 0.0417$、$\mu = 0.05$ で積分の値の差は 10^{-4} 程度、SU(2) で $C_g = 8$）初。

$\mu = 1/L$ と置くと、殻の積分は $-s \log L$ です。辺 L の一段で、主部は結合を $s \log L$ だけ減らします。これが (2) の $-s \log b_m$ です推。三つの項のうち $-1/|k|^4$ が一番大きく（係数 -1）、前の二つ（$+1/4$ と $-1/6$）が補正です初。四次元の $1/|k|^4$ の積分が対数になることが、結合が無次元で対数で走ることの計算上の姿です推。

04 格子との差

実際の α は格子の Brillouin 域の上の積分で、被積分関数は主部 Π そのものではありません。`absoluteGeode`（`MomentumIntegral.lean` 346 行）は、域を三つに分けて差を抑えます源。

- 内側の球 $|k| \le \mu$：被積分関数 g の大きさの仮定 `Waves1`：$|g(k)| \le A/(|k| + \mu)^4$（`Bubbles.lean` 276 行）で、体積 $\sim \mu^4$ との積が $O(A)$。
- 殻 $\mu < |k| \le 1$：主部との差の仮定 `Waves2`：$|g(k) - \Pi(k)| \le D/|k|^3 + D\mu^2/|k|^6$（277 行）で、$\int_\mu^1 (r^{-3} + \mu^2 r^{-6}) r^3 dr = O(1)$。
- 外側（Brillouin 域の残り）：`Waves1` で $O(A)$。

結論は $|\alpha_{\text{pay}} + s \log \mu^{-1}| \le (2\pi)^{-4} c(A, D)$ で、右辺は μ に依りません源。`HorizCalc`（`YM/Next/STATIONARY/Level/Transition.lean` 20 行）は、これを辺の言葉で言い直した形の言明です：ある $L_{\min}$ と $D \ge 0$ が在って、$L_{\min}$ 以上の全ての奇数の L で $|\alpha_{\text{pay}} + s \log L| \le D$源（言明はさらに、辺の列・道のデータ・床の条件などについての「全ての」と、評価する量の「在る」を含みます。ここではそれらを略して書きました）。そして `pouring`（`YM/Next/STATIONARY/FullPlanned.lean` 17 行）は、ゲージ群が単純なら、この形の評価の束 `Fluent G` が成り立つと言います源。

大事なのは、差の定数 D が**辺 L に依らない**ことです源。一段の誤差は $O(1)$ で、$\log L$ に比べて小さい、という形です。

05 ニループは使わない

標準の摂動論では、結合の走りは $\mu \, dg/d\mu = -b_0 g^3 - b_1 g^5 - \cdots$（4-06）で、一段の移りの $O(1)$ の部分には二ループ以上の寄与と格子の有限の効果が入ります典。公開された構成はこ

の $O(1)$ を計算しません[源]。(2) は α を主部 $-s\log b$ から定数 drift 以内に置くだけで、drift の中身は評価しません。

辺が固定なら、n 段の誤差は $n\cdot O(1)$ で、主部 $s\,n\log b$ と同じ大きさになり、傾き s が確定しません。公開された構成は辺を段とともに育て、$\mathrm{drift}/\log b_m \to 0$ にすることで、誤差の和を主部の $o(\cdot)$ にしています（10-05）[源]。二ループの係数を使わずに一ループの傾きを確定させる、という設計です。その代わり、間隔の列は特別なものになります（評価書 §4.3：間隔の列の型についての普遍性は無い）[評]。

走りの定理が言うのも主部だけです。二ループの係数、$\log\log$ の補正、$\beta-(\bar\beta+s\log D)$ の有界性は言われていません（10-06）[源]。

06

本書の検討で見えていたこと

本書の第 15 部と第三巻は、辺 2 の一段で結合が減る量の主部を $\frac{11}{3\pi^2}\ln 2$（SU(2)）としていました（15-01・23-01）。数値は $11\ln 2/(3\pi^2)\approx 0.2575$ です。

規約を揃えると、公開された構成の傾き s は SU(2) で $11/(3\pi^2)$ で（10-01 §05、換算は 8-01 §04）、辺 2 の一段ぶん $s\ln 2$ は本書の値と一致します[初]。前提は、本書の β が $\sum_p(1-\mathrm{Re}\,U_p)$ の係数であること（19-01）です。一致は本書の検討の手計算で、Lean の言明ではありません。

- 公開された構成は 3 以上の奇数の辺しか使わないので、辺 2 は扱っていません[源]。
- 一致するのは $\log b$ の係数だけで、一段の $O(1)$ の定数は比べられません[推]。
- 本書の検討の紫外の試み（第 15 部）は、辺を 2 に固定し、一段の正味の括弧（主部 ± 一段の取りこぼし）を段に一様に払う形を探していました。辺を育てて $O(1)$ を $\log b$ で割って消すという道は取っていません（14-05）。

07

読めていない所

- `alphaPay` と `Kin.alpha` をつなぐ証明（`YM/Next/STATIONARY/FullPlanned.lean` の先、`under_contract` 以下）。
- `alphaPay` の正確な定義（`leapTip`・`profitable` の中身）と、(4) の k_0,k_1 の意味（§03 の読みは推し量り）。
- 仮定 `Waves1`・`Waves2` の定数の供給（`astronomy`・`saunter`・`vintageWilson`）。

- これらの宣言が公開の定理の存在の道に載るか。記録の上では `poleSpin`・`absoluteGeode`・`HorizCalc`・`pouring`・`Kin.Planned.kinetic` は used（証人 `SharpGram.habitat`）で、存在の道の鎖は辿っていません。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 一段の移りは $\beta_m = \beta_{m+1} + \alpha + d$、$\lvert d\rvert \le 1$、$\lvert\alpha + s\log b_m\rvert + 1 \le \mathrm{drift}_{m+1}$、$\alpha$ は体積に依らない	drift の中身（評価しない設計）
源 $(2\pi)^{-4}\int_{\mu<\lvert k\rvert\le 1}\Pi = -s\log(1/\mu)$（`poleSpin`）	二ループの係数
初 角度の平均 $1/4$・$1/24$ と殻の体積 $2\pi^2 r^3 dr$ から係数 $11C_g/(24\pi^2)$ が出る（数値でも確認）	—
源 格子の積分と主部の差は辺に依らない定数で抑えられる（`absoluteGeode`・`pouring`）	`alphaPay` と `Kin.alpha` のつなぎ（辿っていない）
初 SU(2) で辺 2 の一段ぶん $s\ln 2 = 11\ln 2/(3\pi^2)$ は本書の値と一致（規約を揃えた手計算）	一段の $O(1)$ の定数の比べ

出典と再現

もの	種別	出典・道具
一段の移りの条件・有効作用	源	`yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）`YM/PCalc/Loop.lean` 46〜51 行（`thermal`・`draft`）、62〜71 行 `FiniteBound`、75 行 `Kin.alpha`、110 行 `kinetic`
主部と殻の積分	源	同 `YM/Next/STATIONARY/OneLoop/Bubbles.lean` 125・276・277 行、`MomentumIntegral.lean` 28・174・326・346 行
辺に依らない定数	源	同 `YM/Next/STATIONARY/Level/Transition.lean` 20 行 `HorizCalc`、`FullPlanned.lean` 17 行 `pouring`、`Films/LeadingRay.lean` 699 行 `alphaPay`
段の列の一段の条件	源	同 `YM/RG/History.lean` 220〜227 行
(6)(7) と数値の検算	初	本文の手計算。球面の上の一様な点 40 万個の平均（浮動小数の計算の記録）
普遍性が無いこと	評	`yang-mills-group/YM` `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）§4.3
本書の辺 2 の一段の値	初	15-01・23-01

この章で使った語 — 一ループの移り、drift、一ループの有効作用、殻の積分、角度の平均、Brillouin 域、赤外の切断、二ループ、傾き $2\mathrm{b}_0$。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：10-03 読み直し ― 一段の後に表示の β を、二つの配位での密度の対数比から読み直す手続きを読みます。

読み直し — 二つの配位での密度の対数比から結合を読む

この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§06 は本書の検討、§07 は未解決の地図です。

この章で分かること — 一段の移りの式 $\beta_m = \beta_{m+1} + \alpha + d$（10-02 の (1)）の補正 d がどう決まるか。押し出した密度 H の、平らな配位 $\mathbf{1}$ と試験配位 V での値の対数比を、表示の式に合わせる一つの方程式。その左辺が d について傾き $K(V)/2$ 以上で増えること（強い単調性）から、根が一つで、入力に連続に依り、$|d| \le 1$ であること。

前提となる章 — 10-01 段 m の結合、10-02 一段の写像と一ループの計算、9-06 密度の表示。

先に言うこと — 読み直しが決めるのは二つのスカラー（β と真空の項 v）だけです。表示が密度に**全ての配位で**等しいことは、別の剰余の評価（`Remainder`）から出ます。その評価の中身（小さい場の一段の展開）は 11-09 の範囲で、この章では言明の形だけ読みます。試験配位 V の具体形は読んでいません。

この章の順序

1. **言明 — 二つのスカラーの読み直し**：`Template` ・ `residual` ・ `correct` ・ `advance`
2. **二つの配位**：平らな配位で v、試験配位で β
3. **強い単調性と一意な根**：`Response` と `solve`
4. **ずれの上界と連続性**：`posterior` ・ `balance`、$|d| \le 1$
5. **二点の等式から全体の等式へ**：`ShapeControl` と `realizes`
6. **本書の検討で見えていたこと**：観測量の値と F^2 の係数を結ぶ道具
7. **読めていない所**

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。源はリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）、評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）です。公開された構成の定理は源 で言明の字句を、「証明されている」という水準は評 で書きます。

01

言明 — 二つのスカラーの読み直し

一段の後、段 m の密度は核で押し出した関数 $H = \mathcal{T}_{\beta_{m+1}}\rho_{m+1}$（9-01）です。これを段 m の表示（9-06）で書き直すとき、源は表示の残りの部分（道のデータ・切りの母数・帳簿の点・活動の族）を先に決め、二つのスカラー β と v を最後に読み直します（`YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean`、`Advance.lean`）源 。

表示の指数の部分を、β について一次の形に分けて書きます（`Template`、`Reset.lean` 43〜47 行、60〜62 行）源 。

$$-\log\frac{\rho(U)}{e^{v|\Lambda|}} = \beta\,K(U) + B(U) + A_d(U) \qquad (\text{旗の無い } U). \tag{1}$$

K は主な作用の β の掛かる部分（`leg`、源の `kinetic`）、B は $\beta = 0$ の主な作用、つまり一ループの原子（`background`）、A_d は正則な活動の和（`add`）です。活動は補正 d に依ってよい形になっています（`terms : ℝ → ℝ → Activities`）。旗が無ければ気体は 1 です（9-06）。

読み直しの方程式は、源の `residual`（64〜65 行）源 ：

$$\Phi_x(d) = \big(\beta_x^{\mathrm{pred}} + d\big)K(V) + B(V) + A_{x,d}(V) - \big[\log H_x(\mathbf{1}) - \log H_x(V)\big] = 0. \tag{2}$$

x は曲線の径数（射撃の裸の結合、10-04）、$\beta_x^{\mathrm{pred}} = \beta_{m+1}(x) + \alpha(N,m)$ は一ループの予測（`predictor`、`Advance.lean` 51 行）、括弧の中は二つの配位での密度の対数比（`contrast`、`Reset.lean` 50 行）です。

定理 `CouplingReset.correct`（`Advance.lean` 157 行）は、仮定（試験配位の条件 `Usable`、入力の資金 `Income`、入力が段 $m+1$ の曲線であること）のもとで、(2) の根 $d(x)$ が在り、x について連続で、読み直した表示が $\mathbf{1}$ と V の二点で H_x に等しい、と言います源 。`advance`（175 行）は、さらに剰余の仮定 `Remainder` のもとで、読み直した表示が一段の等式（全ての配位での等式）を満たし、$|d(x)| \le$ 幅 ≤ 1 であることを言います源 。

02

二つの配位

読み直しは二つの配位だけを使います源。

- **平らな配位 $\mathbf{1}$**（全てのリンクが単位元）：面の値は全て 1 で、主な作用も一ループの原子も 0、正則な活動は条件 $E_i(\mathbf{1}) = 0$ で 0、旗は無く気体は 1 です。表示の値は $e^{v|\Lambda|}$ だけなので、$v = \log H(\mathbf{1})/|\Lambda|$ と読めます（`scalar`・`scalar_eq`、51・85 行）。
- **試験配位 V**：旗が無く、主な作用の β の部分が点の数に比べて大きい配位です。条件 `Usable`（`Advance.lean` 55〜58 行）は、$\mathrm{flags}_{t_m}(V) = \varnothing$ かつ $K(V) \geq |\Lambda|\,\eta\,t_m^2$（$\eta$ は段の定数、t_m は 9-07 の閾）を要求します。そのような V が在ることは `usable`（60 行）が供給します。

二つの配位での表示の値を H に合わせる二つの等式は、二つの未知数 v, β に対して、v は平らな配位で、β は対数比 (2) で決まる、という分かれた形です（`contrast_eq`、88 行）源。対数比を使うので、密度に正の定数を掛けても v が動くだけで β は変わりません（説明文、`rescale_*`）源。

読むのが旗の無い小さい場の配位だけなので、β は「小さい場での有効作用の運動項の係数」として読まれます推。説明文は、他の配位での一致には分離のほかに剰余の評価の代価が要る、と書いています（`Reset.lean` 冒頭）源。

03

強い単調性と一意な根

源の `Response`（`Root.lean` 27〜31 行）は、二変数の関数 $\Phi(x, d)$ について次の四つを束ねた構造です源。

$$\mu > 0, \qquad a \leq b \;\Rightarrow\; \Phi(x,b) - \Phi(x,a) \geq \mu\,(b-a), \qquad d \mapsto \Phi(x,d) \text{ 連続}, \qquad x \mapsto \Phi(x,a) \text{(連}$$

二つ目が**強い単調性**（傾きが μ 以上）です。`correct` は、(2) について $\mu = K(V)/2$ の `Response` を作ります源。(2) の d についての傾きは $K(V)$ と、活動の d への依り方 $\partial_d A_{x,d}(V)$ の和です。源の `response`（`Reset.lean` 131 行）は、活動の変化が $-(K(V) - \mu)(b-a)$ 以上であれば傾きが μ 以上になる、という形の十分条件で、その代価は `Income` の欄として払います源。

強い単調性から根は高々一つです。在ることは中間値の定理からです：`solve`（`Root.lean` 60 行）は、各 x で $\Phi(x, \mathrm{lo}) \leq 0 \leq \Phi(x, \mathrm{hi})$ となる括弧が在れば、根 $d(x) \in [\mathrm{lo}, \mathrm{hi}]$ が在り、x について連続であると言います源。

強い単調性が**補正 d** についての性質であることに注意します。説明文（`response` の上、127〜130 行）は、強い単調性には既に決めた道の寄与が含まれるので、**入ってくる裸の結合についての単調性は求めない**、と書いています源。射撃の側（10-04）でも、裸の結合から段 0 の結合への写像の単調性は使われません。

04

ずれの上界と連続性

強い単調性から、根のずれが方程式の値で抑えられます源（`Response.inverse`・`posterior`、`Root.lean` 42・49 行）。

$$|b-a| \le \frac{|\Phi(x,b)-\Phi(x,a)|}{\mu}, \qquad |d(x)-a| \le \frac{|\Phi(x,a)|}{\mu}. \tag{4}$$

$a=0$ と置けば、一ループの予測そのもので方程式がどれだけ外れているか $|\Phi(x,0)|$ で補正の大きさが抑えられます初。`balance`（72 行）は、$|\Phi(x,0)| \le \mu r$ なら $\pm r$ が括弧になり、根は $[-r,r]$ に在る、と言います源。`correct` はこれを幅 r（`width`、源の価格の表 `ResetPrices.radius`）で使い、`advance` の結論 $|d| \le$ 幅、さらに幅 ≤ 1（`q.unit`）を出します源。

(4) の一つ目から、根は入力に連続に依ります（`Response.continuous`、`Root.lean` 54 行）源。$x \mapsto \Phi(x,a)$ が連続なら $x \mapsto d(x)$ も連続です。これが射撃法（10-04）で、裸の結合を動かしたとき段ごとの結合が連続な曲線になる（`Curve`）ことの一つの部品です推。

道具	使う性質	出るもの
中間値の定理（`solve`）	括弧と連続性	根の存在
強い単調性	傾き $\ge \mu$	根の一意性
`posterior`	強い単調性	補正の上界 $\lvert\Phi(x,0)\rvert/\mu$
`Response.continuous`	強い単調性＋x についての連続	根の連続性

05

二点の等式から全体の等式へ

二つの配位で合わせただけでは、表示が全ての配位で密度に等しいとは言えません。源はこの段差を、別の仮定で埋めます源。

`ShapeControl`（`Reset.lean` 115〜117 行）は、各 x・各配位 U について、表示の形の部分（$e^{v|\Lambda|}$ を除いたもの）と $H_x(U)/H_x(\mathbf{1})$ の差が、(2) の値 $|\Phi_x(a)|$ の定数倍で抑えられる、という

仮定です。`realizes`（119 行）は、根 $d(x)$ では右辺が 0 なので、表示が H_x に**全ての配位で等しい**と結論します源 。

つまり、一段の等式（近似なしの等式、9-01 §04）の中身は、(i) 小さい場の一段の展開で「表示の形がスカラー以外で一致する」ことを別に示し（`Remainder` の欄 `shape`）、(ii) 残る二つのスカラーを読み直しで合わせる、という分担です推 。小さい場の一段の展開は、ガウスの近似の誤差も非ガウスの残りも被積分関数の中に残したまま運ぶ三つの等式で、`Move.ident` を出します（11-09）源 。

どの目標に入っているか。`correct`・`advance`・`residual`・`solve` は記録の上で used（証人 `SharpGram.habitat`）で、`advance` の直接の使い手は `AnalyticBridge.VerifiedReset.Return.reset` です源 。本書の検討は源を辿り、公開の定理の存在の道（`rodB` から）に `reset` が載ることを鎖で確かめています源 。

06

本書の検討で見えていたこと

本書の検討の合わせ（10-01 §06）は、押し出した測度の粗い面の平均の期待値や渦の比を、裸の結合 β の連続関数として見て、中間値の定理で目標に合わせる形でした。Lean で閉じているのは解の存在までで、β についての単調性・一意性は言っていません（`Block3.tuned3_exists`・`tuning_all`）Lean 。

公開された構成の読み直しは、別の場所で一意性を得ています。

- 動かすのは裸の結合ではなく、**表示の中の補正** d です。表示の他の部分を固定すると、対数比の方程式は d について傾き $K(V)/2$ 以上で増え、根は一つです。
- 裸の結合についての単調性は求めず、射撃（10-04）は存在だけを使います。

本書の検討で欠けていた「観測量の値 $\leftrightarrow$ F^2 の係数」の関係（10-01 §06 の表）を一段ごとに運ぶ道具として、二つの配位の対数比と強い単調性による読み直しは手本になりえます推 。ただし、公開された構成の対数比は表示の中の量で、本書の合わせの量（測度だけで書ける期待値）とは別物です。両者を結ぶ言明は、本書の側にも公開された構成の側にもありません推 。比べは 14-03 にまとめます。

07

読めていない所

- 試験配位 V の具体形（`YM/UVNext/COUPLING_RESET/Probe.lean`。説明文だけ読んだ）と、`usable` の証明の中身。
- 入力の資金 `Income` と剰余の仮定 `Remainder` が、存在の道でどう供給されるか（`AnalyticBridge/VERIFIED_RESET_STEP` の側）。
- 説明文が言う一意性 `scalars_unique`（`Advance.lean` 冒頭）の言明の在りかと形。
- 幅 `ResetPrices.radius` の値と、それが段の定数のどこから来るか。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 v は平らな配位で、β は平らな配位と旗の無い試験配位での密度の対数比で読み直す（方程式 (2)）	試験配位の具体形
源 仮定のもとで (2) は d について傾き $K(V)/2$ 以上で増え、根は一つで入力に連続（`correct`・`solve`）	裸の結合についての単調性（求めていない）
源 剰余の仮定のもとで読み直した表示は全ての配位で密度に等しく、$\lvert d\rvert \le 1$（`advance`・`realizes`）	剰余の仮定の供給（11-09 の範囲）
源 存在の道に読み直しが載ることは、本書の検討で鎖を源で辿って確かめた	—
推 読み直しは、観測量の値と F^2 の係数を一段ごとに結ぶ道具の手本になりうる	本書の合わせの量と表示の係数を結ぶ言明（どちらの側にも無い）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
形・方程式・二点の等式・全体の等式	源	`yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0） `YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean`：`Template` 43 行、`contrast` 50 行、`scalar` 51 行、`leg`・`background`・`add` 60〜62 行、`residual` 64 行、`scalar_eq` 85 行、`contrast_eq` 88 行、`passes` 99 行、`ShapeControl` 115 行、`realizes` 119 行、`response` 131 行
強い単調性と根	源	同 `Root.lean`：`Response` 27 行、`inverse` 42 行、`posterior` 49 行、`continuous` 54 行、`solve` 60 行、`balance` 72 行、`balance_solve` 80 行
一段の読み直し	源	同 `Advance.lean`：`predictor` 51 行、`Usable` 55 行、`usable` 60 行、`Income` 78 行、`Remainder` 97 行、`correct` 157 行、`advance` 175 行
依存の記録	源	同 `verification/declaration-usage.tsv`

もの	種別	出典・道具
本書の合わせの存在	Lean	本書の Lean の束（`Block3.tuned3_exists`・`tuning_all`）。21-07

この章で使った語 ― 読み直し、対数比、平らな配位、試験配位、強い単調性、根、括弧、ずれの上界、剰余の評価、一段の等式。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：10-04 射撃法 ― 段ごとの帯の入れ子の区間と中間値の定理で、段 0 の結合を $\bar{\beta}$ にする裸の結合を選ぶ所を読みます。

射撃法 — 入れ子の区間と中間値の定理で裸の結合を選ぶ

この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§07 は本書の検討、§08 は未解決の地図です。

この章で分かること — 切断 N と体積 p ごとに、段 N の裸の結合 x を径数として段ごとの結合を連続な曲線 $x \mapsto \beta_m(x)$ と見て、段ごとの帯の入れ子の区間を作り、段 0 で中間値の定理を使って $\beta_0(x) = \bar{\beta}$ の x を取る手続き。使うのは曲線の連続性と、一段の誤差の不等式 $\mathrm{drift} \le (s/4)\log b$ だけであること。一意性がどこで言われ、どこで言われていないか。

前提となる章 — 10-01 段 m の結合、10-03 読み直し。中間値の定理は 第 1 部 の前提の範囲です。

先に言うこと — 源には射撃の帯が二通り在ります。公開の定理の存在の道に載るのは `YM/FullVolume/Arc.lean` の帯で、`YM/Shoot/` の帯（段 0 で一点に潰れる）は別の見出しの定理の側です。この章は前者を主に書き、後者は §05 で区別のために書きます。射撃は存在だけを与え、裸の結合の一意性は射撃の道では言われません。

この章の順序

1. **言明 — 段 0 の結合を β にする裸の結合が在る**：`Arc.bought` ・ `covers` ・ `rodB`
2. **帯と、一段で帯を越える不等式**：`low` ・ `high` ・ `crosses`
3. **入れ子の区間**：`narrow`（中間値の定理を二回）と、段 N から段 0 への帰納
4. **段 0 で一点を取る**：`nearby` と `covers`、選択
5. **二つの射撃の帯を取り違えない**：`Shoot/` の帯との違い
6. **一意性について**：射撃の道では言わず、固定した再帰の中の一意性の欄が別に在る
7. **本書の検討で見えていたこと**：大域の端による合わせ
8. **読めていない所**

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。源はリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）、評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）です。公開された構成の定理は源 で言明の字句を、「証明されている」という水準は評 で書きます。記号：一ループの傾きを $s = 11C_g/(24\pi^2)$（評価書では一ループの係数の二倍として書かれる量、源の `slopeConstant`）と書きます。

01

言明 — 段 0 の結合を β にする裸の結合が在る

段の列の構造 `History.Selected` の欄 `reaches` は、全ての N, p で段 0 の結合が $\bar{\beta}$ であることを要求します（10-01）。その裸の結合 $\beta_{N,p}$ を選ぶのが射撃法です。公開の定理の存在の道では、次の三つで行われます源 。

1. `FullVolume.Arc.bought`（`YM/FullVolume/Arc.lean` 95 行）：仮定（再帰の材料 `Issues`、群が単純、一段の誤差の条件 `Drifting`）のもとで、各 $m \le N$ に「弧」`Arc` が在る源 。
2. `Arc.covers`（71 行）：段 0 の弧について、区間 $[\frac{3}{4}\bar{\beta}, \frac{5}{4}\bar{\beta}]$ は「裸の結合 $x \mapsto$ 段 0 の結合」の像に含まれる源 。
3. `FullVolume.rodB`（`YM/FullVolume/Stage/Rods.lean` 26 行）：`bought` と `covers` を使い、$\bar{\beta}$ が区間の内部にあること（`centers`、`Arc.lean` 25 行）から、各 N, p で段 0 の結合が $\bar{\beta}$ になる裸の結合を一つ**選び**（`choose`）、段の列 `Selected` を組み立てる源 。

`rodB` は、本書の検討で公開の定理の存在の道に載ることを鎖で辿って確かめた宣言の一つで、記録の上でも `Arc.bought`・`covers` の直接の使い手です源 。`Issues` は仮定のままではなく、存在の道では `Roof.Lyrics.supplier`（`YM/FullVolume/C/Songbook.lean` 76 行）が供給します源 。

02

帯と、一段で帯を越える不等式

段 m の帯を次のように置きます（`low`・`high`、`Arc.lean` 21〜22 行）源 。

$$\mathrm{low}_m = \tfrac{3}{4}\bar{\beta} + \tfrac{5}{8}\cdot s \log D_m, \qquad \mathrm{high}_m = \tfrac{5}{4}\bar{\beta} + \tfrac{3}{2}\cdot s \log D_m. \tag{1}$$

段 0 では $D_0 = 1$ なので帯は $[\frac{3}{4}\bar\beta, \frac{5}{4}\bar\beta]$ で、一点に潰れません。どの段でも帯は表示の帯 $[\hat\beta_m/2, 2\hat\beta_m]$（$\hat\beta_m = \bar\beta + s\log D_m$）の中にあります（`fits`、31 行）源 。係数を比べれば $\frac{3}{4} \ge \frac{1}{2}$、$\frac{5}{8} \ge \frac{1}{2}$、$\frac{5}{4} \le 2$、$\frac{3}{2} \le 2$ です初 。

一段の誤差の条件 `Drifting`（`YM/Shoot/Reach.lean` 70〜71 行）は $\mathrm{drift}_{i+1}/\log b_i \le s/4$ です源 。一段の関係 $|\beta_{i+1} - \beta_i - s\log b_i| \le \mathrm{drift}_{i+1}$（10-02）と合わせると、次が出ます（`crosses`、`Arc.lean` 75 行）源 。

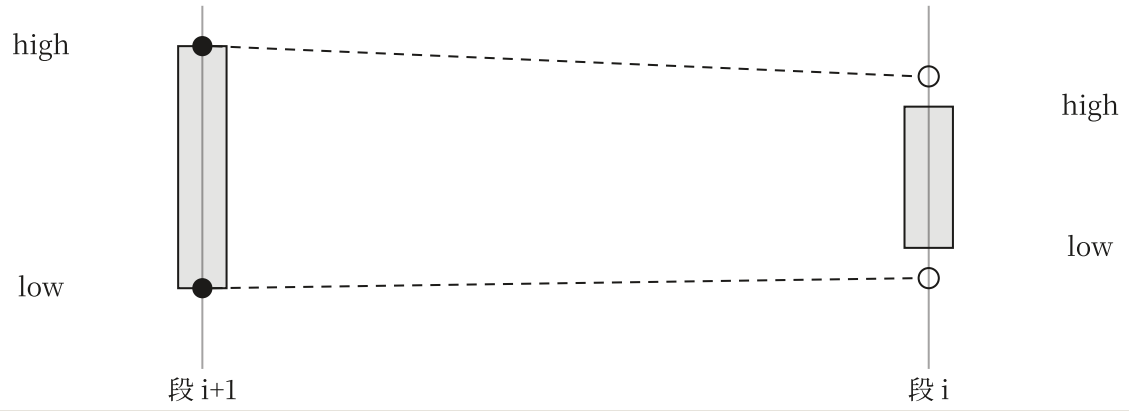
$$\beta_{i+1} = \mathrm{low}_{i+1} \;\Rightarrow\; \beta_i < \mathrm{low}_i, \qquad \beta_{i+1} = \mathrm{high}_{i+1} \;\Rightarrow\; \beta_i > \mathrm{high}_i. \tag{2}$$

確かめます初 。$\ell = \log b_i$ と書くと、$\mathrm{low}_{i+1} = \mathrm{low}_i + \frac{5}{8}s\ell$、$\mathrm{high}_{i+1} = \mathrm{high}_i + \frac{3}{2}s\ell$ です。一段で β は $s\ell \pm \frac{1}{4}s\ell$ だけ減るので、

$$\beta_i \le \mathrm{low}_i + \tfrac{5}{8}s\ell - s\ell + \tfrac{1}{4}s\ell = \mathrm{low}_i - \tfrac{1}{8}s\ell, \qquad \beta_i \ge \mathrm{high}_i + \tfrac{3}{2}s\ell - s\ell - \tfrac{1}{4}s\ell = \mathrm{high}_i + \tfrac{1}{4}s\ell. \tag{3}$$

帯の床は一段で $\frac{5}{8}s\ell$ しか下がらないのに、結合は $\frac{3}{4}s\ell$ 以上下がる。帯の天井は $\frac{3}{2}s\ell$ 下がるのに、結合は $\frac{5}{4}s\ell$ 以下しか下がらない。だから細かい段で帯の端にいた軌道は、一段粗い段で帯の外に出ます。

図 1　一段（段 $i+1 \to$ 段 i）での帯と軌道。左の段の床・天井にいた軌道（●）は、右の段で帯の外（○）に出る。その間の軌道の値は中間値の定理で帯を覆う。



図は縦の位置を、帯の形が見えるように段ごとに描き直したもので、目盛りは正確ではありません。

03 入れ子の区間

`Arc`（`Arc.lean` 58〜67 行）は、段 m について次の組です源 ：区間 $[l, u]$ と、各 $x \in [l, u]$ の段 N から段 0 までの軌道 $x \mapsto$ (段ごとの表示)。条件は、段 N の結合が x（x が裸の結

合)、段 m から N までの各段で $x \mapsto \beta_i(x)$ が連続な曲線（`Curve`）、各段で帯の中と一段の関係、そして段 m で $\beta_m(l) = \mathrm{low}_m$、$\beta_m(u) = \mathrm{high}_m$。

`bought` は段 N から下へ帰納で弧を作ります源 。

1. **段 N**：`Issues.initial`（`YM/Shoot/Criteria.lean` 100〜101 行）の連続な曲線（表示を裸の結合で径数づけたもの）を使い、区間 $[\mathrm{low}_N, \mathrm{high}_N]$ を取ります。段 N の結合は x そのものです。
2. **段 $k+1$ から段 k**：`Issues.advances`（102〜106 行）が、段 $k+1$ の連続な曲線から段 k の連続な曲線を作ります（一段の繰り込みと読み直し、10-03)。区間の端の軌道は (2) で段 k の帯の外に出ます。そこで `narrow`（`Reach.lean` 18 行）が、中間値の定理を二回使って部分区間 $[l', u'] \subset [l, u]$ を選びます：$\beta_k(l') = \mathrm{low}_k$、$\beta_k(u') = \mathrm{high}_k$、かつ $[l', u']$ の上で β_k は帯 $[\mathrm{low}_k, \mathrm{high}_k]$ に値をとる。

`narrow` の選び方は、$\beta_k = \mathrm{high}_k$ となる点の集合の下限 w を取り、$[l, w]$ で $\beta_k = \mathrm{low}_k$ となる点の集合の上限 z を取る、というものです（`sInf`・`sSup`）源 。こうすると $[z, w]$ の内部で β_k は二つの端の値の間に留まります初 。

区間は段を下るごとに入れ子に狭まり、全ての段で帯の中の軌道だけが残ります。使うのは**曲線の連続性と一段の誤差の不等式だけ**です源 。一段の写像の微分の評価は使いません。説明文（`Arc.lean` 冒頭）は「一段の微分の評価より前の射撃」と書いています源 。

04

段 0 で一点を取る

段 0 の弧では、$\beta_0(l) = \mathrm{low}_0 = \frac{3}{4}\bar{\beta}$、$\beta_0(u) = \mathrm{high}_0 = \frac{5}{4}\bar{\beta}$ です。連続な曲線 $x \mapsto \beta_0(x)$ に中間値の定理を使うと、$[\frac{3}{4}\bar{\beta}, \frac{5}{4}\bar{\beta}]$ の全ての値が像に入ります（`covers`）源 。$\bar{\beta} > 0$ なので $\bar{\beta}$ はこの区間の内部です（`centers`）源 。だから $\beta_0(x) = \bar{\beta}$ となる裸の結合 x が在り、`rodB` はそれを選択公理で一つ取ります源 。

こうして選んだ軌道から、段の列 `Selected` の全ての欄（`starts`・`steps`・`represents`・`reaches`・`running`）が組まれます（`Rods.lean` 39〜46 行)。`running` は一段の誤差の和から出ます（`Shoot.trajectory`、10-05）源 。

帯を段 0 で潰さず、$\bar{\beta}$ のまわりの幅を残す形なので、同じ暦で目標を $[\frac{3}{4}\bar{\beta}, \frac{5}{4}\bar{\beta}]$ の他の値に取り替えても射撃できます推 。説明文は「少し動かした目標に射撃できるかは、別の暦を処方する問題ではない」と書いています（`Arc.lean` 冒頭）源 。ただし弧は**前向きの曲線**だけを言い、逆写像（段 0 の値 → 裸の結合）が関数であるとは言っていません（同）源 。

05

二つの射撃の帯を取り違えない

源には、もう一つの射撃 `YM/Shoot/Reach.lean` が在ります源 。帯は床 $\bar{\beta}+\frac{1}{2}\cdot s\log D_m$、天井 $\bar{\beta}+2\cdot s\log D_m$（`floorBeta`・`ceilBeta`）で、段 0 で一点 $\bar{\beta}$ に潰れます。`gates`（81 行）が (2) と同じ役をし、`steps`（112 行）・`successful`（156 行）が区間の左端を取ります。`Recipe.races`（`YM/Shoot/Race.lean` 67 行）がこれから `Selected` を組み立てます。説明文は「どの族についても `Issues` が在るとは主張しない」と書いています（`Race.lean` 5 行）。

	`FullVolume/Arc.lean`	`Shoot/Reach.lean`
床	$\frac{3}{4}\bar{\beta}+\frac{5}{8}\cdot s\log D_m$	$\bar{\beta}+\frac{1}{2}\cdot s\log D_m$
天井	$\frac{5}{4}\bar{\beta}+\frac{3}{2}\cdot s\log D_m$	$\bar{\beta}+2\cdot s\log D_m$
段 0	$[\frac{3}{4}\bar{\beta},\frac{5}{4}\bar{\beta}]$（潰れない）、`covers` で $\bar{\beta}$ を取る	一点 $\bar{\beta}$、区間の左端
一段の条件	同じ `Drifting`（$\mathrm{drift}\le\frac{1}{4}\cdot s\log b$）	
記録	used、直接の使い手 `rodB`（証人は存在の側の見出し）	used、証人 `parityEndpoint`（`Graces.winnow` の側）

存在の道は `Shoot.successful` を使わず、`Arc.bought` を使います（記録の上で `Arc.bought` の直接の使い手は `rodB`）源 。二つは区間を狭める道具 `narrow` を共有します。存在の道の射撃として引くのは `Arc.lean` の帯です。

06

一意性について

射撃の道（`Arc.bought`・`covers`・`rodB`）は、裸の結合の**存在**だけを与えます源 。`rodB` は選択で一つ取り、他に解があるかは言いません。`Rods.lean` の説明文も「この最初の購入は上への写像であることだけ。一意性は今後の解析性の評価が課すべきもの」と書いています源 。

一方、源には一意性を言う欄も在ります。`FullVolume.Final.Jewel`（`YM/FullVolume/Finale/Program.lean` 133 行）の欄 `unique`（142 行）は、各 p,N と $\zeta\in[-1,1]$ について、段 0 の結合を $\bar{\beta}+\zeta\cdot w$（w は幅 `beamWidth`）にする「成功する」裸の結合が**ただ一つ**在る、と言います。欄 `tuning`（143 行）は、その裸の結合が ζ の解析関数（単位円板で）で与えられる、と言います源 。供給は `wins`（60 行）と `bareTrial`（70 行）で、仮定は構造 `Winter` です源 。源で確かめた食い違いの無い読み方は次のとおりです。

- 「成功する」（`successful`、57〜58 行）は、**固定した再帰**（`T.L.tunes`）の中で、段 N から段 0 まで競う軌道が在ること、の意味です。説明文（17〜20 行）は「この再帰の中での一意性だけで、考えうる全ての表示の中での一意性ではない」と明記しています源 。
- 一意性の芯は `Winter.unique`（`YM/FullVolume/Glide/Vac.lean` 40 行）：段 0 の結合が等しい二つの競う軌道は、全ての段で一致する。これは 11-10 の一意性（段 0 に錨を下ろす）と同じ型の主張です推 。
- 記録の上では、`wins` は used（`Jewel` を組むために使われ、証人は存在の側の見出し）、欄 `Jewel.unique`・`Jewel.tuning` そのものは outside（どの見出しの定理からも読まれていない）です源 。

まとめると、公開の定理の存在の道で裸の結合を選ぶ所は存在と選択だけを使い、一意性は使いません。固定した再帰の中の一意性と解析性は、別の構造 `Jewel` の欄として在り、その欄を満たす補題 `wins`・`bareTrial`（`Program.lean` 60・70 行、used）が在ります。欄そのもの（`unique`・`tuning`）は、どの見出しの定理からも読まれていません（outside）源 。どちらも「全ての表示の中で一意」とは言っていません。

07

本書の検討で見えていたこと

本書の検討で Lean で閉じた「合わせた列の存在」（10-01 §06）は、一つの連続関数の**大域的な端**から存在を出す形です Lean ：粗い面の平均の期待値は $\beta = 0$ で 0、$\beta \to \infty$ で 1 に近づき（`Block3.Y3_zero`・`Block3.tendsto_Y3_one`）、その間の値 κ_0 は中間値の定理で取れる（`Block3.tuned3_exists`）。渦の比も同じ形です（`tuning_all`）。

公開された構成の射撃は、段ごとの**局所的な帯の端**と一段の誤差の不等式で入れ子の区間を作る形です。違いは三つです推 。

- 本書は端の値が大域的に分かっているので、射撃の帰納は要りません。代わりに、全ての $\beta \geq 0$（強結合も）を通ります。
- 公開された構成は全ての段を弱結合の帯の中で運び、段ごとの連続性（`Issues`）を繰り込みの解析から得ます。
- どちらも存在だけで、一意性・単調性は使いません（公開された構成の固定した再帰の中の一意性は §06）。

射撃の要が「一段の誤差 $\leq \frac{1}{4} \cdot s \log b$」という一つの不等式であることは、本書の検討で段を跨ぐ誤差の和が詰まった所（第 15 部）と比べる軸になります（14-03）。

08

読めていない所

- `Roof.Lyrics.supplier` が `Issues` を閉じる中身（材料 `Graces.hops`・`Chord.spores`・`moves` の名前まで）。
- `Winter` の供給 `offers`（`Glide/Vac.lean` 65 行）の仮定と、`Jewel` の再帰が `rodB` の再帰と同じものか。
- 段 0 での一意性 `one`（`YM/FullVolume/Gain/Resolve.lean` 40 行）の証明の中身。
- `Arc` の帯の係数 $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$ が、`Shoot/` の係数からどう選び直されたか（説明文に理由が無い）。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 仮定のもとで、各 N, p に段 0 の結合を $[\frac{3}{4}\bar{\beta}, \frac{5}{4}\bar{\beta}]$ の全ての値にする裸の結合が在る（`Arc.bought`・`covers`）	逆写像が関数であること（言っていない）
初 一段の誤差 $\le \frac{1}{4}\cdot s \log b$ なら、帯の端の軌道は一段で帯の外に出る（(3)）	—
源 存在の道（`rodB`）は `Arc.lean` の帯を使い、選択で一つ取る。`Shoot/` の帯は別の見出しの側	—
源 固定した再帰の中の一意性と解析性の欄（`Jewel.unique`・`tuning`）が在り、供給 `wins` は used、欄そのものは outside	全ての表示の中での一意性（源が否定）
Lean 本書の合わせの存在は大域の端と中間値の定理から（`Block3.tuned3_exists`・`tuning_all`）	本書の側の一意性・単調性

出典と再現

もの	種別	出典・道具
存在の道の射撃	源	`yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）`YM/FullVolume/Arc.lean`：`low`・`high` 21〜22 行、`nearby` 24 行、`centers` 25 行、`fits` 31 行、`Arc` 58 行、`covers` 71 行、`crosses` 75 行、`bought` 95 行
選択と段の列の組み立て	源	同 `YM/FullVolume/Stage/Rods.lean` 26 行 `rodB`（説明文 5〜14 行）、`YM/FullVolume/C/Songbook.lean` 76 行 `Roof.Lyrics.supplier`

もの	種別	出典・道具
再帰の材料と一段の条件	源	同 `YM/Shoot/Criteria.lean` 63・88・99 行（`band`・`Relays`・`Issues`）、`YM/Shoot/Reach.lean` 18 行 `narrow`、70 行 `Drifting`
もう一つの射撃	源	同 `YM/Shoot/Reach.lean` 81・112・156 行、`YM/Shoot/Race.lean` 5・67 行
固定した再帰の中の一意性	源	同 `YM/FullVolume/Finale/Program.lean` 説明文 17〜20 行、`successful` 57 行、`wins` 60 行、`bareTrial` 70 行、`Jewel` 133 行（`unique` 142 行・`tuning` 143 行）；`YM/FullVolume/Glide/Vac.lean` 31〜40 行 `Winter`；`YM/FullVolume/Ray/Gain.lean` 22 行 `sun`；`YM/FullVolume/Gain/Resolve.lean` 72 行 `ask`
依存の記録	源	同 `verification/declaration-usage.tsv`（`Arc.bought`・`covers`・`rodB`・`wins` は used、`Jewel.unique`・`tuning`・`july` は outside、`Shoot.successful` は証人 `parityEndpoint`）
(3) と図	初	本文の計算
本書の合わせの存在	Lean	本書の Lean の束（`Block3.Y3_zero`・`tendsto_Y3_one`・`tuned3_exists`、`tuning_all`）。Lean の核の検査を通った束

この章で使った語 — 射撃法、帯、弧、入れ子の区間、中間値の定理、選択、一段の誤差、固定した再帰の中の一意性、前向きの曲線。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：10-05 辺を育てる理由と暦 — 一段の誤差を定数のまま $\log b$ で割って消すために辺を育てる設計と、定数を選ぶ順を読みます。

2026-11-13 · chapter ヤン–ミルズと質量ギャップ 第 10 部 結合の合わせと漸近自由 辺を育てる理由と暦 · Kiichi, Shiori and Rin

辺を育てる理由と暦 — 一段の誤差を log b で割って消す

> この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§07 は本書の検討、§08 は未解決の地図です。

この章で分かること — 辺 b_m が 3 以上の奇数で非減少、しかも無限大へ育つこと。その理由（一段の誤差 drift を $O(1)$ のまま $\mathrm{drift}/\log b_m \to 0$ にし、誤差の和を $o(\log D_m)$ にする）と、走りの評価 `Running` がそこから出る計算。暦の条件と、定数を選ぶ順。代価として間隔の列が特別なものになること。

前提となる章 — 10-02 一段の写像と一ループの計算、10-04 射撃法、8-02 段取り。

先に言うこと — 辺を育てても、段の数に一様な条件が要らなくなるわけではありません。段に一様な条件は暦の側（各段の入口の結合・辺の下限・余白など）で払われます。暦の全体（大きい場の定数を含む）は 11-08 で読みます。この章は結合の走りに関わる所に絞ります。

この章の順序

1. **言明 — 辺の列と暦の条件**：`Schedule` ・ `Calendar.Fits` ・ `Supply.Large`
2. **一段の誤差を log b で割って消す**：`Shoot.trajectory` の計算
3. **辺は無限大へ育つ**：`logCost` と平滑の指数
4. **Gentle — 一段が全体に比べて小さい**：$\log b_m / \log D_m \to 0$
5. **定数を選ぶ順**：`Sheet` → `Rolls` → `Protection` → `Delays` → `Bar` → `Wait` → `Paid`
6. **代価 — 間隔の列が特別になる**
7. **本書の検討で見えていたこと**：辺を固定した一段の正味の括弧
8. **読めていない所**

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。源はリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）、評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）です。公開された構成の定理は源 で言明の字句を、「証明されている」という水準は評 で書きます。記号：一ループの傾きを $s = 11C_g/(24\pi^2)$（評価書では一ループの係数の二倍として書かれる量、源の `slopeConstant`）と書きます。

01

言明 — 辺の列と暦の条件

段の取り方は `Schedule`（`YM/Lattice/Scale.lean` 28〜34 行）です源 ：辺 b_m は奇数で $b_m \geq 3$、$D_m = \prod_{k<m} b_k$、格子間隔 $a_m = 1/D_m$、$\mathrm{scale}(m) = \log D_m$（`scale`、115 行）、物理の辺 L_p は 4 の倍数で狭義に増える。条件 `Gentle`（129〜130 行）は $\log b_m / \log D_m \to 0$ です。評価書の用語集は、構成が $L_p = 4(M + p + 1)$（M は十分大きく固定）と取ることを説明しています（付録 A、23 頁）評 。

暦の条件 `Calendar.Fits`（`YM/RG/History.lean` 97〜118 行）のうち、結合の走りに関わるのは次です源 。

欄	中身
`mesh`	`Gentle`
`sameFactor` ・ `monotoneL`	b_m は平滑の指数 $J(m+1)$ だけで決まる値で、J について非減少
`mono` ・ `stepSlow` ・ `deep`	J は非減少、一段に高々 1 増え、$J \to \infty$
`driftSmall`	$\mathrm{drift}_{m+1} / \log b_m \leq 1/J(m+1)^2$
`logCost`	$\log(1 + \text{段の定数の和}) / \log b_m \leq 1/J(m+1)^2$
`delayed` ・ `smallField`	$1 < \hat{\beta}_m$、閾 $t_m \leq 1$（9-07）

辺の候補の側の条件 `Supply.Large`（`YM/Price/Intent.lean` 39〜48 行）は、平滑の指数 j と辺 L について、$\mathrm{drift}/\log L \leq s/4$（`kick`：射撃の条件 `Drifting`、10-04）、$\mathrm{drift}/\log L \leq 1/j^2$（`slow`）、$\log(1 + \text{段の定数})/\log L \leq 1/j^2$（`fits`）を課します源 。`Rolls.eventually_large`（55 行）は、各 j で十分大きい全ての奇数 L がこれを満たすことを言い、`Rolls.exists_rolls`（79 行）は辺の列が在ることを言います源 。評価書はこれを「ブロックの比は、繰り込みの変換に現れる定数を使った、込み入っているが陽な不等式を満たすように選ばれる」と書いています（付録 A）評 。

02

一段の誤差を log b で割って消す

一段の関係（10-02）は $|\beta_{m+1}-\beta_m-s\log b_m|\le \mathrm{drift}_{m+1}$、合わせの条件は $\beta_0=\bar\beta$ です。$\hat\beta_m=\bar\beta+s\sum_{k<m}\log b_k$ なので、三角不等式で

$$\left|\beta(N,p,m)-\hat\beta_m\right| \;\le\; \sum_{k=1}^{m}\mathrm{drift}_k \tag{1}$$

です[初]。源の `Shoot.trajectory`（`YM/Shoot/Race.lean` 23 行）はこれを補題 `hd` として示し、和を `βCost` と呼んでいます[源]。

辺を固定すると（$b_k=b$、drift も一定の δ）、右辺は $m\delta$、主部 $s\log D_m$ は $s\,m\log b$ で、比は $\delta/(s\log b)$ のまま 0 になりません[初]。傾き s が確定しません。

公開された構成は `driftSmall` で $\mathrm{drift}_{k+1}\le \log b_k/J(k+1)^2$ とし、$J\to\infty$ を使います。`trajectory` の証明（`Race.lean` 32〜52 行）は、$\varepsilon>0$ について $1/J(k+1)^2\le\varepsilon/2$ となる段 j を取り、

$$\sum_{k\le i}\mathrm{drift}_k \;\le\; \sum_{k\le j}\mathrm{drift}_k+\frac{\varepsilon}{2}\sum_{j\le k<i}\log b_k=\mathrm{const}_j+\frac{\varepsilon}{2}\big(\log D_i-\log D_j\big) \tag{2}$$

とし、$\log D_i\to\infty$ で $\mathrm{const}_j\le\frac{\varepsilon}{2}\log D_i$ となる段から先で $\varepsilon\log D_i$ 以下、と結論します[源]。これが `History.Running`：$|\beta(N,p,m)-\hat\beta_m|\le\varepsilon\log(1/a_m)$（十分大きい m、N,p に一様）です[源]。誤差の和は主部の $o(\cdot)$ になり、二ループの係数を一度も計算せずに、傾き s が確定します[推]。

(2) の要は、一段の誤差 drift が**大きくてよい**（$O(1)$ で、段とともに増えてもよい）ことです。小さくするのは比 $\mathrm{drift}/\log b$ で、それを辺を育てることで払います[推]。

03

辺は無限大へ育つ

源の `Schedule` は辺が育つことを直接は要求しません（$b_m\ge 3$ と `Gentle` だけ）。しかし暦の条件から $b_m\to\infty$ が出ます[推]：`logCost` で $\log(1+\cdots+\mathrm{columns}+\cdots)/\log b_m\le 1/J^2$、段の定数の `columns` は 1 以上（`Stage.columns_ge`、`History.lean` 60 行）なので分子は $\log 2$ 以上、よって $\log b_m\ge J(m+1)^2\log 2\to\infty$ です[初]。この導出は、暦の条件を満たす暦が在ること（`Wait.ready`）を前提にしています[推]。

段の定数（Taylor の次数 `order`、冪 `power`、支えの指数など）は平滑の指数 J で番号づけられ、J について単調に増えます（`deepOrder` ほか）源 。構成の定理の結論 `Family.Makes` の欄 `stages` は、次数 d の局所場を扱う基準の段から先で、Taylor の次数が $d+1$ 以上であることを要求します（`YM/Source/Construction.lean` 47〜49 行）源 。全ての次数の局所場を扱うために段の定数を育て、その対数の損 $\log(1+\text{段の定数})$ を辺の対数で吸う、という形です（`logCost`）推 。

04

Gentle — 一段が全体に比べて小さい

`Gentle`：$\log b_m / \log D_m \to 0$ は、辺が育っても一段の対数が全体の対数に比べて無視できる、という条件です源 。これがあると、長さ r を「r の直下の段」で読んでも、$\log(1/r)$ と $\log D_m$ の比が 1 に近づきます推 。短距離の実効の結合 $g_W(r)$ の定理（10-06）の補題 `pace_log` は、`Gentle` ではなく、同じ向きのより強い条件、跡の側の暦の追加の条件 `PostT` の欄 `bloom`：$b_i \le \log \hat{\beta}_i$（`YM/TraceExtension/Terrace/Base.lean` 31 行）を使っています源 。これで一段の対数 $\log b_{i-1}$ が $\hat{\beta}_i$ に比べて無視できます。

`Gentle` から、格子間隔の比の下からの評価 $c\,a_m^2 \le a_{m+1}$ も出ます（`mesh_inequality`、`Scale.lean` 133 行。説明文「別に仮定する必要は無い」）源 。辺の育ち方は対数の比で抑えられた、ゆっくりした育ち方です。

条件	役目	章
$\text{drift}/\log b \le s/4$	射撃の帯の入れ子（一段で帯の外に出る）	10-04
$\text{drift}/\log b \le 1/J^2 \to 0$	誤差の和を $o(\log D)$ に（走り）	本章 §02
$\log(1+\text{定数})/\log b \le 1/J^2$	育つ段の定数の損を吸う。$b \to \infty$	本章 §03
$\log b_m / \log D_m \to 0$	一段の対数が全体に比べて小さい	本章 §04
$b_i \le \log \hat{\beta}_i$（`PostT.bloom`、跡の側）	r の直下の段で結合を読んでも比が崩れない	10-06 §04

05

定数を選ぶ順

`YM/Price/Intent.lean` は、暦を作る材料を、選ぶ順に並んだ構造の列として定義しています源 。

1. **`Sheet`**（26〜36 行）：核の選び（罰の係数と三つの閾）、段の定数の表 `profile`、最初の指数、辺の下限 `floorL`。説明文は「次数と定数はブロックの比より**前**に選ぶ」と書いてい

ます（冒頭）。

2. **`Rolls`**（50〜53 行）：平滑の指数 j ごとの辺 L_j（`Large` を満たし、j について非減少）。
3. **`Protection`**（88〜92 行）：L を選んだ後に固定する余白 $\theta_j \le 1/j$（減少）。説明文「L の後の冪を収める θ」。
4. **`Delays`**（115〜120 行）：各段の入口の結合の下限 `betaEntry` など、余白の後の締め切り。
5. **`Bar`**（123〜127 行）：$\bar{\beta}$。$\bar{\beta} > 1$、最初の段の入口以上、$x \ge \bar{\beta}$ で閾 ≤ 1。
6. **`Wait`**（134 行〜）：作業の窓（$o(\cdot)$ の幅）。
7. **`Paid`**（145〜159 行）：暦がこれらに合うこと。各段で `betaEntry` $\le \hat{\beta}_m$（`pays`）、体積の下限など。

`Wait.ready`（`YM/Price/Waits.lean` 137 行）は、全ての要求を満たす段の列 `Levels` が在ることを言います源。説明文は、この存在の結果は「既に選んだ任意の定数について働く。だから L より前の全ての割り当てと比の後で、L より後の遅れを任意に大きく選べ」と書き、同時に「繰り込みの議論が実際にこの依存の順に合うかは検査しない」と書いています（`Intent.lean` 冒頭）源。順が合うことは、各段の議論の側の仮定（段の定数が L に依らないこと）として払われます推。

段に一様な条件は、この順の中で払われています推。一段の証書（第 11 部）の定数は段の定数 J に依って育ってよく、その代わり段 m の入口の結合 $\hat{\beta}_m$ が `betaEntry` 以上であること（`pays`）を暦で保証します。結合が十分大きい所でだけ一段を行う形です。

06

代価 — 間隔の列が特別になる

辺の列は、繰り込みの定数に合わせて選んだ特別な列です。評価書は §4.3 で「収束は証明で使う間隔の列の全体に沿って成り立つが、間隔の列の型についての普遍性の結果は無い」と書き、§4 の冒頭で「構成は二つの列（間隔と体積）を選ぶので、紫外の収束の定理は間隔の全ての列についての収束を主張しない」と書いています評。

辺を育てる設計は、一ループの傾きを二ループの評価なしに確定させる代わりに、極限の理論が別の間隔の列（たとえば辺 2 で半分ずつ）で同じになるかを言わない、という交換です推。この普遍性は 16-02 の問いと関わります。

07

本書の検討で見えていたこと

本書の検討の紫外の試み（第 15 部）は、辺を 2 に固定し、一段で結合が $s \ln 2$（SU(2) で $s = 11/(3\pi^2)$）の主部 ± 一段の取りこぼしだけ減ることを、段に一様に払う形を探していました（結合の一段の正味の括弧、15-03）。辺が固定だと、§02 のとおり一段の $O(1)$ の誤差の和が主部と同じ大きさになり、傾きを確定させるには一段の誤差そのものを段について和が取れる形（たとえば段とともに減る形）で評価する必要がありました[推]。

公開された構成は、一段の誤差を $O(1)$ のまま残し、辺を育てて $\log b$ で割る、という別の道を取っています。代価は §06 の普遍性で、段に一様な条件は暦の側に移ります。この道は本書の検討には無かった発想です（14-05）。本書の今の設計（辺 2）と辺 3 の設計はどちらも辺を固定しており、辺を育てる設計の Lean は持っていません。

08

読めていない所

- 辺の列の具体的な作り方（`YM/Price/Waits.lean` の `Program.exhaust`、41 行。言明だけ読んだ）と、辺がどれほどゆっくり育つか。
- drift の値が段の定数の表のどこから来るか（`Stage.drift` は表の欄で、中身の計算は読んでいない）。
- `Delays` の `scaleEntry`・`shells`・`growth` の役目（大きい場の側。11-08）。
- 依存の順が実際の議論に合うことを、どの宣言が保証しているか（説明文は検査しないと書く）。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
[源] 辺は 3 以上の奇数、J について非減少、`Gentle`、drift$/\log b \le 1/J^2$、$\log(1+\text{定数})/\log b \le 1/J^2$	辺の列の具体形
[初] 結合と一ループの走りの差は一段の誤差の和で抑えられ、辺が固定なら和は主部と同じ大きさ	—
[源] 誤差の比が 0 へ行くので、走り `Running` が N, p に一様に成り立つ（`Shoot.trajectory`）	二ループの係数・$\log\log$ の補正
[初] 暦の条件から $b_m \to \infty$（$\log b_m \ge J(m+1)^2 \log 2$）	暦が在ることそのもの以外の前提（`Wait.ready` が供給）

言えている	言えていない
源 定数は段の定数 → 辺 → 余白 → 遅れ → $\bar{\beta}$ の順に選ぶ	この順が実際の議論に合うことの検査（説明文は検査しないと書く）
評 間隔の列の型についての普遍性は無い	別の間隔の列での極限の一致

出典と再現

もの	種別	出典・道具
段の取り方	源	`yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）`YM/Lattice/Scale.lean` 28〜34 行 `Schedule`、115 行 `scale`、129 行 `Gentle`、133 行 `mesh_inequality`
暦の条件と段の定数	源	同 `YM/RG/History.lean` 45〜61 行 `Stage`、97〜118 行 `Calendar.Fits`
走りの導出	源	同 `YM/Shoot/Race.lean` 19〜52 行（`βCost`・`trajectory`）
選ぶ順	源	同 `YM/Price/Intent.lean`：冒頭の説明文、`Sheet` 26 行、`Large` 39 行、`Rolls` 50 行、`eventually_large` 55 行、`exists_rolls` 79 行、`Protection` 88 行、`Delays` 115 行、`Bar` 123 行、`Wait` 134 行、`Paid` 145 行；`YM/Price/Waits.lean` 137 行 `Wait.ready`
局所場の次数と段の深さ	源	同 `YM/Source/Construction.lean` 47〜49 行 `Makes.stages`
普遍性・ブロックの比の説明	評	`yang-mills-group/YM` `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）§4・§4.3、付録 A
本書の辺 2 の一段	初	15-03 の出典の表

この章で使った語 — 辺、暦、drift、平滑の指数、Gentle、走り、誤差の和、段の定数、依存の順、普遍性。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：10-06 走りの定理と短距離の実効の結合 — 段の列の走りから公開の言明 `WilsonRegularity.running` が出る所と、短距離の実効の結合 $g_W(r)$ の定理を、依存の内と外を分けて読みます。

走りの定理と短距離の実効の結合 — 依存の内と外

> この章は既存の知見（公開された構成の読み）です。§06 は本書の検討、§07 は未解決の地図です。

この章で分かること — 段の列の走り（`History.Running`）から、公開の定理の言明に入る `WilsonRegularity.running`：$\beta_{N,p}/\log(1/a_N) \to s$（$p$ に一様）が出る道筋。検証の記録の見出しの定理 `Pert.Asymptotics.comparison`。短距離の実効の結合 $g_W(r)$ の定義と定理、連続の相関から作る第二の結合との比。そして、それぞれがどの目標に入っているか。

前提となる章 — 10-01、10-05。漸近自由の物理は 4-06、極限の取り方は 8-05。

先に言うこと — 走りの定理は一ループの主部だけを言い、二ループの係数・$\log\log$ の補正・$\beta - (\bar\beta + s\log D)$ の有界性は言いません。短距離の実効の結合 g_W は、極限の取り方（無限体積の部分列）に依らないことが示されていません。g_W の定理は、公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標のどの結論にも残りません（§05 で、三つの在りかを分けて書きます）。

この章の順序

1. **言明 — 走りの定理**：公開の言明 `WilsonRegularity.running`
2. **走りの道筋**：`Running` → `zeroUp_bound` → `regular`
3. **見出しの定理 comparison**：段 i の結合の $-1/2$ 乗と $\sqrt{\log(1/a_i)}$
4. **短距離の実効の結合 g_W(r)**：極限の段の係数と、r の直下の段
5. **依存の内と外**：二つの Lean の形と、公開の定理の言明
6. **本書の検討で見えていたこと**
7. **読めていない所**

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。源はリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）、評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）です。公開された構成の定理は源 で言明の字句を、「証明されている」という水準は評 で書きます。記号：一ループの傾きを $s = 11C_g/(24\pi^2)$（評価書では一ループの係数の二倍として書かれる量、源の `slopeConstant`）と書きます。

01

言明 — 走りの定理

公開の定理 `JointExistence` は、各単純なゲージ群について、Wilson の族 C で条件 `WilsonRegularity C` を満たすものが在ることを言います（評価書の用語集、23 頁）評 。その条件の欄 `running`（`ChallengeSpec.lean` 13〜15 行）は源

$$\exists\, s_* > 0 \;\; \forall \varepsilon > 0 \;\; \exists N_0 \;\; \forall N \geq N_0 \;\; \forall p : \qquad \left| \frac{\beta_{N,p}}{\log(1/a_N)} - s_* \right| < \varepsilon \tag{1}$$

です。裸の結合の、格子間隔の逆数の対数に対する比が、正の傾き s_* に**体積の番号 p について一様に**近づきます。構成は $s_* = s = 11C_g/(24\pi^2)$ を使います（評価書は、この傾きを一ループの係数の二倍として書いています）（用語集、25 頁）評 。評価書の定理 4.1 の式 (7) も同じ内容を $\lim_N \sup_p |\beta_{N,p}/\log a_N^{-1} - 11C_g/(24\pi^2)| = 0$ と書いています評 。

これは漸近自由の先頭の形です。$\beta = 1/g_0^2$ と読むと、$g_0^2 \log(1/a_N) \to 1/s$、つまり裸の結合定数は $1/\sqrt{s \log(1/a)}$ の速さで 0 に近づきます初 。4-06 の標準の規約の式 $1/g^2_{\mathrm{std}}(\mu) = 1/g^2_{\mathrm{std}}(\mu_0) + c_{\mathrm{std}} \ln(\mu/\mu_0)$（$c_{\mathrm{std}} = 11N/(24\pi^2)$）を β の単位に直すと同じ傾きです：$SU(2)$ では $\beta = 4/g^2_{\mathrm{std}}$、$4c_{\mathrm{std}} = 4 \cdot 22/(24\pi^2) = 11/(3\pi^2) = s$初 （規約の換算は 8-01 §04）。

走りの定理は**公開の定理の言明に入っています**：`Solution.lean` は構成の定理から族と `WilsonRegularity` を取り出して `JointExistence` を示し、構成の定理はそれを `YangMills.regular` から得ます（`Construction.lean` 33 行）源 。

02

走りの道筋

(1) は三段で出ます源 。

1. **段の列の走り** `History.Running`（`YM/RG/History.lean` 229〜230 行）：$\forall \varepsilon > 0$、十分大きい m、全ての $N \geq m$ と p で $|\beta(N,p,m) - \hat{\beta}_m| \leq \varepsilon \log(1/a_m)$。射撃で選んだ列について `Shoot.trajectory` が一段の誤差の和から出します（10-05 §02）。
2. **比の形** `Pert.Asymptotics.zeroUp_bound`（`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean` 15 行）：十分大きい m と全ての $N \geq m$、p で $|\beta(N,p,m)/\log(1/a_m) - s| < \varepsilon$。$\hat{\beta}_m = \bar{\beta} + s\log(1/a_m)$ の $\bar{\beta}$ が $\log(1/a_m) \to \infty$ で無視できることを使います。
3. **公開の言明** `YangMills.regular`（`HierarchyBridge.lean` 16 行）：`zeroUp_bound` で $m = N$ と置いて (1) を出します。

使っているのは段の列の性質だけで、極限の相関も無限体積も使いません源。体積に一様なのは、一段の移り α が体積に依らず（10-02）、射撃が全ての p で同じ $\bar{\beta}$ を目標にし、一段の誤差の上界 drift が段の定数で p に依らないからです推。

言っていないこと源：二ループの係数、$\log\log(1/a)$ の補正、$\beta_{N,p} - (\bar{\beta} + s\log D_N)$ が有界であること。(1) は比の極限で、差は $o(\log D_N)$ までしか言いません。`History.lean` の説明文も「`Running` を越える通常のベータ関数の主張を推し量らない」と書いています（32〜33 行）。

03

見出しの定理 comparison

検証の記録が挙げる 17 の見出しの定理（`verification/joint-headlines.txt`）の一つに、`YM.Pert.Asymptotics.comparison`（`RawAxis.lean` 36 行）が在ります源。段 i の結合から作る量 $g_{\mathrm{reg}}(N,p,i) = \beta(N,p,i)^{-1/2}$（`regulatorRun`、35 行）について、切断と体積の列 $N(i) \geq i$（十分大きい i で）、$k(i)$ を任意に取ると

$$g_{\mathrm{reg}}\big(N(i),k(i),i\big)\,\sqrt{\log(1/a_i)} \;\longrightarrow\; \frac{1}{\sqrt{s}} \qquad (i \to \infty) \tag{2}$$

です源。段 i の結合を、どの切断・体積から読んでも、一ループの走りの主部に乗っていることを言います。説明文は「取り出した比べを越えて、これが物理の座標空間の方式の結合に等しいとは言わない」と書いています（冒頭）源。(2) は見出しの定理ですが、公開の定理 `JointExistence` の言明には入っていません源。

04

短距離の実効の結合 g_W(r)

評価書 §7.4 は、短距離の実効の結合を次のように説明しています[評]。定理 4.1 の裸の結合の族から出発し、長さ r の**直下の格子間隔の段**まで繰り込み、切断を 0 に送り、無限体積の部分列の極限を取ったうえで、正規化した作用の係数の $-1/2$ 乗を $g_W(r)$ とする。定理 7.2：小さい r と、選んだ任意の無限体積の部分列の極限について、$g_W(r) > 0$ で

$$\log(1/r)\, g_W(r)^2 \;\longrightarrow\; \frac{1}{s} \qquad (r \downarrow 0). \tag{3}$$

評価書は「$g_W(r)$ が無限体積の部分列の極限の選びに依らないことは示されていない」と書いています[評]。

源での形を読みます[源]。

- **極限の段の係数**：`Terrace.Arch` と `steep`（`YM/TraceExtension/Terrace/Dusk.lean` 65〜71 行）。(N,p) の超フィルタ $\mathcal{L}$ に沿って各段 i の結合 $\beta(N,p,i)$ が極限 $Z.\beta_i$ を持つこと。`holds`（79 行）は $Z.\beta_i \in [\hat\beta_i/2, 2\hat\beta_i]$、`gamut`（89 行）は $Z.\beta_i/\hat\beta_i \to 1$。
- **r の直下の段**：`glen`（`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean` 14 行）は、格子間隔 a_i が r を下回る最初の段 i。
- **g_W**：`Pilot.wilson`（44 行）$g_W(r) = Z.\beta^{-1/2}_{\mathrm{glen}(r)}$。`Coupling`（45〜47 行）は「$r \downarrow 0$ で十分小さい r で正、$\log(1/r)g^2 \to 1/s$」の形。`wilson_link`（50 行）が g_W について `Coupling` を示します[源]。

証明は短い形です[推]：`gamut` で $Z.\beta/\hat\beta \to 1$、`pace_log`（21 行）で $\log(1/r)/\hat\beta_{\mathrm{glen}(r)} \to 1/s$。後者は $\hat\beta_i = \bar\beta + s\log D_i$ と、跡の側の暦の追加の条件 `PostT` の欄 `bloom`：$b_i \le \log\hat\beta_i$（`YM/TraceExtension/Terrace/Base.lean` 31 行）から出ます。これで $\log D_i - \log D_{i-1} = \log b_{i-1}$ が $\hat\beta_i$ に比べて無視でき、r の直下の段で読んでも比が崩れません[源]（`pace_log` の証明の中の `H.bloom`）。`wilson_link` の仮定にも `PostT` が入っています（50 行）。二つを掛ければ (3) です。

連続の相関から作る第二の結合 `Sundial.glo`（`YM/TraceExtension/Sundial/Noon.lean` 28 行）について、`calibrationX` の欄（`YM/TraceExtension/Endpoint.lean` 49 行）は $\mathrm{glo}/g_W \to 1$ を言います[源]。評価書は「走りの法則は有効作用だけでなく連続の観測量にも見える」と書いています[評]。

```
05
```

依存の内と外

評価書は定理 7.2 の Lean の名を挙げていません[評]。読んだ範囲で、(3) に近い言明は二か所に在り、見出しの定理の (2) と合わせて、三つの在りかを分けて書きます[源]（依存の記録は `verification/declaration-usage.tsv`）。

在りか	中身	記録	目標
(a) `YM.PertExtension.Running.ratio`（`YM/PertExtension/Running.lean`:145）	比の形：$\mu \to \infty$ で $g(\mu)\,(s \log \mu)^{1/2} \to 1$。$g$ は段の極限の、$a_m \le 1/\mu$ となる最初の段での値の逆平方根（`gLedger`、130 行）	outside	**依存** 定理
(b) `YM.Trace.Pilot.wilson_link`（`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean`:50）	$\log(1/r)\, g_W(r)^2 \to 1/s$（$r \downarrow 0$、$r$ を下回る最初の間隔の段）。仮定に `PostT`（$b_i \le \log \hat{\beta}_i$）	used（最初の見出しは `continuum_with_position_tests`、直接の使い手は `crest_ready`）	**依存** 論は `Fiel` に入 へ移
(c) `YM.Pert.Asymptotics.comparison`（`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean`:36）	(2)：切断つきの段 i の結合 $\beta(N_i, k_i, i)^{-1/2}$ の走り。g_W とは別の量	headline	検証 理そ の言

(b) の結論が現れる所を、源で確かめました[源]。跡の短距離の解析の途中の構造 `Crest`（`YM/TraceExtension/Belfry.lean` 16 行）の欄 `charts`（20〜22 行）と、比べの構造 `FieldComparison` の欄 `wilson`（`YM/TraceExtension/Endpoint.lean` 50 行）です。跡の法則（13-02）の証明が、結合の走りを途中の段として使っていると読めます[推]。これらの構造から公開の跡の試験 `Tests` へ移る `Integration.ManuscriptTraceTests.of_result`（`YM/Integration/ManuscriptTraceTests.lean` 77 行）では、`Tests` の欄（62〜75 行）に結合の比べは無く、比べの欄は落とされています[源]。

目標についてのまとめ。

- 公開の定理 `JointExistence`：言明に入る走りは (1) の裸の結合の走り `WilsonRegularity.running` だけです[源]。公開の言明が求めるのは「ある正の傾きが在ること」で、$s = 11C_g/(24\pi^2)$ は構成が満たす値です[源]。
- 構成の定理 `constructed`：結論の欄（`Construction.lean` 15〜31 行）に実効の結合の言明はありません[源]。

- 委員会の結合の目標：結合の検査は含みません（13-03）。
- 検証の記録：(a) は依存の外、(b) は依存の中の途中の段、(c) は見出しの定理そのもの。**どの見出しの定理の結論にも g_W の走りは残りません**が、(c) の裸の段の結合の走りは見出しの結論です。

評価書の定理 7.2 の言明（$\log(1/r)g_W^2 \to 1/s$。評価書は右辺を一ループの係数の二倍の逆数として書く。$r \downarrow 0$、r を下回る最初の間隔）に字句が近いのは (b) です[推]。本書は、短距離の実効の結合を「Lean に在り、委員会が評価書の定理 7.2 として述べているが、公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標のどの結論にも残らない結果」として扱います。13-03 も同じ形です。

06

本書の検討で見えていたこと

本書の検討は、裸の結合の列を外から与える形でした。示すべき言明の合わせ（19-07）は、結合の列が在ることを測度の量で言うもので、その列が $\log(1/a)$ に対して傾き s で育つこと（走り）は、言明にも Lean にもありません。本書の第三巻の一段の傾き（値 $11/(3\pi^2)$）は、一段の結合の減りの主部として置かれた数で（23-01）、走りの定理ではありません。

公開された構成は、走りを「表示の中の係数の列」についての定理として、合わせ（段 0 で $\bar{\beta}$）と一ループの一段の評価と辺を育てる暦から出しています。本書の検討の合わせの量は測度だけで書けますが、それと表示の係数を結ぶ道具が無いので、同じ形の走りの定理は本書の側では言えません[推]。この違いは 14-03 と、第三巻の残る問い（16-03）で扱います。

もう一つ、公開された構成は全ての段を弱結合の帯 $[\hat{\beta}/2, 2\hat{\beta}]$ の中で運び、段 0（間隔 1）で止めます。強結合の領域を繰り込みで通りません。本書の第三巻の確かな定理は強結合の窓の側にあり（第 20 部）、公開された構成の赤外の端（弱結合のまま間隔 1）とは重なりません[推]（16-04）。

07

読めていない所

- `wilson_link` から見出しの定理までの鎖（`crest_ready` → … → `continuum_with_position_tests`）と、`Crest` が見出しの定理の言明に現れるか証明の中だけか。
- 評価書が定理 7.2 の在りかとした宣言の名（本文に名が無い）。

- 第二の結合 `glo` の定義の中身（`lampX`）と、`calibrationX` の証明。
- g_W が部分列の極限の選びに依らないかどうか（評価書は示されていないと書く）。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 公開の定理の言明に、裸の結合の走り $\beta_{N,p}/\log(1/a_N) \to s$（$p$ に一様）が入る	ニループの係数・$\log\log$ の補正・差の有界性
源 段の列の走り → 比の形 → 公開の言明（`trajectory`・`zeroUp_bound`・`regular`）	—
源 見出しの定理 `comparison`：段 i の結合の $-1/2$ 乗 $\times \sqrt{\log(1/a_i)} \to s^{-1/2}$	物理の方式の結合との同一視（源が否定）
評 短距離の実効の結合：$\log(1/r)g_W(r)^2 \to 1/s$、第二の結合との比 $\to 1$	部分列の極限の選びに依らないこと
源 在りかは三つ：`Running.ratio` は依存の外、`wilson_link` は依存の中の途中の段（結論は公開の跡の試験へ移るとき落ちる）、`comparison` は見出しの定理（別の量）。g_W の走りは公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標のどの結論にも残らない	評価書の定理 7.2 の在りかの宣言（評価書に名が無い。字句が近いのは `wilson_link`、推）

出典と再現

もの	種別	出典・道具
公開の言明と供給	源	`yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）`ChallengeSpec.lean` 13〜15 行、`HierarchyBridge.lean` 16 行 `regular`、`Construction.lean` 33 行、`Solution.lean` 4〜10 行
段の列の走りと比の形	源	同 `YM/RG/History.lean` 229 行 `Running`、`YM/Shoot/Race.lean` 23 行 `trajectory`、`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean` 13〜36 行（`b0`・`zeroUp_bound`・`regulatorRun`・`comparison`）
短距離の実効の結合	源	同 `YM/TraceExtension/Terrace/Dusk.lean` 65〜95 行、`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean` 11〜50 行、`YM/TraceExtension/Belfry.lean` 16・20〜22・31 行、`YM/TraceExtension/Terrace/Base.lean` 29〜34 行（`PostT`）、`YM/Integration/ManuscriptTraceTests.lean` 62〜77 行（`Tests`・`of_result`）、`Construction.lean` 15〜31 行、`YM/TraceExtension/Sundial/Noon.lean` 28 行、`YM/TraceExtension/Endpoint.lean` 49〜50 行、`YM/PertExtension/Running.lean` 145 行
依存の記録と見出し	源	同 `verification/declaration-usage.tsv`、`verification/joint-headlines.txt`

もの	種別	出典・道具
定理 4.1・定理 7.2・用語集	評	`yang-mills-group/YM` `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）§4.3・§7.4、付録 A

この章で使った語 — 走りの定理、漸近自由、傾き $2b_0$、体積に一様、見出しの定理、短距離の実効の結合、第二の結合、超フィルタ、部分列の極限、依存の外。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：11-00 入口 — 帰納の仮定と一段の証書 — 一段の表示が段から段へ保たれることを、帰納の仮定と一段の証書の二つの帳簿で示す第 11 部へ進みます。