第二巻　存在 — 公開された構成を読む

第 14 部 比べ — 本書の Lean と、本書の検討に無かった発想

Kiichi, Shiori and Rin · 2026-11-14 の版 · https://computoergosum.com/principia/yang-mills/

> この PDF は Web 版の各章をそのまま刷ったものです。動かせる図は刷った時点の姿で止まっています。章の間のリンクは Web 版へ飛びます。最新の内容は Web 版に在ります。

章		頁
14-01	骨組みの比べ — 段ごとの表	2
14-02	一段の設計の比べ — 押し出しの写像と確率の核	11
14-03	合わせの比べ — 測度で決まる量と、表示の中の係数	20
14-04	大きい場 — この本の検討の詰まりと、公開された構成の扱い	29
14-05	この本の検討に無かった発想 — 七つの群の一覧	38
14-06	この本に在って、公開された構成に無いもの — 第三巻への橋	48

骨組みの比べ — 段ごとの表

> この章は本書の検討です。公開された構成についての記述は、既存の知見（公開された構成の読み）です。

この章で分かること — 公開された構成の証明を、格子と鏡映正値性から質量ギャップ・Wilson ループまでの十一の段に分け、段ごとに「公開された構成が何をしているか」「本書の検討の Lean が何を持っていたか」を一つの表に並べます。そのうえで、本書の検討に見えていたもの（体積を止める → コンパクト性 → 性質を極限へ移す、結合を合わせで決める、奇数の辺で中心に置くブロック）と、見えていなかったもの（多段の評価の芯、局所場から先）を分けます。

前提となる章 — 6-03 証明の骨組み、28-01 部分列の極限の含意、19-07 示すべき言明。

先に言うこと — 公開された構成の結果は「Lean で証明されている、と委員会が評価した」水準で書きます。本書の検討が源で確かめたのは定義と言明の形までで、証明の中身は読んでいない所が多く在ります。本書の側の「在る」は、格子間隔を固定した一つの尺度の定理か、仮定の欄を全て見せた含意です。連続極限について本書の検討が何かを示した、という意味ではありません。

この章の順序

1. 比べの約束 — 二つの水準と、状態を表す五つの語
2. 段ごとの表（表 1） — 十一の段
3. 格子・鏡映正値性・チェス盤 — 在る。違いは根の半ノルムと稀さ
4. 繰り込みの一段と結合の合わせ — 一部。設計と定義が違う
5. 多段の評価と大きい場 — 無い。コードの約 7 割に当たる部分
6. 体積を止めた紫外の極限 — 骨組みだけ。部分列と列の全体
7. 無限体積・再構成・局所場 — 別の領域で在るものと、無いもの
8. 見えていたもの・見えていなかったもの — 三つと二つ
9. 読めていない所 — 在りかつき

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。本書の検討の Lean の定理は、札の外に名と範囲を同じ行に書きます。

01

比べの約束

この部は、2026 年 10 月 28 日に提出され、11 月 10 日に委員会の評価とともに公開された純粋ヤン–ミルズの存在の構成（以下「公開された構成」）と、本書の検討とを並べます。公開された構成のコードはリポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）に、委員会の評価書は `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）に在ります。

二つの側の確かさの水準は違います。

- **公開された構成**：結果は「Lean で証明されている、と委員会が評価した」水準です評 。本書の検討が自分で確かめたのは、源の定義と言明の形を読んだことまでです源 。
- **本書の検討**：Lean で機械検査した定理か、仮定の欄を全て見せた含意です。定理はどれも格子間隔を固定した一つの尺度の言明か、抽象の含意で、連続極限については何も言いません。

表 1 の「状態」の欄は、次の五つの語で書きます。

語	意味
在る	同じ種類の言明が、本書の検討の Lean にも定理として在る
一部	対象か骨組みの形は在るが、定義・設計・強さが違う。または含意の形でだけ在る
無い	本書の検討に、定理としても含意としても無い
別の領域で在る	同じ種類の言明が、本書の検討では別の結合の領域（強結合の窓）で在る
この本だけ	公開された構成の主張に入っていない種類の言明が、本書の検討に在る

02

段ごとの表

公開された構成の証明は、暦（定数の選び）から始めて、一段の核、各段の密度の表示と帰納、射撃による結合の選び、体積を止めた紫外の極限、無限体積、Euclid 不変と相の分解、再構成、ヤン–ミルズである証拠、の順に組まれています（詳しくは 6-03）源 。これを十一の段に分けて並べます。

表 1　段ごとの比べ（2026-11-13 の時点）

段	公開された構成	本書の検討	状態
格子と鏡映正値性	格子点を通る面と辺の中点を通る面、四つの軸、$\beta \geq 0$ の Wilson の測度。関数はゲージ不変で、鏡の上の点を含まない開いた帯（辺の中点の面では $r <$ 半分）に局所 源	同じ二種の面。格子点の面は全ての実の β・四方向で、閉じた正の半分の関数（ゲージ不変を課さない）。辺の中点の面は $\beta \geq 0$・ゲージ不変（20-01）	在る（関数の類が違う）
チェス盤	チェス盤の不等式と根の三角不等式。観測量の大きさを測る半ノルムとして使う 源	チェス盤の評価と、弱結合での大きい面の稀さ（体積に一様、22-01）。半ノルムとしての形は無い	在る
繰り込みの一段	確率の核。奇数の辺のブロックを粗い点の中心に置き、予測子を群へ射影し、ゲージ固定を二本立てにする 源	決定的な押し出しの写像（辺 2・重なる重み）と、辺 3・中心・一様の設計（14-02）	一部
結合の合わせ	表示の中の係数を基準値に合わせる。射撃法。走りの法則 源	測度だけで決まる量で合わせる定義。合わせた列の存在が無条件に在るのは、辺 3 の設計（`Block3.tuned3_exists`）と、格子ごとの渦の比（`ThetaLimit.tuning_all`）だけ。今の設計（辺 2）では存在そのものが条件（下の端の値が目標以下なら）で、合わせた列を使う鎖の定理は「在れば」の条件つき。走りの法則は無い（14-03）	一部
小さい場の多段の評価	帰納の仮定と一段の定理 源。コードの約 7 割 推	自由場の一段（15-12）と、評価を仮定に置いた含意（28-01・28-02）	無い
大きい場	段ごとに種を数え直し、ゲージの切り口と区画の条件を満たす全ての配位について種一つあたりの不等式を立てる 源（14-04）	一つの尺度での稀さまで。段を跨ぐ扱いは前提（28-04 の大きい場の評価）のまま	無い
体積を止めた紫外の極限	局所場の相関が、間隔の列の全体で収束 評。公開の定理でも切断については列の全体 源	粗い格子の押し出しの測度の部分列の極限。評価は仮定の欄（28-01）	一部（骨組みだけ）
無限体積	部分列（Arzelà–Ascoli） 評	強結合の窓の中で、部分列なしの極限（20-03）	別の領域で在る
Euclid 不変・相の分解・再構成	在る 評	格子の再構成の器と、強結合での質量ギャップ（20-04）。Euclid 不変・相の分解は無い	無い（器は別の領域で在る）

段	公開された構成	本書の検討	状態
局所場・応力テンソル・演算子積展開	在る 評	扱っていない	無い
質量ギャップ・Wilson ループ・渦	指数の減衰の言明は無い。連続の Wilson ループは無い。境界条件は周期だけ 源	強結合の質量ギャップと面積則、渦の床、Polyakov ループの対（14-06）	この本だけ

行数で見ると、公開された構成のコードは、多段の帰納と評価がおよそ 7 割、局所場と展開がおよそ 1 割、体積を止めた紫外がおよそ 1 割、再構成がおよそ 4% で、定義の層は合わせて 4% 未満です 推 。250,319 の宣言のうち、検証の記録が挙げる十七の見出しの定理のどれかから届くものは、見出しの定理そのものを含めて 100,168 です 源 （評価書 §9.1 の数と同じ）。本書の検討が「無い」とした二つの行（小さい場の多段の評価と大きい場）が、量の上でも構成の大半を占めています。

表 1 が言っていないこと。「在る」は同じ種類の言明が本書の Lean にも在るという意味で、同じ強さ・同じ関数の類・同じ結合の領域の言明が在るという意味ではありません。「この本だけ」の行も、格子間隔を固定した言明で、連続の理論について何かを言うものではありません。

03

格子・鏡映正値性・チェス盤

鏡映正値性。公開された構成は、周期トーラスの Wilson の測度について、格子点を通る面と辺の中点を通る面の両方、四つの軸の全てで、$\beta \geq 0$ の鏡映正値性を持ちます（`YM/Slice/Reflection.lean:98` の `reflected_positive`） 源 。関数の類は、ゲージ不変・可測・有界で、格子点を通る面では鏡の上の点（と反対側の面）を含まない開いた帯 $0 < r <$ 半分に、辺の中点を通る面では $r <$ 半分に局所です（`YM/Cells/Cut.lean:30` 〜:33 の `Strict`、:109〜:118 の `Interior`・`Positive`） 源 。本書の検討の Lean には、格子点の面の形 `TorusRP.wilson_rp`（全ての実の β、閉じた正の半分の有界可測な関数、ゲージ不変は課さない）、四方向の形 `PeierlsPerm.wilson_rp_dir`、真ん中の面の形 `MidRP.wilson_rp_mid`（$\beta \geq 0$、ゲージ不変な関数）が在ります（20-01）。どちらも既知の定理の形式化です 典 。同じ二種の面を持つので「在る」としますが、関数の類が違います。

チェス盤。公開された構成は、チェス盤の不等式（`YM/Cells/Chess.lean:80` の `tiles`）に、その根の三角不等式（同 :108 の `adds`）を添えています 源 。箱ごとに写した積の期待値を箱の数の逆数乗した量（`YM/Cells/Tiling.lean:226` の `rootTest`）が、観測量の大きさを体積

に依らずに測る半ノルムとして使われます源。紫外の側の評価をこの半ノルムで述べた言明 `Wcmain`（`YM/Extraction/Center.lean:38`）が、無限体積のコンパクト性への入力の一つです源。紫外からの入力はこれ一つではありません（たとえば `MergeProof.Accent.rated`、`YM/MergeProof/Powder.lean:48`、は `Wcmain` と `Scrim` を同時に取ります）源。

本書の検討の Lean には、チェス盤の評価 `FoldWilson.wilson_chessboard_even`（偶数の辺、全ての実の β）と、それを使った弱結合での大きい面の稀さ `FoldCap.rarity_explicit`（体積に一様、陽な閾）が在ります（22-01）。違いは二つです。本書の側には根の三角不等式（半ノルムとしての形）が無く、公開された構成の側には、チェス盤を事象の確率に使う稀さの言明が、読んだ範囲では見当たりません源（検索の範囲）。

04

繰り込みの一段と結合の合わせ

公開された構成の一段は、細かい配位から粗いリンクの「予測」を作り、粗いリンクをそのまわりのガウス型の揺らぎで引く確率の核です（`YM/RG/Block.lean:71` の `density`）源。本書の検討の一段は、道の積の重みつきの平均を球へ戻す決定的な写像で、測度はその写像で押し出します（19-04）。辺 3・中心・一様の設計は、公開された構成の「奇数の辺・中心に置く・一様分布の畳み込みの重み」と形が近く、その設計の上で押し出した測度の鏡映正値性が Lean に在ります。詳しくは 14-02 です。

結合については、どちらも「単位の長さで決まる量を決めた値に合わせて尺度を決める」型です推。違いは、合わせる量（本書は測度だけで決まる量、公開された構成は密度の表示の中の係数）と、存在の出し方（本書は大域の端と中間値の定理、公開された構成は段ごとの帯の入れ子の区間）です。詳しくは 14-03 です。どちらの行も、対象か骨組みは在るが定義・設計が違うので「一部」とします。

05

多段の評価と大きい場

公開された構成は、各段 m の有効密度を決まった形に表し（切った作用・小さい場の活動・大きい場の活動の気体）、その形と評価を帰納の仮定 `History.Conv`（`YM/RG/History.lean:213`）として全ての段で運びます源。段と段は押し出しの等式で結ばれ（`History.Transfer`、同 :223）、全ての段の言明が `History.Selected`（同 :234）です源。一段の定理の形は `Directed.Program` の欄 `advances`（`YM/PCalc/Band.lean:65` の構造体）で、一段の証書は `Move`（同 :49）です源。

本書の検討には、これに当たるものが定理としては在りません。在るのは、自由場の一段（線形化したブロック写像の共分散、15-12・15-13）と、評価を仮定の欄に置いた含意（28-01・28-02）です。大きい場は、一つの尺度での稀さ（22-01）までで、段を跨ぐ評価は前提の一覧（28-04）の「大きい場の評価」「大きい場の気体」として、形が決まらないまま残っていました（28-06）。この二つの行は「無い」です。公開された構成がどう扱っているかは 14-04 で比べます。

06

体積を止めた紫外の極限

公開された構成は、物理の体積を止めて、局所場の相関が間隔の列の全体で収束することを示します評（評価書 §4.3）。Lean の在りかは `Campaign.realUV`（`YM/FullVolume/Fields/Filled.lean:45`）で、その主定理までの鎖は辿られています源。公開の定理 `JointExistence`（`ChallengeSpec.lean:186`）の収束の欄 `Converges`（`PublicWilson.lean:85-90`）でも、各体積で切断については列の全体の収束が求められ、部分列になるのは体積の側だけです源。核と差分つきの強い形（`PositionsUV … Sequence.full`）は、構成の定理 `constructed`（`Construction.lean:15`）の結論にだけ在ります源。

骨組みはこうです源。固定した粗い段 j の有効密度が、切断 N について一様に Cauchy であることを示し（`Flux.fanned`、`YM/FullVolume/Fields/Cement.lean:50`）、真の相関と段 j の読み出しの差を N に依らない量で押さえ（`Sever.echoes`、`YM/FullVolume/Fields/Peat.lean:42`）、これと固定した段の収束と三角不等式から、真の格子の相関が N について Cauchy 列であることを出します（`Rising.arrives`、`YM/FullVolume/Fields/Timber.lean:74`）。

本書の検討の側では、押し出しの測度 $\nu_{n,m}$ の部分列の極限が在り、その極限に鏡映正値性などの性質が移る、という含意が Lean に在ります（`BoxWalk.chain_end_to_end_box`、28-01）。部分列の極限はどの確率測度の族にも在るので、この含意の中身は「性質の移し」です。極限の評価は全て仮定の欄で、格子から定義されていない量を含みます。骨組みの形は近いものの、評価の中身と全列の収束が無いので「一部（骨組みだけ）」とします。

07

無限体積・再構成・局所場

無限体積。公開された構成は、紫外の側の体積に一様な評価を入力に、体積に一様な有界性と同程度連続性を、元の格子の鏡映正値性・チェス盤・転送作用素のトレースの表示から出し、

Arzelà–Ascoli で部分列を取ります（`first_surface`、`YM/Extraction/Lipschitz.lean:166`；`crops`、`YM/Extraction/Held.lean:136`）源。一意性の材料は入っていません評（評価書 §5・§8）。本書の検討の Lean は、強結合の窓（$|\beta|$ が小さい）の中で、大きさの列のまま一つの測度に収束する無限体積の極限を持ちます（`InfVol.wilson_infvol_unique`、20-03）。結合の領域が違うので「別の領域で在る」です。

Euclid 不変・相の分解・再構成。公開された構成は、応力テンソルの Ward の恒等式から回転不変を上げ、真空の空間に圧縮した作用素の可換な環の Gelfand 表現で相に分け（`OS.Selection`、`YM/Phase/Mixture.lean:127`）、相ごとに再構成します評 源。本書の検討には、格子の転送の作用素の再構成の器と、強結合の窓での質量ギャップ（`InfMain2.wilson_infvol_main2` ほか、20-04）が在ります。連続の Euclid 不変と相の分解は在りません。

局所場。公開された構成は、局所場の札、繰り込んだ挿入、応力テンソル、跡の異常、演算子積展開を持ちます（第 8・13 部）評。本書の検討はこれを扱っていません。

08

見えていたもの・見えていなかったもの

表 1 を、骨組みの形として見えていたか、で読み直します推。

見えていたもの（三つ）。

1. **体積を止める → コンパクト性 → 性質を極限へ移す**。本書の検討の部分列の極限の含意（28-01）は、公開された構成の「評価を仮定に置いて極限を結論する」型（`FullVolume.positioned`、`YM/FullVolume/Profiles.lean:42`）と、「条件つきで性質を極限の表へ移す」型（`realPositive`、`YM/Extraction/Harvest.lean:46`）に当たります源。体積を止めてから無限体積へ行く順も同じです。
2. **結合を合わせで決める**。裸の結合を「ある粗い段の量が決めた値になる」ように選ぶ、という型は同じです。本書の側は、測度だけで決まる量で合わせる定義を持ちます。合わせた列の存在が無条件に Lean に在るのは、辺 3 の設計（`Block3.tuned3_exists`）と、格子ごとの渦の比（`ThetaLimit.tuning_all`）だけで、今の設計（辺 2）では存在そのものが条件、合わせた列を使う鎖の定理は「在れば」の条件つきです（14-02 §06・14-03）。
3. **奇数の辺で中心に置くブロック**。辺 3・中心・一様の設計は、公開された構成のブロックの置き方と同じ向きです（14-02）。

見えていなかったもの（二つ）。

1. **多段の評価の芯**。各段の密度の表示を帰納で運ぶこと、大きい場を段ごとに数え直し、ゲージの切り口と区画の条件を満たす全ての配位について種一つあたりの不等式を立てること、帰納の仮定には弱い帳簿を置き一段の証書には強い見積もりを出させること、段に一様な条件を暦の側で払うこと（14-04・14-05）。
2. **局所場から先**。観測量の段を跨ぐ較正、固定した段の Cauchy と段を外す一段、応力テンソルと Euclid 不変、相の分解。本書の検討の終点は粗い格子の押し出しの測度で、局所場の相関ではありませんでした。終点が違うと骨組みに二つの層（較正と段を外す一段）が余分に要ります[推]。

逆向きに、公開された構成の主張に入っていない種類の言明（質量ギャップ、Wilson ループと面積則、渦の自由エネルギー）が本書の検討には在ります。どれも格子間隔を固定した既知の型の形式化で、公開された構成が残した問いとは反対の端（強結合）の言明です（14-06）。

09

読めていない所

- 一段の定理の証明の在りか `Mallow.faces`（`YM/PhysicalNext/RG_NEXT_COMPLETE_REPEATABLE_NONLINEAR_STEP/Mallow/Pediment.lean`）の中身。
- 宣言の使われ方の記録は、深さ優先の探索で最初に見つけた見出し一つだけを記します。主定理（`jointExistence`、`Solution.lean:4`）までの鎖を本書の検討が確かめたのは、`rodB` → `constructionRun` と `realUV` → `fromFunded` の道、切断についての収束の `allB` の道、`sailsW` などに限られます。表 1 の他の宣言が主定理の依存に入っているかは、確かめていません。
- 相の分解を作る定理と、選ばれる相の選び方。
- 本書の検討の Lean と公開された構成の Lean を、同じ対象について言明の字句で突き合わせることはしていません（対象の型が違うため）。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
[源] 公開された構成の各段の宣言の在りか（本文と出典の表）を、源の行で確かめた	それらの証明の中身。主定理の依存の鎖は一部の宣言でしか辿っていない
[評] 公開された構成は、体積を止めた紫外の極限を間隔の列の全体で、無限体積の極限を部分列で取る（評価書 §4.3・§5）	無限体積の極限の一意性・質量ギャップ（評価書 §8 が開いた問いとして挙げる）

言えている	言えていない
本書の検討の Lean：格子点の面・真ん中の面の鏡映正値性、チェス盤の評価、強結合の窓での部分列なしの無限体積の極限と質量ギャップ（第 20 部）	格子間隔を変えること、連続極限、窓の外
本書の検討の Lean：部分列の極限の含意（28-01）。仮定の欄を全て見せた条件つきの定理	仮定の欄のどれも四次元の格子で示されていない
推 本書の検討に見えていたのは三つの角、見えていなかったのは多段の評価の芯と局所場から先	「見えていた」は骨組みの形が近いという意味で、同じ評価を持っていたという意味ではない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
公開された構成のコード	源	リポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0、版 3456e5e）。パスはリポジトリの根からの相対。宣言の名と行は本文の各所
委員会の評価書	評	リポジトリ `yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`（2026-11-10）。§2・§4.3・§5・§6・§8
宣言の使われ方	源	同じリポジトリの `verification/declaration-usage.tsv`。「used」は検証の記録が挙げる十七の見出しの定理のどれかから届く、の意味で、公開の定理に使われる、の意味ではない
行数の配分	推	置き場の単位の粗い勘定（本書の検討の数え上げ）
本書の検討の定理	Lean	第 19〜22 部と第 28 部の出典の表

この章で使った語 — 公開された構成、委員会の評価、確率の核、押し出しの測度、鏡映正値性、チェス盤の根の半ノルム、合わせ、射撃法、帰納の仮定、体積を止めた紫外の極限、部分列の極限の含意、相の分解。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：14-02 一段の設計の比べ — 表 1 の「繰り込みの一段」の行を、三つの設計で詳しく比べます。

一段の設計の比べ — 押し出しの写像と確率の核

> この章は本書の検討です。公開された構成についての記述（§04）は既存の知見（公開された構成の読み）です。

この章で分かること — 繰り込みの一段を作る三つの設計を一つの表に並べます。本書の検討の今の設計（辺 2・重なる重み・決定的な押し出しの写像）、辺 3・中心・一様の設計、公開された構成の設計（予測子のまわりのガウス型の揺らぎで粗いリンクを引く確率の核）です。辺 3 の設計で Lean に閉じたこと（押し出した測度の鏡映正値性、合わせた列の存在）を述べ、それが公開された構成の骨組みのどこにも要らない理由（極限を取るのは元の格子の測度での相関で、鏡映正値性は元の格子でだけ使う）を説明します。

前提となる章 — 19-04 ブロック写像と繰り込みの一段、9-01 ブロックの核、14-01 骨組みの比べ。

先に言うこと — 公開された構成の一段の核の定義は源で読みましたが 源 、ゲージ固定の証明（`Branch.align`・`Axial.existence`）の中身は読んでいません。辺 3 の設計の定理は、格子間隔を固定した有限の格子の上の言明で、この設計が本書の検討の本線ではありません。どの設計が連続極限に向くかは、この章では主張しません。

この章の順序

1. 一段とは何を決めることか — 規則と、測度の運び方
2. 本書の今の設計 — 辺 2・重なる重み — 決定的な写像と押し出し
3. 本書の辺 3 の設計 — 中心・一様 — 鏡映とゲージ変換なしで交換する
4. 公開された構成の設計 — 確率の核 — 予測子、群への射影、二本立てのゲージ固定、育つ辺
5. 三つの設計の表（表 1） — 九つの項目
6. 辺 3 の設計で Lean に閉じたこと — 押し出した測度の鏡映正値性と、合わせた列の存在
7. それが公開された構成の骨組みに要らない理由 — 極限を取る対象の違い

8. 設計の選びが何に効いていたか — 本書の骨組みと、公開された構成の骨組み

9. 読めていない所

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。本書の検討の Lean の定理は、札の外に名と範囲を同じ行に書きます。

01

一段とは何を決めることか

繰り込みの一段は、細かい格子の配位 U から粗い格子の配位 V を作る規則と、細かい格子の測度を粗い格子へ運ぶ仕方の組です（導入は 7-05）。規則には二つの型があります。

- **決定的な写像**：$V = B(U)$。測度は押し出し $B_*\mu$（$B_*\mu(E) = \mu(B^{-1}E)$）で運びます。
- **確率の核**：U を与えたときの V の条件つきの分布 $T(U, \mathrm{d}V)$。測度は $\int T(U,\cdot)\,\mu(\mathrm{d}U)$ で運びます。決定的な写像は、点の測度に集中した核 $T(U,\cdot) = \delta_{B(U)}$ の場合です。

どちらでも、決めなければならないのは、ブロックの辺（格子間隔を何分の一にするか）、粗い点を細かい格子のどこに置くか、粗いリンクを作る細かい道とその重み、群の外に出た平均を群へ戻す手続き、格子の対称とゲージ変換との両立、の五つです。

02

本書の今の設計 — 辺 2・重なる重み

本書の検討の本線の写像は、19-04 で定義しました。辺は 2 で、粗い点は細かい格子点 $2x$ に座ります。粗いリンク b の値は、横の向きごとにずれ $-1, 0, +1$ を重み $1/8,\ 3/4,\ 1/8$ で選び、六つの順で等分した道の族の積の平均

$$q_b(U) = \sum_{o,A} w(o,A)\, U(\gamma_{o,A}(b)) \tag{1}$$

を、閾 r_0 の retract $\rho_{r_0}(q) = q/\max(|q|, r_0)$ で単位の球へ戻したものです。測度は決定的な押し出し $\nu = B_*\mu$ で運びます。写像は結合 β に依りません。

横にずれる道を平均するので、隣り合うブロックが細かいリンクを共有します（重なりのある平均）。押し出した測度の鏡映正値性は、この設計では幅の制限された帯の類の関数について定理です（`BoxWalk.wilson_h0p`、28-05）。

03

本書の辺 3 の設計 — 中心・一様

辺 3 の設計では、格子 $(\mathbb{Z}/3^n L)^4$ の上で、粗い点をブロックの中心に置き、粗いリンクを「輪郭 ＋ 粗いリンクの向きに直線三歩 ＋ 輪郭の戻り」の形の道の族の一様な平均で作ります（`Block3.paths`・`Block3.wts`。添字は 1944 通り、異なる道は 633 本、重みの和は 1）。平均を球へ戻す手続きは今の設計と同じです。

中心に置いて一様に平均すると、写像は格子点の面の鏡映と、ゲージ変換なしでそのまま交換します（`Block3.blockMap_refl_cfg`、全ての段は `Block3.down_refl`。球の値で）。ブロックの断面を横切る細かいリンクの符号を反転すると、粗いリンク一本だけの符号が反転します（一段は `Block3.blockMap_flip`、全ての段の集合の形は `Block3.down_flipSet`）。交換の性質は、Lean の写像の定義を字句のまま写した数値でも、非可換・四次元・二段で確かめてあります読。この設計は本書の検討の本線ではなく、並びの列として調べたものです。

04

公開された構成の設計 — 確率の核

公開された構成の一段は確率の核です（`YM/RG/Block.lean:71` の `StepData.density`）源。式で書くと、細かい配位 U・粗い配位 V について

$$T_\beta(U,V)=\sum_t \ell(U,t)\prod_b \frac{1}{Z_\beta}\exp\!\left(-\beta\, c_{\mathrm{pen}}\,\mathrm{price}\!\left(V_b\,Q_b(U,t)^{-1}\right)\right) \tag{2}$$

で、V について Haar の測度の積に対する密度です源。ここで t は選び方の札（ゲージの枠と予測子の札）、$\ell(U,t)$ はその確率（`likelihood`）、$Q_b(U,t)$ は粗いリンク b の予測子、$c_{\mathrm{pen}}>0$ は罰の係数（源の字句では `kernel.penalty`）、price は群の元の単位元からの隔たりを測る関数です。粗いリンクは予測子に拘束されるのではなく、予測子のまわりのガウス型の揺らぎで引かれます。c_{pen} は任意の正の数でよく、核が β に依ります源。段の間の密度は、この核による押し出し（`push`、同 :77）で結ばれます源。

辺と置き方。 辺 b_m は段ごとに選ぶ 3 以上の奇数です（`YM/Lattice/Scale.lean:28` の `Schedule`。奇数と 3 以上だけがここに在る）源。非減少は暦の欄 `Fits.monotoneL`、$\log b_m/\log D_m\to 0$ は欄 `Fits.mesh`（= `Schedule.Gentle`。

`YM/RG/History.lean:97` 〜:100、`YM/Lattice/Scale.lean:129`）です源。暦の条件と合わせて $b_m \to \infty$ が出ます推（定義からの導出。育つ辺。理由は 10-05）。粗い点 x は細かい点 $b \cdot x$ に置かれ（`YM/Lattice/Subdivision.lean:29` の `embed`）、ブロックは粗い点の中心に在ります源。

重み。パッチの点の重みは、中心に置いた辺 b の一様分布を J 回畳み込んだもので（`YM/RG/Patch.lean:87` の `weight`、和が 1 は :90）、$J \geq 4$ は段とともに大きくなります源。支えの半径は $J(b-1)/2$ で、隣のブロックと重なります源。

予測子と群への射影。隣り合う二つのパッチの対応する点どうしを、長さ b の平行な直線で結んで輸送を取り、両端の枠でゲージ固定します。その重みつきの平均に一番近い群の元を予測子にします（`bondCost`・`best`、`YM/RG/Patch.lean:159`・:169）源。一番近い元が重みつきの値段の和の最小点と一致することは、恒等式

$$2\,d \sum_i w_i \,\mathrm{price}(f_i u^{-1}) = \sum_i w_i \|f_i\|^2 - \|m\|^2 + \|m-u\|^2, \qquad m = \sum_i w_i f_i \tag{3}$$

（d は表現の次元）から出ます（`YM/Branch/Center.lean:72` の `min_iff`）源。最小値（重みつきの散らばりと、平均と群の距離の二乗の和を $2d$ で割ったもの）が閾 `predictor_cut` 以上のときは、一本の直線を重みの確率で引いてその輸送を使います（`usesBest`、同 :171）源。

ゲージ固定の二本立て。パッチの枠（ゲージ固定）は、場が小さいときは、パッチの全ての点の対と軸の順の座標の道について値段の平均を最小にする対称な選び方、場が大きいときは、根と軸の順を一様に引く軸ゲージで、条件を満たす札について核の中で和を取ります（`YM/RG/Patch.lean:102` 〜:155）源。

対称。こうして作った核は、超立方の群（384 元の符号つき置換）と粗い並進について、選び方の札の和を通してちょうど不変で、ゲージ変換について共変です（`YM/Branch/Covariant.lean:50` の `StepData.channel` ほか）源。格子の対称の引き戻しは $x \mapsto s \cdot x + b$（`affine`、`YM/Lattice/Path.lean:145`）で、粗い点のまわりの回転に限りません。軸 i の反転と $b = e_i$ を組むと $x_i \mapsto 1 - x_i$ になるので、格子点を通る面の鏡映とともに、粗いリンクの真ん中を通る面の鏡映も入ります源。これは対称としての共変で、鏡映正値性の言明ではありません。評価書は、離散の格子の対称で不変なゲージ固定（§4.3）を、「対称性を壊す選択の平均」で作ると述べています評（評価書 §6.3）。

```
05
```

三つの設計の表

表 1　一段の設計

項目	本書の今の設計	本書の辺 3 の設計	公開された構成
規則の型	決定的な写像、押し出し	決定的な写像、押し出し	確率の核（β に依る）
辺	2	3	3 以上の奇数、非減少、段とともに育つ
粗い点の置き方	細かい格子点 $2x$（ブロックの角）	ブロックの中心	ブロックの中心（$b \cdot x$）
重み	横のずれ $1/8,\ 3/4,\ 1/8$、六つの順の等分	一様	中心に置いた一様分布の J 回の畳み込み（$J \geq 4$、段とともに育つ）
道	横にずれて二歩進んで戻る道の族	輪郭 ＋ 直線三歩 ＋ 輪郭の戻り	二つのパッチの対応する点を結ぶ平行な直線、両端を枠でゲージ固定
平均のあと	球へ戻す（retract、閾 r_0）	同じ	群へ射影。散らばりが大きければ一本を確率で引く
拘束	押し出し（粗いリンクは写像の値そのもの）	同じ	予測子のまわりのガウス型の罰、係数 $c_{\mathrm{pen}} > 0$ は任意
対称の保ち方	道の族を対称に平均	中心・一様で、鏡映とゲージ変換なしで交換	選び方の札の和で、超立方の群と粗い並進についてちょうど不変
大きい場	写像の外（閾の下の事象として別に扱う）	同じ	核の定義の中に枝として入る（軸ゲージ・一本の直線を確率で）

辺 3 の設計は、奇数の辺・中心・一様（$J = 1$ の重み）という三点で公開された構成に近く、確率の核であること、群への射影、二本立てのゲージ固定、育つ辺、の四点で違います。

06

辺 3 の設計で Lean に閉じたこと

押し出した測度の鏡映正値性。L が偶数の周期格子 $(\mathbb{Z}/3^n L)^4$ の SU(2) の Wilson の測度（任意の実数 β、正規化の有無どちらも）を、辺 3 の写像の $m \leq n$ 段の合成で押し出した測度 ν について、格子点の面の鏡映 Θ（$y_0 \mapsto -y_0$）と、両端が粗い格子点の二枚の面 0 と $M_c = 3^m L/2$ の間に厳に入る粗いリンクだけに依る有界可測な全ての関数 F（ゲージ不変は課さない）で

$$\int F(\Theta V)\, F(V)\, \nu(\mathrm{d}V) \ \geq \ 0 \tag{4}$$

が成り立ちます。Lean：`Block3.rp_push` ・ `Block3.rp_push_prob`。証明は、写像が鏡映とゲージ変換なしで交換すること（§03）と、粗いリンクが使う細かいリンクの範囲

（`Block3.down_local`）から、細かい格子の鏡映正値性（`TorusRP.wilson_rp`、20-01）へ落とす短い議論です。言っていないこと：リンクの真ん中の面の版、面の上のリンクを含む閉じた類、無限体積、質量ギャップ。

合わせた列の存在。辺 3 の設計の上で、$\beta = 0$（独立な Haar）の押し出しのもとで粗い面の実部の平均の期待値は全ての段で 0 です（`Block3.Y3_zero`。断面の符号の反転が粗いリンク一本だけを裏返し、Haar を保つことから）。$0 < r_0 \le 1$ なら、$\beta \to \infty$ でこの期待値は 1 に近づきます（`Block3.tendsto_Y3_one`）。中間値の定理で、$0 < r_0 \le 1$、$3^{m_0} L \ge 2$、$0 \le \kappa_0 < 1$ のもとで、全ての k について「段 m_0 まで押し出した粗い面の実部の平均の期待値が κ_0」となる非負の結合の列が在ります（`Block3.tuned3_exists`、各 k で最大の解に取れる）。言っていないこと：結合の列の単調・発散・有界、解の一意性。$r_0 = 1$ では引き戻しが恒等で、粗い面は球の値の積で、SU(2) の Wilson ループではありません。今の設計（辺 2）では $\beta = 0$ の値が 0 にならず（数値で 0.006〜0.024 読）、この存在は「下の端の値が目標以下なら」の条件つきでした。合わせの比べは 14-03 です。

07

それが公開された構成の骨組みに要らない理由

公開された構成で極限を取る対象は、元の格子の Wilson の測度 $\mu^{\mathrm{W}}_{N,p}$ のもとでの、繰り込んだ局所場の挿入の相関です。評価書の式で書くと

$$C_{N,p}(v;f) = a_N^{4n} \sum_{x_1,\dots,x_n} f(a_N x_1,\dots,a_N x_n)\, \mathbb{E}_{\mu^{\mathrm{W}}_{N,p}}\Big[\prod_{j=1}^{n} I_{N,p}(v_j, x_j; U)\Big] \tag{5}$$

で、$N \to \infty$ の極限が間隔の列の全体で在ること（定理 4.1）が主張です 評（評価書 §4.3）。繰り込みの一段（式 (2)）は、この期待値を評価するための道具として使われ、極限の対象としては現れません 源。固定した段の押し出しの密度は収束しますが（`Flux.fanned`）、極限の測度は名前のついた対象としては定義されていません 源（名前の検索の範囲）。その測度は、固定した段の密度の一様な収束から出る見込みです 推。

鏡映正値性も、元の格子の Wilson の測度（`YM/Wilson/Law.lean:87` の `law`）についてだけ言われています（`reflected_positive`） 源。連続の側の鏡映正値性は、格子の Gram 行列の非負性を相関の極限で保つことで得ています（`realPositive`、`YM/Extraction/Harvest.lean:46`） 源。一段の核の鏡映正値性の言明は、読んだ範囲では見つかりません 源（検索の範囲）。核のパッチが鏡映の面を跨ぐので、その言明は自明ではないと推し量ります 推。

だから、押し出した測度の鏡映正値性（式 (4) の型）は、公開された構成の骨組みのどの段にも入る場所がありません[推]。本書の検討の骨組みでは事情が違いました。部分列の極限の含意（28-01）は、押し出しの測度 $\nu_{n,m}$ そのものの極限を取り、その極限に鏡映正値性を移すので、仮定の欄に「$\nu_{n,m}$ が鏡映正値」が入ります。辺 3 の設計の定理は、この欄を払うためのものでした。終点（何の極限を取るか）が違うと、同じ性質の要・不要が入れ替わります。

08

設計の選びが何に効いていたか

本書の側。今の設計の選び（重み、倍率 2、閾 r_0）に依るのは、自由場の一段の定数（15-12）と線形化（15-13）でした（28-05 の表 2）。第 20〜22 部の定理は細かい格子の測度だけを使うので、設計に依りません。辺 3 の設計に替えると、押し出した測度の鏡映正値性が開いた正の側の全部で定理になり、合わせた列の存在の仮定が、設計の値と算術（$0 < r_0 \le 1$、$3^{m_0} L \ge 2$、$0 \le \kappa_0 < 1$）だけになります。費用は自由場の層の作り直しです。

公開された構成の側。確率の核にすると、罰の係数 c_{pen} が一段の自由場の精度に $K + c_{\mathrm{pen}} Q^{\mathsf{T}} Q$ の形で入り、拘束が硬い制約でなくなります[源]（11-09）。核が $\beta(N, p, m+1)$ に依るので、公開された構成の「押し出しの測度」は切断 N とともに写像が変わる対象で、本書の検討の決定的な写像の押し出しとは同じ対象ではありません[源]。公開された構成の固定した段の密度の収束から、本書の検討の押し出しの測度の収束は出ません。

共通の点。格子の離散の対称を一段の後もそのまま保つことを、どちらの設計も目的にしています。本書は道の族の対称な平均で、公開された構成は対称を壊す選び方を確率で引いて和を取ることで、それを果たしています[推]。

09

読めていない所

- 小さい場のゲージ固定の存在と一意性の証明 `Branch.align`（`YM/Branch/Synchronize.lean:232`）、大きい場の軸ゲージの存在 `Axial.existence`（`YM/Branch/Pick.lean:80`）の中身。閾の値。
- 主な項の陽な繰り込みの写像の本体の在りか。一段の言明として読めたのは `History.Transfer`（`YM/RG/History.lean:223`）までです。
- 辺 b_m の具体的な式。
- 一段の核の鏡映正値性の言明が、リポジトリのどこかに在るかどうか（全体は検索していません）。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 公開された構成の一段は確率の核で、粗いリンクは予測子のまわりの罰 $e^{-\beta\, c_{\mathrm{pen}}\, \mathrm{price}}$ で引かれる。辺は 3 以上の奇数で、ブロックは粗い点の中心に置く	ゲージ固定の存在と一意性の証明の中身
本書の検討の Lean：辺 3・中心・一様の写像で押し出した Wilson の測度の鏡映正値性（`Block3.rp_push`）。L が偶数、m ≤ n 段、全ての実の β、開いた正の側の有界可測な関数	リンクの真ん中の面の版、無限体積、質量ギャップ、格子間隔を変えること
本書の検討の Lean：辺 3 の設計の上で合わせた列が在る（`Block3.tuned3_exists`）	結合の列の単調・発散、解の一意性
源 公開された構成の鏡映正値性の言明は、元の格子の Wilson の測度についてのもの。一段の核の鏡映正値性の言明は、読んだ範囲に無い	リポジトリ全体の検索はしていない
推 押し出した測度の鏡映正値性が公開された構成の骨組みに要らないのは、極限を取る対象が元の格子の測度での相関だから	公開された構成の設計で押し出した測度が鏡映正値かどうか

出典と再現

もの	種別	出典・道具
一段の核・予測子・ゲージ固定・対称	源	リポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）の `YM/RG/Block.lean`（:71 `density`、:77 `push`）、`YM/RG/Patch.lean`（:87 `weight`、:159 `bondCost`、:171 `usesBest`）、`YM/Branch/Center.lean:72`（`min_iff`）、`YM/Branch/Covariant.lean:50`（`channel`）、`YM/Lattice/Subdivision.lean:29`（`embed`）、`YM/Lattice/Scale.lean:28`（`Schedule`）
相関の定義と極限	評	評価書（`yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`、2026-11-10）§4.3 の式 (6)・定理 4.1
元の格子の鏡映正値性	源	`YM/Slice/Reflection.lean:98`（`reflected_positive`）、`YM/Wilson/Law.lean:87`（`law`）、`YM/Extraction/Harvest.lean:46`（`realPositive`）
本書の今の設計	Lean	19-04 の出典の表
辺 3 の設計の定理	Lean	本書の検討の Lean の束（`Block3.paths`・`wts`・`blockMap_refl_cfg`・`down_refl`・`rp_push`・`rp_push_prob`・`down_flipSet`・`Y3_zero`・`tendsto_Y3_one`・`tuned3_exists`）。核の再検査を通し、源で確かめた
辺 3 の写像の交換の数値	読	本書の検討の数値の記録（非可換・四次元・球の値・二段で、鏡映・軸の入れ替え・粗い並進との交換の差 $\le 1.1 \cdot 10^{-14}$。対照の写像では 0.26〜1.8 で破れを拾う）

この章で使った語 — 繰り込みの一段、ブロック写像、押し出しの測度、確率の核、予測子、群への射影、罰の係数、二本立てのゲージ固定、育つ辺、鏡映正値性、合わせ。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：14-03 合わせの比べ ― 一段のあとで結合をどう決めるかを比べます。

2026-11-13 · chapter ヤン–ミルズと質量ギャップ 第 14 部 比べ — 本書の Lean と、本書の検討に無かった発想 合わせ · Kiichi, Shiori and Rin

合わせの比べ — 測度で決まる量と、表示の中の係数

この章は本書の検討です。公開された構成についての記述（§03〜§05）は既存の知見（公開された構成の読み）です。§06 は推し量りです。

この章で分かること — 裸の結合の列を「ある粗い段で決まる量が、決めた値になる」ように選ぶ、という型は二つの側で同じです。違うのは、合わせる量（本書の検討は粗い面の平均の期待値や渦の比のような測度だけで決まる量、公開された構成は段 0 の密度の表示の中の F^2 の係数）と、存在の出し方（大域の端からの中間値の定理／段ごとの帯の入れ子の射撃）です。公開された構成では、この合わせが切断についての収束の一意性の議論で「錨」の役をします。本書の検討の極限が部分列でしか取れなかったことを、この錨の有無から推し量ります。

前提となる章 — 19-07 §02 合わせ、10-01 段 m の結合とは何か、10-04 射撃法、28-02 全列の収束の含意。

先に言うこと — 本書の検討の合わせの定理は、格子間隔を固定した各格子での解の存在だけを言い、結合の列の単調・発散・一意性や、走りの法則（結合が $\log(1/a)$ に比例して育つこと）は言いません。§06 は推し量りで、部分列の曖昧さの原因を確かめたものではありません。一ループの係数の一致は規約を揃えた手の計算です。

この章の順序

1. 合わせという型 — 結合は入力でなく、尺度を決めるための数
2. 本書の検討の定義 — 測度だけで決まる量 — 粗い面の平均の期待値、渦の比
3. 公開された構成の定義 — 表示の中の係数 — 二つの正規化と、読み直し
4. 存在の出し方 — 大域の端と中間値の定理／帯の入れ子の射撃
5. 錨としての役 — 二点境界値問題の一意性と、列の全体の収束
6. 本書の極限が部分列でしか取れなかったこと — 推し量り
7. 一ループの係数の比べ — 規約を揃えると一致する
8. 言っていないこと・読めていない所

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。本書の検討の Lean の定理は、札の外に名と範囲を同じ行に書きます。

01

合わせという型

格子の上の結合 β は、連続極限では入力ではなく、格子間隔を目盛るために調整する数です（導入は 5-05）。格子間隔 a_N の格子で、裸の結合 β_N を「間隔 a_N に依らない一つの長さで決まる量 Y が、決めた値 κ_0 になる」ように選べば、その長さが尺度の単位になります。これを合わせと呼びます。

二つの側は、この型を共有しています推。違うのは三点です。

1. 合わせる量 Y が何か（§02・§03）。
2. 解の存在をどう出すか（§04）。
3. 合わせた結合が、極限の議論のどこで使われるか（§05）。

02

本書の検討の定義 — 測度だけで決まる量

本書の検討は、合わせる量を測度だけで定義します（19-07 §02）。二つの例が Lean に在ります。

粗い面の平均の期待値。段 $m_0 + k$ の細かい格子の Wilson の測度 μ^{β} を、ブロック写像の k 段の合成で段 m_0 へ押し出し、粗い面の実部の平均 Y_0 の期待値を取ります。

$$Y(m_0, k, \beta) = \int Y_0 \, \mathrm{d}\big(\mathrm{down}_{*}\mu^{\beta}\big) \tag{1}$$

辺 3 の設計（14-02 §03）の上で、$Y(m_0, k, 0) = 0$（`Block3.Y3_zero`）、$0 < r_0 \le 1$ で $\beta \to \infty$ のとき $Y \to 1$（`Block3.tendsto_Y3_one`）、そして $0 \le \kappa_0 < 1$、$3^{m_0} L \ge 2$ のもとで、全ての k で $Y(m_0, k, \beta_k) = \kappa_0$ となる $\beta_k \ge 0$ が在ります（`Block3.tuned3_exists`）。

渦の比。横 N・縦 M のトーラスの捩れた分配関数 Z_0, Z_1 から作る $\theta_M = (Z_0 - Z_1)/(Z_0 + Z_1)$（19-02）は、ブロック写像を使わない量です。$\theta_M$ は β について連続で $\theta_M(0) = 0$

（`ThetaTuning.thetaM_continuous`・`ThetaTuning.thetaM_zero`）、格子を止めて $\beta \to \infty$ で 1 に近づき（`ThetaLimit.tendsto_theta_one`）、全ての $\kappa_0 \in [0,1)$ に $\theta_M(\beta) = \kappa_0$ となる $\beta \geq 0$ が在って、解の集合に最大の元が在ります（`ThetaLimit.tuning_all`）。詳しくは 21-07 です。

この定義の利点は、表示や近似を先に決めなくても書けることです。代わりに、「観測量の値と、有効作用の F^2 の係数」の関係は、別に示す必要があります。

03

公開された構成の定義 — 表示の中の係数

公開された構成では、切断 N・体積 p の理論の段 m の有効密度を、決まった形の表示

$$\mathrm{eval}_m = \exp\bigl(v|\Lambda| - \beta\, K - B - A\bigr) \cdot \mathrm{gas} \tag{2}$$

に書き（K は主な作用、B は β に依らない一ループの部分、A は局所的な剰余、gas は大きい場の活動の気体）、段 m の結合をその係数 β と定めます源（詳しくは 10-01）。βK と B の間で F^2 の項を付け替えられないよう、二つの正規化を置きます。K の二次の部分の零運動量の係数行列を単位行列にすること、B の零次と一次の Fourier の係数を 0 にすることです源。

源の説明文は、この β を「表示の中の実際の数で、測度とは独立に結びつく数ではない」と書いています（`YM/RG/History.lean` の冒頭）源。数そのものは、平らな配位 1 と試験配位 V での密度の対数比

$$\log H(1) - \log H(V) = \beta\, K(V) + B(V) + A(V) \tag{3}$$

から読み直します（`YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean:50` の `contrast`）源。右辺は β について傾き $K(V) > 0$ で増えるので、根は一つで入力に連続に依ります源（10-03）。

段の向きは、$m = N$ が一番細かく、そこでは表示が裸の Wilson の重みそのもの、$m = 0$ が間隔 1 です源。合わせは「段 0 の結合が、決めた基準値 $\bar\beta$ に等しい」です評（評価書 §11 の基準の規約と付録 A）。基準値は大きく取り、全ての段で $\beta_m \in [\hat\beta_m/2,\, 2\hat\beta_m]$ の弱結合に留めます（`History.Conv` の欄 `band`）源。

	本書の検討	公開された構成
合わせる量	押し出しの測度での粗い面の平均の期待値、渦の比	段 0 の密度の表示の中の F^2 の係数
定義に要るもの	測度とブロック写像（渦の比は写像も要らない）	全ての段で保たれる表示と、二つの正規化

	本書の検討	公開された構成
読む場所	粗い格子の全ての配位の上の積分	小さい場の試験配位での対数比
別に示すこと	観測量の値と F^2 の係数の関係	表示が全ての段で保たれること（帰納）

04

存在の出し方

本書の検討：大域の端。合わせる量 $Y(\beta)$ が β について連続で、$\beta = 0$ の値と $\beta \to \infty$ の値が分かっていれば、その間の目標に中間値の定理で解が在ります。辺 3 の設計では $\beta = 0$ の値が対称から 0 になり、$\beta \to \infty$ の値は平らな配位が平らに押し出されることから 1 になります。使うのは一つの連続関数の両端の値だけです。

公開された構成：段ごとの帯の入れ子。裸の結合を媒介変数 x とし、段 m の結合を x の連続関数 $f_m(x)$ と見ます。存在の道（主定理まで鎖で確かめた道）では、段ごとの帯

$$\mathrm{low}_m = \tfrac{3}{4}\,\bar\beta + \tfrac{5}{8}\,s\,\log D_m, \qquad \mathrm{high}_m = \tfrac{5}{4}\,\bar\beta + \tfrac{3}{2}\,s\,\log D_m \tag{4}$$

（s は一ループの傾き、D_m は段 m までの辺の積）を使います（`YM/FullVolume/Arc.lean:21`・:22）源。一段の誤差の不等式から、段 $m+1$ で帯の両端に届く区間の中に、段 m でも帯の両端に届く部分区間が取れ、段 N から下向きに入れ子の区間が出来ます（`Arc.bought`、同 :95）源。段 0 では区間 $[\tfrac{3}{4}\bar\beta, \tfrac{5}{4}\bar\beta]$ の内部に $\bar\beta$ が在るので、中間値の定理（`covers`、同 :71）で段 0 の結合が $\bar\beta$ になる裸の結合を取ります源。f_m の連続性は、存在の道では `Roof.Lyrics.supplier`（`YM/FullVolume/C/Songbook.lean:76`）が供給します源。

リポジトリには別の帯 $[\bar\beta + \tfrac{s}{2}\log D_m,\ \bar\beta + 2s\log D_m]$ を使う射撃（`YM/Shoot/` の下）も在りますが、主定理への道（`FullVolume/Stage/Rods.lean:26` の `rodB`）はそちらを使っていません源。射撃法の詳しい形は 10-04 です。

違いをまとめると、本書の検討は一つの関数の大域の端を使い、公開された構成は段ごとの局所の帯と一段の誤差の不等式を使います。公開された構成の方法は、一段の誤差の和が帯の幅の小さい割合に収まる条件（暦の条件）を前提に、段の数に依らず同じ形で働きます。本書の方法は、端の値が対称や極限から分かる量でしか使えません推。

05

錨としての役

公開された構成では、合わせは「単位を決める」だけでなく、体積を止めた紫外の極限が列の全体で取れることの議論に入ります[源]。

切断についての収束の源は、N と N' を量で比べる評価ではなく、コンパクト性・極限の一意性・部分列の原理の三つです（`Window.allB`、`YM/FullVolume/Glide/Triumph.lean:37`）[源]。表示の材料（結合と活動）の列は、コンパクトな集合に入るので部分列の極限を持ちます。どの部分列の極限も、全ての段 $m \in [0,\infty)$ にわたる「梯子の方程式」を満たします。その解が一つしかなければ、全ての部分列の極限が一致し、列の全体が収束します。

一意性（`accord`、`YM/FullVolume/Glide/Coincide.lean:58`）は二点境界値問題の形です[源]。

- **限界的な方向（結合）**は段 0 に錨を下ろします。射撃で全ての N,p について段 0 の結合が $\bar{\beta}$ なので、二つの解の結合の差は段 0 で 0 で、細かい側へは一段のずれの和で伝わります。その和の大きさは暦の条件で帯の幅の小さい割合に抑えられます[源]。
- **無関係な方向（活動）**は細かい側から粗い側へ、一段で $1/16$ に縮みます（`Window.curls`、`YM/FullVolume/Glide/Duty.lean:45`；`Muse.ticket`、`YM/FullVolume/Gain/Rate.lean:94`）[源]。

二つの解の差の上限を b とすると、この二つから $b \le b/16$ が出て、$b = 0$ です[源]。細かい端での初期値の違いは、段を下るごとに $(1/16)^k$ で忘れられるので、小さい必要はなく有界で足ります（`culprit`、`YM/FullVolume/Glide/Wings.lean:59`）[源]。活動の収束には、この忘却の量の評価も使われます[源]。収束の速さは言明に在りません（質的な収束）[源]。

錨が無いと、結合の方向は縮まないので、この議論は閉じません。全ての切断で段 0 の結合を同じ $\bar{\beta}$ に揃える合わせが、まさにその錨です[推]。詳しくは 11-10 です。

06

本書の極限が部分列でしか取れなかったこと

この節は推し量りです[推]。

本書の検討の部分列の極限の含意（28-01）では、結論の一つ目として「合わせの点が括弧の中に在る」（関数の族 u_n について $u_n(x) = t$ となる点）が言われますが、u_n と細かい測度を結ぶ欄は一つもなく、裸の結合の列と合わせは結びついていませんでした。全列の収束の含意（28-02）は、抽象の歪積の写像（周辺の座標と、縮む無関係な座標）の軌道について、「粗い

端での周辺の座標を全ての n で同じ値に合わせ、無関係な座標が一段で縮むなら、粗い端がCauchy」という形を Lean に持っていて、終点の合わせが外せないことも例で示していました。これは §05 の二点境界値問題と同じ型です。ただし、その写像は格子から定義されていませんでした。

したがって、本書の検討の極限が部分列でしか取れなかったのは、結合の向きに錨が無かった（合わせが鎖の外に在った）ことから来ている可能性があります。辺 3 の設計の合わせた列の存在（§02）は、錨の候補になり得る具体の対象です。ただし、それが一段の写像の周辺の座標の合わせになっていることは示されていません。28-02 との違いも二つあります。28-02 の定理の周辺の座標は、28-01 の u_n とも辺 3 の合わせの量 Y とも同じものと置かれていません。また 28-02 の収束は、Lipschitz の縮みから量で出す Cauchy（速さつき）で、公開された構成の「コンパクト性と一意性」（速さなし）とは出し方が違います。

ただし、錨だけでは足りません。公開された構成の一意性の議論は、全ての段で保たれる表示（材料が結合と活動に分かれること）と、活動の一段あたりの縮みの上に立っています。本書の決定的なブロック写像で、粗い密度がこの形の表示を全ての段で保つことは示されていません。そこは大きい場の扱い（14-04）と重なる所です。

07

一ループの係数の比べ

公開された構成の一段の結合の移りの傾きは、定義として置かれた定数

$$s = \frac{11\,C_g}{24\pi^2} \tag{5}$$

です（`YM/Gauge/Colors.lean:184` の `slopeConstant`）源。評価書は、裸の結合が $\beta_{N,p}/\log(1/a_N) \to 11C_g/(24\pi^2)$ を体積に一様に満たすと述べています評（評価書 §4.3 の式 (7)）。公開の言明 `WilsonRegularity.running`（`ChallengeSpec.lean:13`）が求めるのは「ある正の傾きが在ること」だけで、$11C_g/(24\pi^2)$ は構成が満たす値です源。C_g は内積 $\langle X, Y\rangle = -\mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}(XY)/d$（$d$ は表現の次元）に対する Casimir の定数です源。

SU(2) の二次元の表現では $C_g = 8$、$s = 11/(3\pi^2)$ で、辺 2 の一段ぶんの移りは $s\ln 2 = 11\ln 2/(3\pi^2) \approx 0.2575$ です初（手の計算。$C_g = 8$ は数値でも確かめた）。これは、本書の検討が β の単位で書いた一ループの値（15-01）と一致します初。前提は、本書の β が $\sum_p (1 - \frac{1}{2}\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\,U_p)$ の係数（標準の $\beta = 4/g^2$）であることです。公開された構成は辺 3 以上の奇数しか使わないので、辺 2 の一段そのものは扱っていません。一致するのは $\log b$ の係数だけで、一段の $O(1)$ の定数は比べられません。

公開された構成は、一段の誤差を $O(1)$ のまま、辺 b_m を段とともに育てて $\log b_m$ で割って消します（10-05）源。本書の検討は辺を固定していたので、一段の $O(1)$ の誤差が段の数だけ積もる問題を、別に抱えていました（15-01 で測った一段目の係数のずれ）。

08

言っていないこと・読めていない所

本書の検討の側が言っていないこと。合わせの解の一意性、結合の列の単調・発散、走りの法則、θ_M についての N に一様な評価。渦の比の合わせは格子を止めた言明で、格子と結合を同時に動かす列については何も言いません。

短距離の実効の結合の在りか。評価書の定理 7.2（短距離の実効の結合 $\log(1/r)\, g_W(r)^2 \to 1/(2b_0)$。評価書の記号で、$2\mathrm{b}_0$ は (5) の傾き s に当たります）について、近い内容の宣言が三つ在ります源。評価書は在りかの名を挙げていません評。

宣言	中身	依存
`YM.PertExtension.Running.ratio`（`YM/PertExtension/Running.lean:145`）	比の形（$\mu \to \infty$、$a_m \le 1/\mu$）	依存の外（outside）源
`YM.Trace.Pilot.wilson_link`（`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`）	定理 7.2 の言明（$r \downarrow 0$、r を下回る最初の間隔）に字句が近い 推。仮定に `PostT`（$b_i \le \log \hat{\beta}_i$）が在る	依存の中。最初の見出しは `continuum_with_position_tests`、直接の使い手は `crest_ready`。跡の解析の途中の段として使われ、結論は `Crest.charts` と `FieldComparison.wilson` に入り、`of_result` で落ちる源
`YM.Pert.Asymptotics.comparison`（`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`）	切断つきの段 i の結合 $\beta(N_i, k_i, i)^{-1/2}$ の走りで、g_W とは別の量	見出しの定理そのもの（headline）源

g_W の形の言明は、公開の定理・構成の定理・委員会の結合の目標の、どの結論にも残りません源。見出しの定理 `comparison` も、検証の記録が挙げる 17 の見出しの一つで、三つの目標の結論には入っていません（構成の定理・公開の定理・委員会の結合の目標のどこからも参照されていない）源。間隔の列の取り方への普遍性と、$\bar{\beta}$ を変えたときの依り方は言われていません評源。

読めていない所。一ループの移りの値と一段の定理の運動項をつなぐ証明（`under_contract` の先）、試験配位 V の具体形、`Roof.Lyrics.supplier` が連続性を作る中身。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
本書の検討の Lean：渦の比 θ_M は β について連続で $\theta_M(0)=0$、$\beta\to\infty$ で 1 に近づき、全ての $\kappa_0\in[0,1)$ に $\theta_M(\beta)=\kappa_0$ の最大の解が在る（`ThetaTuning.thetaM_continuous`・`thetaM_zero`、`ThetaLimit.tendsto_theta_one`・`tuning_all`。格子は固定）	解の一意性、κ_0 についての連続、N に一様な評価
本書の検討の Lean：辺 3 の設計で、粗い面の平均の期待値を合わせた列が在る（`Block3.tuned3_exists`）	列の単調・発散・有界、走りの法則
源 公開された構成の段の結合は、密度の表示の中の係数で、測度だけから決まる数ではない、と源の説明文が書く	表示を替えたときの依り方
源 存在の道の射撃は帯 $\frac{3}{4}\bar\beta+\frac{5}{8}s\log D_m\sim\frac{5}{4}\bar\beta+\frac{3}{2}s\log D_m$ の入れ子の区間で、段 0 で $\beta=\bar\beta$ を取る	射撃で選んだ裸の結合の一意性
源 切断についての収束は、コンパクト性・一意性・部分列の原理から出る。一意性は段 0 の錨と、活動の一段あたり 1/16 の縮みから	収束の速さ（言明に無い）
推 本書の検討の部分列は、結合の向きに錨が無かったことから来ている可能性がある	確かめていない。錨が在っても、表示と縮みが無ければ同じ議論は立たない
初 ループの係数は、規約を揃えると辺 2 の一段ぶんで $\frac{11\ln 2}{3\pi^2}$ に一致する（手の計算。$C_g=8$ は数値でも確認）	一段の $O(1)$ の定数の比べ

出典と再現

もの	種別	出典・道具
段の結合の定義の説明文	源	リポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）の `YM/RG/History.lean` の冒頭の説明文（:24 付近）、`Conv`（:213）・`Transfer`（:223）・`Selected`（:234）
読み直し（二つの配位の対数比）	源	`YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean:50`（`contrast`）
射撃法（存在の道）	源	`YM/FullVolume/Arc.lean`（:21 `low`、:22 `high`、:71 `covers`、:95 `bought`）、`YM/FullVolume/C/Songbook.lean:76`（`Roof.Lyrics.supplier`）、`YM/FullVolume/Stage/Rods.lean:26`（`rodB`）
錨と縮み	源	`YM/FullVolume/Glide/Triumph.lean:37`（`allB`）、`YM/FullVolume/Glide/Coincide.lean:58`（`accord`）、`YM/FullVolume/Glide/Duty.lean:45`（`curls`）、`YM/FullVolume/Gain/Rate.lean:94`（`Muse.ticket`）、`YM/FullVolume/Glide/Wings.lean:59`（`culprit`）
ループの傾き	源	`YM/Gauge/Colors.lean:184`（`slopeConstant`）。評価書 §4.3 の式 (7)

もの	種別	出典・道具
短距離の実効の結合（近い内容の三つの在りか）	源	`YM/PertExtension/Running.lean:145`（`ratio`、outside）、`YM/TraceExtension/Atlas/Sink.lean:50`（`wilson_link`、used）、`YM/Pert/Asymptotics/RawAxis.lean:36`（`comparison`、headline）。`verification/declaration-usage.tsv`・`verification/joint-headlines.txt`、評価の側の `submissions/openai-20261028/checks/CombinedAcceptance.lean`
合わせ・裸の結合・走り	評	評価書（`yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`、2026-11-10）§4.3・§7.4
本書の合わせの定理	Lean	本書の検討の Lean の束（`ThetaTuning.*`・`ThetaLimit.*`・`Block3.*`）。核の再検査を通し、源で確かめた
一ループの係数の比べ	初	本書の検討の手の計算（C_g の値は数値でも確認）。本書の側の値は 15-01

この章で使った語 — 合わせ、裸の結合、粗い面の平均の期待値、渦の比、表示の中の係数、読み直し、射撃法、帯、錨、二点境界値問題、上端の忘却、走りの法則、一ループの係数。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：14-04 大きい場 — 本書の検討で開いていた大きい場の扱いを、公開された構成の扱いと比べます。

大きい場 — この本の検討の詰まりと、公開された構成の扱い

この章は本書の検討です。公開された構成についての記述は既存の知見（公開された構成の読み）、§01 は未解決の地図です。§06・§07 の判定は推し量りです。

この章で分かること — 本書の検討の紫外の側で、やり方が分からないまま残っていたのが大きい場です。大きい場の領域を段ごとに積み上げて固定する形では、ブロック写像で形の変わらない配位の近くに段を跨いで持続する欠陥の扱いが開いていました。公開された構成は、領域の履歴を持たず段ごとに種を数え直し、表示の主な部分を一次に切り、ゲージの切り口と区画の条件を満たす全ての配位について「種一つあたりのエネルギー」の不等式を毎段立て、帰納の仮定には弱い帳簿、一段の証書には強い見積もりを置き、段に一様な条件を暦の側で払います。本書の詰まりに対しては「別の形で答えている」と読みます。

前提となる章 — 11-00 帰納の仮定と一段の証書、9-07 小さい場の閾と、切った作用、28-04 前提の一覧（大きい場の評価・大きい場の気体）、22-01 大きい面の稀さ。

先に言うこと — 公開された構成の大きい場の補題の多くは、宣言の使われ方の記録で辿ると、見出しの定理が主定理とは別のものになります。それらが主定理の依存に入っているかは確かめていません（入っていない、という意味ではありません）。一段のあとの粗い段の活動を帳簿に収め直す構成の全体、Haar の損失を払う補題、残りの積分の上界は読めていません。§06 の判定は、本書の検討の側の言葉への当てはめで、公開された構成の証明が本書の問いを想定して書かれたという意味ではありません。

この章の順序

1. 本書の検討の詰まり — 積み上げて固定する領域と、持続する欠陥
2. 公開された構成の各段の表示 — 切った作用と、旗の上だけの活動の気体
3. 一段の中 — 種と区画 — 種の型、区画、一の分割
4. 種一つあたりのエネルギー — 切り口と区画の条件を満たす配位についての不等式
5. 二つの帳簿と暦 — 弱い帳簿と強い見積もり、印、段に一様な条件

6. 判定 — 別の形で答えている — 何が言えて、何が言えないか（表 1）
7. 閾を超え続ける配位 — 段を跨いでどう扱われるか
8. 小さい場に戻った塊 — 粗い旗を含むかどうかの判定
9. 読めていない所と、依存の確かめ

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。本書の検討の Lean の定理は、札の外に名と範囲を同じ行に書きます。

01

本書の検討の詰まり

格子の場を段ごとに粗くするとき、どの段でも、場が大きくずれている所（面のホロノミーが単位元から遠い所）が残り得ます。そこでは小さい場の展開（ガウス型の積分と、その補正の展開）が使えないので、別の扱いが要ります。これが大きい場の問題です（7-05、15-01）。

本書の検討は、Bałaban の連作の型にならい、大きい場の領域を段ごとに定め、それを積み上げて以後の段で固定する形で考えていました。この形では、ブロック写像で形の変わらない配位（どの段でも同じ形に写る配位）の近くに、段を跨いで持続する欠陥が残り得ます。その欠陥について、作用の利得と揺らぎの損失が釣り合ってしまわず、各段の稀さが段の数に一様に効くことをどう示すか。これが分からないまま残りました。

前提の一覧（28-04）では、この部分は「大きい場の評価」（各段と各穴で、活動が作用の下限の指数で抑えられ、定数が段と体積に一様）と「大きい場の気体」（大きい場の活動の気体の評価と、それが対応する比に等しいこと）の二行に置かれ、どちらも形が決まっていません仮（28-06）。一つの尺度での稀さ（細かい格子の Wilson の測度で、大きい面の集合の確率が体積に一様に小さいこと）は Lean の定理ですが（`FoldCap.rarity_explicit`、22-01）、段を跨ぐ形には届いていません。

02

公開された構成の各段の表示

公開された構成は、各段 m の有効密度を次の形に保ちます源（詳しくは 9-06・11-01）。

$$\mathrm{eval}_m = \exp\!\Big(v|\Lambda| - S^{\mathrm{clip}}_m - \sum_i 1[\text{健康}]\,E_i\Big)\cdot \mathrm{gas}_m(K) \tag{1}$$

S^{clip} は切った作用、E_i は小さい場の（正則な）活動、$\mathrm{gas}(K)$ は大きい場の（強制された）活動 K の気体です。

閾。段 m の基準の結合 $\hat\beta_m$ から、$\hat g_m = \hat\beta_m^{-1/2}$、$p_m = \exp\!\big((\log\log\hat\beta_m)^2\big)$ と置き、閾を $t_m = \hat g_m\, p_m$ とします（`YM/RG/History.lean:81`・:83）源。十分大きい $\hat\beta$ で（漸近の意味で）、p は $\log\hat\beta$ のどの冪よりも速く育ち、$\hat\beta$ のどの正の冪よりも遅く育ちます初。たとえば $\hat\beta = 10^{10}$ では $p \approx 1.9\cdot 10^4$ で、$\hat\beta^{0.1} = 10$ より大きいので、遅く育つことが見えるのは $\hat\beta$ がずっと大きい所です読。

切った作用。面ごとに、ずれ s（面のホロノミーの単位元からの隔たり）について

$$\mathrm{clipped}(s) = \begin{cases} \dfrac{c_{\mathrm{dir}}}{2}\,s^2 & (s \le t) \\ c_{\mathrm{lin}}\,t\,s & (s > t) \end{cases}, \qquad c_{\mathrm{lin}} < \frac{c_{\mathrm{dir}}}{16} \tag{2}$$

です（`YM/RG/PathActions.lean:218` の `clipped`、:145 の `kink`）源。閾までは二次、閾を超えると一次で、$s = t$ で下へ跳びます。

旗の上だけの活動。大きい場の活動 K は、現在の段で閾を超えた所（旗）をちょうど覆う塊の上にだけ在り、旗が無ければ気体は 1 です（`YM/RG/Activities.lean:135` の `gas_one`）源。帰納の仮定 `History.Conv`（`YM/RG/History.lean:213`）が持つのは、小さい場の活動の帳簿 $\hat g^{11/5}$（:84）と、大きい場の活動の帳簿

$$\sum(\text{被覆の重みつきの } K) \;\le\; \exp\!\big(-p_m^{1/5}\big) \tag{3}$$

（:85 の `forcedAllowance`）と、結合の帯です源。**領域の履歴を表す欄はありません**源。

段の間は等式。段 m と段 $m+1$ の密度は、一段の核による押し出しの等式 $\mathrm{eval}_m = \mathrm{push}(\mathrm{eval}_{m+1})$ で結ばれます（`History.Transfer`、:223）源。表示の主な部分を切っても測度は変わらず、切った分の差は小さい場と大きい場の活動の側に入ります源。

一番細かい段では、面ごとに Wilson の値段を、切った作用・健康な所の二次・健康な所の剰余・差額（due）に分け、差額を最初の大きい場の活動に負わせます（`YM/Extra/WILSON_STARTUP/Ownership.lean:68` の `due_eq`）源。差額は旗の面で $t^2/4$ 以上です源（11-02）。

```
03
```

一段の中 — 種と区画

一段の積分の中では、配位を「小さい場と大きい場」の二つに特性関数で切るのではありません源。三種類の「種」を数えます：閾を超えた細かい面、予測子から大きくずれた粗いリンク、粗い旗に触れる点です源。種の型（三つの有限集合の組）ごとに区画を作り、区画どうしを滑らかな一の分割で貼り合わせます源（11-03）。

区画の条件そのもの（`Seeded`、`YM/Push/SECTOR_MEASURE/Cells.lean:51`）は、全ての面とリンクに課されます源。評価に使うのは、種のまわりに局所化した形 `Plot`（`YM/Pressure/Seeds.lean:51`）で、局所化の半径は粗い側の基準の結合 $\hat{\beta}$ で $5\lceil(\log\hat{\beta})^2\rceil$ です源。区画の境は、面の条件が $t/4$ と $t/2$ の二つの値で書かれ、ずれのある幅（ヒステリシス）を持ちます源。

04

種一つあたりのエネルギー

一段の要の不等式は、区画の上で

$$c_E\, t_{\mathrm{f}}^2 \cdot \#(\text{種}) \;\le\; \big(\text{細かい作用} + \text{ずれの罰} - \text{粗い切った作用}\big)_{\text{種のまわり}} \tag{4}$$

です（`cash`、`YM/Pressure/Seeds.lean:124`；`Grants`、同 :129）源。t_{f} は細かい側の閾です源。量化の順は「ある i があって、i 以上の全ての辺 L、十分大きい全ての W で、ある $c_E>0$ があり、十分大きい全ての基準の結合で、…」で、c_E は L と W に依ります源（源の字句では κ）。言明は、パッチの辺が L、格子の辺 c が $100(1+\lceil(\log\hat{\beta})^2\rceil)$ 以上、核の選び方などの仮定 `Funds` のもとで、ゲージを木で固定した切り口（`SliceSet`、:48：森の幹の上で $U=1$）と区画の条件 `Plot` を満たす**全ての配位**について言われます（`live`、:113〜:118）源。この構造体は全ての選び方について仮定なしに成り立ちます（`grants`、`YM/Next/FLUCTUATIONS/Grants.lean:24`）源。

β を掛けると $\beta t^2 \approx p^2$ なので、種一つに $\exp(-c_E p^2)$ 程度の因子が付きます推。p^2 は $\log\beta$ のどの冪よりも速く育つので、種のまわりの体積、Haar の損失、組合せの数といった多重対数の損失は、この因子で払えます推。

不等式 (4) の正の余りの一つは、切った作用から来ます。中くらいの大きさの粗い面（粗い閾 t_{c} より大きく、ある δ 以下）では、粗い側の働きの下界に $\frac{c_{\mathrm{dir}}}{4}\,t_{\mathrm{c}}\cdot(\text{ずれ})$ の正の項が出ます（`YM/Bid/Energy.lean:94`〜:97 の `Crowds`、:101 の `E05`）源。粗い段へは作用を一次に切って渡すので、細かい側の二次の作用との差が正に残る、という形です推。

05

二つの帳簿と暦

弱い帳簿と強い見積もり。帰納の仮定 `Conv` が持つ大きい場の帳簿は、式 (3) の弱い形だけです源。一段の証書 `Move`（`YM/PCalc/Band.lean:49`）は、出口の活動についてもっと強い

$$K_{\text{出口}} \lesssim \exp\bigl(-g \cdot p_{m+1}^{2}\bigr) \tag{5}$$

を言います（欄 `forced`。p_{m+1} は細かい段の値）源。強い見積もりを弱い帳簿へ落とすのは短い不等式です：十分大きい全ての y について、x と y が「似ている」（閾・P・隙間・塊の数・帳簿 w などの六つの量が、互いに 2 倍の幅に在る。`Alike`、`YM/Next/SCHEDULE/Dues.lean:118`）なら $\exp(-d\,P(y)^2) \le w(x) = \exp(-P(x)^{1/5})$（`saved`、`YM/Next/SCHEDULE/Salary.lean:178`；`late_force`、`YM/AnalyticBridge/VERIFIED_RESET_STEP/Opening.lean:19`）源。`saved` の証明は指数 $1/5 \le 1$ の場合を扱い（P の比が 2 以内であることを使う）、2 未満の任意の指数で同じことを言う形は `dictionary_fit`（`YM/AnalyticNext/CONNECTED_ACTIVITY_JETS_E6/Bulkhead.lean:78`）です源。強い評価は帰納の仮定に入れず、弱い帳簿のほうを毎段作り直します。段に一様な条件は、下の「暦」のとおり暦の側で払われます推。

印。種一つの収入について、保証された下界 $c_E P^2/2$ の半分 $c_E P^2/4$ を「印」として出口に残し、残りで木の展開と被覆の組合せの損失を払います（`Target.costs`、`YM/AnalyticNext/CONNECTED_ACTIVITY_JETS_E6/OptionCost.lean:83`、$u = 1/2$）源（11-05）。

入ってくる活動。出口の率の式（印と目標の率）は c_E, p, β だけの関数で、入ってくる活動の評価は入りません源。入ってくる活動の評価は、一段の仮定の側（`Target.Invoices` の欄、`YM/AnalyticNext/CONNECTED_ACTIVITY_JETS_E6/Issue.lean:73`）で、一段の中の和を収束させるのに使われます源。稀さは毎段、その段の作用の差から作り直されます推。

暦。弱い帳簿も段 m の関数です。段に一様な条件は、暦の側で払われます。辺の下限、基準の結合の入口、率の割り当てなどを、「段の定数 → 辺 → 幅 → … → 結合の入口」の順に先に固定します源（11-08）。帳簿を段ごとに持ち運ぶのは、存在の道では `Roof.Lyrics.supplier`（`YM/FullVolume/C/Songbook.lean:76`）で、似た名の `Directed.holding`（`YM/PCalc/Band.lean:92`）は使われていません源。

06

判定 — 別の形で答えている

本書の詰まり（§01）に対して、公開された構成は**別の形で答えている**、と読みます[推]。

表 1　本書の検討の詰まりと、公開された構成の扱い

点	本書の検討	公開された構成
大きい場の領域	段ごとに定め、積み上げて以後固定	履歴を持たず、各段でその段の旗から種を数え直す[源]
分け方	小さい場の特性関数	種の型の区画と、滑らかな一の分割[源]
表示の主な部分	二次の作用が主	閾を超えると一次に切った作用。差は活動へ[源]
閾	結合の多重対数の倍	$\hat{g}\cdot\exp((\log\log\hat{\beta})^2)$[源]
種一つあたりの因子	e^{-c/g^2} の型	$\exp(-c_E p^2)$ の型。ずっと弱いが、帳簿 $\exp(-p^{1/5})$ はさらに弱い[源][推]
持続する欠陥	段の数に一様に抑える方法が開いていた	切り口と区画の条件を満たす全ての配位についての不等式を毎段立て、因子を毎段出す[源][推]
段に一様な条件	前提の欄に置いていた[仮]	暦（辺の下限、結合の入口など）の側で払う[源]
瞬間子・渦・位相の区分	持続する欠陥の候補として挙がっていた	名指しで扱う議論は主定理の道に見当たらない[源]（検索の範囲）

言えること。公開された構成は、領域の履歴を持たず、段ごとに種を数え直し、ゲージの切り口と区画の条件を満たす全ての配位についての不等式 (4) で、種一つあたりの因子を毎段出しています。表示の主な部分を一次に切ってあることは、不等式の正の余り（中くらいの粗い面）と整合します。

言えないこと。「本書の恐れた配位という前提が外れる」とは言えません。切るのは表示の主な部分だけで、段の間は等式で、測度は変わらないからです。切った分の差は活動の側に入ります。また「段の数に一様な評価という問題が起きない」とも言えません。弱い帳簿も段の関数で、段に一様な条件は暦の側で払われています。書けるのは、「表示の主な部分を切り、差を活動に入れ、切り口と区画の条件を満たす全ての配位についての不等式を立て、段に一様な条件を暦で払う」という形で答えている、までです。

07

閾を超え続ける配位

本書の恐れた型の配位、たとえば全ての段でその段の閾をちょうど超え続ける配位は、公開された構成ではどう扱われるか。

種一つあたりのエネルギーの不等式 (4) は、切り口と区画の条件を満たす全ての配位について言われ、配位の型を除く仮定はありません[源]。その配位でも、各段で細かい旗は種になり、種が一つ以上あるので (4) の右辺は $c_E t^2$ 以上です[源]（量化）[推]（当てはめ）。各段で印が付き、出口の活動は (5) の強い形、さらに (3) の弱い帳簿に収まります[推]。

何段も続くことの稀さは、段を跨いで掛け合わされません。前の段で払った稀さは弱い帳簿へ落とされ、各段の作用の差から新しく取り出されます[推]。帳簿が段ごとに同じ形なので、それで帰納が回る作りです。段に一様な条件は、消えるのではなく、暦の側で払われます（§05）。作用の側では、段 m で使った粗い作用の項が段 $m-1$ の細かい作用の項と同じなので、各段はその段の作用の差を取り出すだけで、二重には数えていない、と読みました[推]。対称の平均を含めた正確な形は確かめていません。

08

小さい場に戻った塊

一段の後、粗い段で欠陥が小さい場に戻ることがあります。公開された構成は、粗い旗を含む塊（`ThickP`）と含まない塊（`ThinP`）を、局所の判定一つで分けます（`YM/AnalyticNext/CONNECTED_ACTIVITY_JETS_E6/Colony.lean:26`・:27）[源]。粗い旗を含む塊だけが次の段の大きい場の活動 K になり、含まない塊の寄与は小さい場の展開の項（Ursell の項）に入り、その平らな所の値は真空の項 v へ、二次の部分は結合の直しへ流れます[源]（分類と真空の項の式）[推]（流れ）（11-06）。

本書の検討で「欠陥が小さい場に戻ったらどうするか」は場合分けの問いでしたが、公開された構成では、粗い段の表示を作り直す手続きの中の一つの判定で済んでいます[推]。

09

読めていない所と、依存の確かめ

- **依存**。主定理（`jointExistence`）の道に載ることを鎖で確かめたのは、射撃と一段の定理の道（`rodB` から読み直しまで）、切断についての収束（`allB` など）、小さい場の条件を閉じる `sailsW`、紫外の極限 `realUV` に限られます。この章で引いた大きい場の補題の多く（`late_force`、`due_eq` など）は、宣言の使われ方の記録で辿ると見出しの定理が主定理とは別のものになります。主定理に載らないという意味ではなく、確かめていない、という意味です。
- 一段の後に粗い段の活動を作り直し、帳簿 (3) に収める構成の全体（`YM/PhysicalNext/RG_NEXT_COMPLETE_REPEATABLE_NONLINEAR_STEP/` の下、

`V9_JOINT_ENDPOINT_LOAD`、`ANNULUS_RATIO_INSERTIONS`）。

- Haar のまま積分する所の損失を払う補題の在りか。種一つあたりの対数の費用の欄に入ると読みましたが、具体の補題は特定していません。
- 値段を出したあとの残りの積分の上界の全体。
- 不等式 (4) と正の余りの証明（言明だけ読みました）。
- 粗い旗を含まない塊の値が、小さい場の活動の帳簿の番地へ入る写像。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 帰納の仮定 `History.Conv` は領域の履歴の欄を持たず、大きい場の活動は現在の段の旗の上にだけ在る	一段のあとで活動を帳簿に収め直す構成の全体
源 表示の主な部分は、面のずれが閾以下で二次、閾を超えると一次で、一次の係数は二次の係数の 1/16 より小さい。段の間は押し出しの等式で、測度は変わらない	切った差が活動へどう配られるかの全て
源 種一つあたりのエネルギーの不等式は、ゲージの切り口と区画の条件を満たす全ての配位について言われる（仮定 `Funds`・`SliceSet`・`Plot` つき）	その証明の中身（言明だけ読んだ）
源 帰納の仮定は弱い帳簿 $\exp(-p^{1/5})$ だけを持ち、一段の証書は強い見積もり $\exp(-g\,p^2)$ を出す。一行の不等式で弱める	強い見積もりから活動の気体を作り直す所の全体
源 出口の率の式に入ってくる活動の評価は入らない。入ってくる活動の評価は一段の仮定の側で使われる	—
推 本書の詰まりに対し、公開された構成は「別の形で答えている」	「本書の恐れた配位が起きない」「前提が外れる」とは言えない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
閾・帳簿・帰納の仮定	源	リポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）の `YM/RG/History.lean`（:81 `monitor`、:83 `threshold`、:84 `allowance`、:85 `forcedAllowance`、:213 `Conv`、:223 `Transfer`）
切った作用	源	`YM/RG/PathActions.lean`（:145 `kink`、:218 `clipped`）
活動の気体	源	`YM/RG/Activities.lean`（:98 `EBound`、:135 `gas_one`）

もの	種別	出典・道具
区画と種	源	`YM/Pressure/Seeds.lean`（:48 `SliceSet`、:51 `Plot`、:120 `Serves`、:124 `cash`、:129 `Grants`）、`YM/Push/SECTOR_MEASURE/Cells.lean:51`（`Seeded`）、`YM/Next/FLUCTUATIONS/Grants.lean:24`（`grants`）
中くらいの粗い面の正の余り	源	`YM/Bid/Energy.lean`（:94〜:97 の `Crowds`、:101 `E05`）
二つの帳簿の換算	源	`YM/PCalc/Band.lean`（:49 `Move`、:92 `holding`）、`YM/AnalyticBridge/VERIFIED_RESET_STEP/Opening.lean:19`（`late_force`）、`YM/Next/SCHEDULE/Salary.lean:178`（`saved`）、`YM/AnalyticNext/CONNECTED_ACTIVITY_JETS_E6/Bulkhead.lean:78`（`dictionary_fit`）、同 `OptionCost.lean:83`（`costs`）、同 `Issue.lean:73`（`Invoices`）、`YM/FullVolume/C/Songbook.lean:76`（`Roof.Lyrics.supplier`）
一番細かい段	源	`YM/Extra/WILSON_STARTUP/Ownership.lean:68`（`due_eq`）
大きい場の扱いの記述が評価書に無いこと	評	評価書（`yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`、2026-11-10）の全文の検索（large field・small field・polymer の語が無い）
本書の検討の側	仮	前提の一覧の「大きい場の評価」「大きい場の気体」（28-04）と、開いている所（28-06）

この章で使った語 — 大きい場、小さい場、閾、切った作用、活動、強制された活動の気体、旗、種、区画、一の分割、種一つあたりのエネルギー、帳簿、一段の証書、印、暦、持続する欠陥。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：14-05 この本の検討に無かった発想 — この章の扱いを含む 35 の発想を、群に分けて一覧にします。

この本の検討に無かった発想 — 七つの群の一覧

この章は本書の検討です。各項目の「何をしているか」の欄は既存の知見（公開された構成の読み）、「何が変わるか」の欄は推し量りです。

この章で分かること — 公開された構成を読んで、本書の検討に無かった発想を 35 拾い、七つの群に分けて一覧にします。各項目は三つの欄で書きます：何をしているか（源の在りかつき）、本書の検討ではどうしていたか、何が変わるか。最後に、同じ向きだった五つと、この一覧を読むときの注意（言えないこと）を置きます。

前提となる章 — 14-01 骨組みの比べ〜14-04 大きい場。各項目の詳しい説明は第 9〜13 部の各章です。

先に言うこと — 「何が変わるか」の欄は、本書の検討の側への当てはめの推し量りで、本書の設計でその発想がそのまま使えることを確かめたものではありません。どの発想も、公開された構成の中では他の部品と組み合わさって働いていて、一つだけを取り出したときに同じ効き目があるとは限りません。各項目が主定理の依存に入っているかは、§09 に書いた範囲でしか確かめていません。

この章の順序

1. 一段の設計 — 確率の核、射影した予測子、二本立てのゲージ固定、育つ辺
2. 小さい場の一段 — 近似なしの等式、有限到達の共分散、微分のノルム、帳簿の定義し直し
3. 大きい場 — 表示を切る、数え直す、二つの帳簿、作用の側の稀さ
4. 結合 — 表示の中の係数、射撃法、弱結合のまま運ぶ
5. 極限の取り方 — 評価の道具としての繰り込み、固定した段の Cauchy、一意性、根の半ノルム
6. 赤外と再構成 — トレースの表示、相の分解、Ward の恒等式、跡の異常、商としての場
7. Lean の組み方 — 依頼の命題、一つの構成の上で束ねる

8. 同じ向きだったもの — 五つ

9. この一覧を読むときの注意 — 言えないこと

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。本書の検討の Lean の定理は、札の外に名と範囲を同じ行に書きます。

01

一段の設計

詳しくは 14-02 と第 9 部です。

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
一段を写像でなく確率の核にする	粗いリンクを予測子のまわりのガウス型の揺らぎ $e^{-\beta c_{\mathrm{pen}}\,\mathrm{price}}$ で引く。罰の係数 c_{pen} は任意の正の数（源の字句では `kernel.penalty`）（`YM/RG/Block.lean:71` `density`）	決定的なブロック写像で押し出す（19-04）	拘束が硬い制約でなくなり、c_{pen} が一段の自由場の精度に入る。代わりに押し出しの測度が β に依る対象になる
予測子は陽に作って群へ射影した中心値	平行な直線の輸送の重みつきの平均に一番近い群の元。散らばりが大きければ一本を確率で引く（`YM/RG/Patch.lean:159`・:171、`YM/Branch/Center.lean:72`）	平均を球へ戻す（retract）。背景場は拘束つきの作用の最小化元（28-05）	背景の最小化問題を一段の定義の中で解かずに済み、値はいつも群に在る
ゲージ固定を二本立てにし、確率で引いて和を取る	小さい場では対称な最小化、大きい場では軸ゲージの根と順を一様に引く。札の和で超立方の群と粗い並進についてちょうど不変（`YM/RG/Patch.lean:102`〜:155、`YM/Branch/Covariant.lean:50`）	道の族を対称に平均する。段ごとのゲージは Landau・軸・木の選び（28-05）	大きい場でもゲージ固定が定まり、格子の対称が崩れない
辺を段とともに大きくする	辺は 3 以上の奇数（`YM/Lattice/Scale.lean:28`）で非減少（`Fits.monotoneL`）、$\log b_m / \log D_m \to 0$（`Fits.mesh`、`YM/RG/History.lean:97`〜:100）。一段の誤差は $O(1)$ のまま $\log b$ で割って消す	辺 2（辺 3 の設計でも）に固定	二ループの精密な評価が要らなくなる。代わりに格子間隔の列が特別なものになり、列の取り方への普遍性は無い 評

02

小さい場の一段

詳しくは 11-09 です。

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
一段を近似なしの等式でつなぐ	一段の証書の欄は押し出しの等式（`YM/PCalc/Band.lean:50` の `ident`）。ガウスの近似の誤差もガウスでない残りも、被積分関数の中に残したまま運ぶ	受け渡しの余白の損を、評価の損として紙の上で運んでいた	損でなく被積分関数の項として運べる。帳簿の側は不等式なので、評価に近似を使わないという意味ではない
共分散を有限の距離で切れる近似の逆に取り直す	窓の中だけで Gram を逆にして対称化し、真の逆との差は窓の半径について指数的に小さい（`YM/SectorNext/GAUSSIAN_SECTOR_CHANGE/Windows.lean:184` `windows`）。差は等式の中に残す	段に一様な縮みを使う共分散の分解（15-12）	離れた所の独立が正確に成り立ち、展開の土台になる
活動の大きさを有限階の微分のノルムで測る	大きさ t の方向への有限階の微分の上限（`YM/RG/Masks.lean:164` `supBounds`）	解析の半径で測る紙の評価	半径が段ごとに縮む型の損が起きない
主な作用の四次までの一致を条件として運ぶ	粗い段の主な作用と、細かい段の主な作用＋拘束の罰の停留値とが、平らな配位で四次までの jet で一致する、という条件（`YM/PCalc/Chart.lean:108` `ClassicalMatch`）。閉じるのは `sailsW`（`YM/FullVolume/Roll/Fiscal.lean:97`）。粗い主な作用は別に与えられるデータ	背景場の展開を前提の側に置いていた（28-04）	残りが帳簿に入る大きさになる 推

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
帳簿を毎段、その段の結合から定義し直す	閾と帳簿は段 m の基準の結合 $\hat{\beta}_m$ の関数（`YM/RG/History.lean:83`・:84）。出口が次の段の決まった帳簿に入ることだけを示す	前の段の評価から次の段の評価を導く形で、損が段ごとに積もる恐れがあった	帰納の仮定が損を運ばない。読み直しの損は段の定数で前払いする
限界的な項は活動に残さず、結合と真空の項へ移す	平らな値は真空の項へ、二次は結合へ移し、小さい場の活動の帳簿は $\hat{g}^{11/5}$（`YM/RG/History.lean:84`）。指数は限界の次数 2 と最初の非限界の次数 3 の間	—	何次まで合わせれば残りが帳簿に入るかを、次数で数えられる

03

大きい場

詳しくは 14-04 と第 11 部です。

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何
表示の主な部分を切る	閾を超えた面の作用を一次に弱めて表示し、差は活動の側に入れる（`YM/RG/PathActions.lean:218`）。段の間は等式で、測度は変わらない	二次の作用を主として渡す	切画満に不段場
領域の履歴を持たず、段ごとに数え直す	帰納の仮定に履歴の欄が無く、種は一段ごとに数え直す（`YM/RG/History.lean:213`）	大きい場の領域を積み上げて以後固定	持陥で種わ

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何
帳簿を二つ持つ	帰納の仮定には弱い帳簿 $\exp(-p^{1/5})$、一段の証書には強い見積もり $\exp(-gp^2)$（`YM/PCalc/Band.lean:49`）。一行の不等式でつなぐ（`YM/Next/SCHEDULE/Salary.lean:178`）	帳簿を一つ（e^{-c/g^2} の型）で考えていた	強帰に弱毎す様暦う
稀さを活動でなく作用の側に置く	切った作用を表示に陽に残し（`YM/RG/PathActions.lean:218`）、活動は差を運ぶ因子にする。稀さは各段の作用の差から取り出す推（読みの筋は 11-06・14-04 §07）	稀さを活動の評価として持ち越す形	持勘な
粗い旗を含むかどうかで塊を分ける	含む塊は次の段の大きい場の活動、含まない塊は小さい場の側へ（`ThickP`・`ThinP`、`YM/AnalyticNext/CONNECTED_ACTIVITY_JETS_E6/Colony.lean:26`・:27）	欠陥が小さい場に戻った場合を別に場合分け	局一
閾に $\exp((\log\log\beta)^2)$ を使う	閾 $t=\hat{g}\,p$、$p=\exp((\log\log\hat{\beta})^2)$（`YM/RG/History.lean:81`・:83）	結合の多重対数の倍の閾	多損を追
ヒステリシスつきの区画と滑らかな一の分割	種の型ごとの区画を一の分割で貼り合わせ、条件は全体に課して評価は種のまわりに局所化（`YM/Push/SECTOR_MEASURE/Cells.lean:51`、`YM/Pressure/Seeds.lean:51`）	小さい場の特性関数で切る	境連けと評
辺を大きく取る意味を強圧性の定数に置く	細かい面の一次の量は粗い面へ L^{-2} の重みで縮むので、辺を大きく取ると細かい側が勝つ推（`YM/Bid/Energy.lean` の `E03`・`E06`・`E07`、:67・:110・:130）。辺の下限は暦の欄（`YM/Price/Intent.lean:39` `Large`）	辺を大きく取る意味は結合の利得だった	辺が場のるる

04

結合

詳しくは 14-03 と第 10 部です。

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
結合を表示の中の係数として定義し、読み直す	段の結合は表示の F^2 の係数で、二つの正規化で付け替えを禁じる（`YM/RG/History.lean` の冒頭の説明文）。二つの配位での密度の対数比と単調性で読み直す（`YM/UVNext/COUPLING_RESET/Reset.lean:50`）	測度だけで決まる量で合わせる（19-07）。表示は無い	結合が一段ごとに一ループの値で動くことを、表示の中で直接追える
射撃法	段ごとの帯の入れ子の区間を作り、中間値の定理で裸の結合を選ぶ（`YM/FullVolume/Arc.lean:95`）。要るのは連続性と一段の誤差の不等式だけ	大域の端（$\beta = 0$ と $\beta \to \infty$）からの中間値の定理	端の値が分からない量でも合わせられる。一段の誤差の和が帯の幅の小さい割合に収まる暦の条件のもとで、段の数に依らず同じ形で働く
全ての段を弱結合のまま運ぶ	全ての段で $\beta_m \in [\hat{\beta}_m/2, 2\hat{\beta}_m]$（`YM/RG/History.lean:213` の欄 `band`）。基準の結合を大きく取り、間隔 1 の段で止める	弱結合から強結合までを一つの流れとして考えていた	強結合の領域を繰り込みで通らない。その先（長い距離）はコンパクト性で扱う

05

極限の取り方

詳しくは第 11 部の後半と第 12 部です。

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
繰り込みは評価の道具で、極限の対象ではない	極限を取るのは、元の格子の測度での繰り込んだ局所場の相関[評]（評価書 §4.3）。鏡映正値性は元の格子でだけ使う（`YM/Slice/Reflection.lean:98`）	押し出しの測度そのものの極限を取る（28-01）	押し出した測度の鏡映正値性が要らない（14-02 §07）
固定した粗い段の Cauchy を先に示し、そのあと段を外す	固定した段の有効密度が切断について一様に Cauchy（`YM/FullVolume/Fields/Cement.lean:50`）、真の相関と段 j の読み出しの差を N に依らない量で押さえ（`Sever.echoes`、`YM/FullVolume/Fields/Peat.lean:42`）、真の格子の相関が N について Cauchy 列であることを出す（`Rising.arrives`、`YM/FullVolume/Fields/Timber.lean:74`）。極限の対象そのものは作らない	部分列の極限	部分列が要らなくなる。収束は、表示の材料が Cauchy であることから連続な操作で出る

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
材料の収束を、量の評価でなく一意性から出す	結合は段 0 に錨、活動は一段ごとに 1/16 に縮む。二つの向きの条件を満たす軌道は一本。コンパクト性と部分列の原理で列の全体が収束（`YM/FullVolume/Glide/Triumph.lean:37`、`YM/FullVolume/Glide/Coincide.lean:58`）。速さは出ない	抽象の歪積の軌道で同じ型の含意を持っていた（28-02）が、写像は格子から定義されていない	切断 N と N' を量で比べる評価が要らない
細かい端の違いは有界で足りる	活動の初期値の違いは段を下るごとに $(1/16)^k$ で忘れられる（`YM/FullVolume/Glide/Wings.lean:59` `culprit`）	抽象の形では在った：歪積の軌道の含意で、極限が裸の無関係な座標の選び方に依らない（`SkewOrbit.limit_independent`、28-02）。写像は格子から定義されていない	一番細かい段の表示を、小さくしなくてよい
一段の帳簿を体積に依らない形にする	帳簿は点ごとの和（`YM/RG/Activities.lean:98` `EBound`）で、縮小の定数も体積に依らない。密度・分配関数の水準の評価は体積の指数を含み、無限体積へ渡す一様な評価は、紫外の側の体積に一様な評価（`Wcmain` など）を入力に、元の格子の鏡映正値性・チェス盤・転送作用素の表示で作る 評 （評価書 §5）	体積と段に一様な形を前提の言明の中に置いていた（28-04）	評価の分業がはっきりする
合成場の繰り込みを、繰り込みの輸送の逆で与える	係数の有限次元空間の上の線形同型（逆が一様に有界）を段ごとに持ち、基準の段から逆で運ぶ（`YM/FullVolume/Mark/Nursery.lean:11` の `Club`、`YM/FullVolume/Mark/Sages.lean:66` `spends`）	粗い格子の測度が終点で、観測量の較正は無い	局所場の相関を終点にできる
コンパクト性に渡す評価を、チェス盤の根の半ノルムで述べる	繰り込んだ観測量の大きさを根の半ノルムで $A\,a_m^{-d-\varepsilon}$ 以下、体積に一様（`YM/Extraction/Center.lean:38` `Wcmain`、`YM/Cells/Tiling.lean:226` `rootTest`）	チェス盤は大きい面の稀さに使う（22-01）	紫外から赤外へ渡す評価の一つを、体積に一様な一つの言明の形で書ける（紫外からの入力はほかにも在る、12-03）

06

赤外と再構成

詳しくは第 12・13 部です。

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
転送作用素のトレースで同程度連続性を出す	期待値を転送作用素のトレースで書き、挿入の移動を隙間の付け替えとして Hölder で押さえる。測度でなく相関関数に Arzelà–Ascoli（`YM/Extraction/Lipschitz.lean:166` `first_surface`）	測度の弱収束のコンパクト性	点の離れた相関の、微分つきの一様な評価が得られる
クラスター性を示さずに、相に分けてから再構成する	真空の空間に圧縮した作用素の可換な環の Gelfand 表現で相に分け、成分ごとに真空の一意性を出す（`YM/Phase/Mixture.lean:127`、`YM/EveryPhase/Vacuum.lean:146`）。可換性は Euclid 不変から	強結合の窓でクラスター性を示す（20-03）	一意性や減衰を示さなくても再構成まで進める
回転不変を、応力テンソルの Ward の恒等式から上げる	並進と回転の Ward の恒等式（`YM/Euclid/Stress.lean:90`〜:97 の `translation`・`rotation`）。極限の状態で回転不変が自発的に破れないことは、応力の流束が遠くで速く消えることから、複数の直交する面の鏡映正値性を使う議論で出す評（評価書 §6.3）	扱っていない	格子の離散の対称から連続の回転不変へ渡る道が一つ決まる
自由でないことを、跡の異常の対数で言う	跡の二点関数の短距離の法則 $r^8 \log^2(1/r)$ の極限（`ChallengeSpec.lean` の :145〜149 と :173〜174）	扱っていない	「自明でない」を一つの極限の値で言える。除かれる自由場の型は限られる（13-02）
場の空間を、相関の零空間による商として定める	点の離れた相関が全て零になる部分で割る（`YM/Euclid/Null.lean:34` `null`）	扱っていない	局所でない観測量（ループ・捩れ）の連続の対象を定めるときにも使える形推

07

Lean の組み方

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
依頼の命題を仮定に置いた条件つきの定理を、最後に全て閉じる	中間の定理は依頼の命題（`Bid`）を仮定に取る条件つきの形で書き、証明（`Work`）を別に置き、上の定理が全ての答えを渡す（`YM/RG17/Joint.lean:83`〜:85）	仮定の欄を持つ含意（28-01・28-02）。同じ型	違いは、最後に全ての依頼が閉じていること

発想	何をしているか（出典）	本書の検討では	何が変わるか
一度だけ選んだ一つの構成の上で、全ての結論を束ねる	別々に存在を示した対象が両立しない事故を避けるため、選びを一つの走りにまとめる（`YM/Org/Input.lean` の冒頭の説明文、:14 付近）	定理ごとに対象を別に取っていた	結論どうしが同じ対象について言われていることが、型で保証される

08

同じ向きだったもの

1. 単位の長さで決まる量を、決めた値に合わせて尺度を定めること（14-03）。
2. 奇数の辺で、ブロックを粗い点の中心に置くこと。対称の平均（14-02）。
3. 体積を止めてから、コンパクト性で無限体積へ行くこと（14-01）。
4. 鏡映正値性とチェス盤を、体積に一様な評価の源にすること（14-01）。
5. 一ループの係数。規約を揃えると、本書の辺 2 の一段ぶんの値と一致します推（14-03 §07）。

09

この一覧を読むときの注意

一覧の項目は、次のような言い方に読み替えないでください。どれも源の言明より強く言い過ぎになります。

- 「表示を切るので、持続する欠陥という前提が外れる」とは言えません。段の間は等式で、測度は変わりません。言えるのは、表示の主な部分を切り、差を活動に入れて、切り口と区画の条件を満たす全ての配位についての不等式を立てる、までです。
- 「段の数に一様な評価という問題が起きない」とは言えません。弱い帳簿も段の関数で、段に一様な条件は暦の側で払われています。
- 「入ってくる活動の小ささを使わない」とは言えません。出口の率の式には入りませんが、入ってくる活動の評価は一段の仮定の側で、和を収束させるのに使われます。
- 「粗い段の主な作用は停留値の展開として定まる」とは言えません。四次までの一致は条件として運ばれ、粗い主な作用は別に与えられるデータです。
- 「体積に一様な評価は元の格子の鏡映正値性だけから来る」とは言えません。一段の帳簿は体積に依らない形で、紫外から無限体積への入力も一つではありません。

- 「主定理に使われている」と言えるのは、主定理までの鎖を確かめた宣言だけです。本書の検討が確かめたのは、射撃と一段の定理の道（`FullVolume/Stage/Rods.lean:26` の `rodB` から）、切断についての収束（`allB` など）、`sailsW`、`realUV` です。大きい場の補題の多くは、宣言の使われ方の記録で別の見出しの定理に結びついていて、主定理の道に載るかは確かめていません。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
源 各項目の「何をしているか」は、在りかの宣言の定義か言明を読んだもの	証明の中身。主定理の依存に入っているかは一部しか確かめていない
本書の検討の側の欄は、第 15・19・22・28 部の定理と前提の一覧に基づく	—
推 「何が変わるか」の欄	本書の設計でその発想がそのまま使えること

出典と再現

もの	種別	出典・道具
各項目の在りか	源	リポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）。パスと行は表の各行。行は本書の検討が源を開いて確かめたもの
相関の定義・極限の順・普遍性が無いこと	評	評価書（`yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`、2026-11-10）§4.3・§5・§6
本書の検討の側	—	各行に引いた章（19-04・15-12・22-01・28-01・28-02・28-04・28-05・28-06 など）

この章で使った語 — 確率の核、予測子、群への射影、二本立てのゲージ固定、育つ辺、有限到達の近似逆、有限階の微分のノルム、帳簿、切った作用、種、印、暦、射撃法、錨、上端の忘却、根の半ノルム、相の分解、依頼の命題。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：14-06 この本に在って、公開された構成に無いもの — 逆向きの比べで、第三巻への橋です。

2026-11-13 · chapter ヤン–ミルズと質量ギャップ 第 14 部 比べ — 本書の Lean と、本書の検討に無かった発想 この本だけのもの · Kiichi, Shiori and Rin

この本に在って、公開された構成に無いもの — 第三巻への橋

この章は本書の検討です。公開された構成についての記述は既存の知見（公開された構成の読み）、§09 は未解決の地図です。

この章で分かること — 公開された構成の主張に入っていない種類の言明で、本書の検討の Lean で閉じているものを四つの群（強結合の格子、中心渦、弱結合での大きい面の稀さ、フェルミオンの重み）に分けて並べます。本書の繰り込みの設計に固有と言えるもの（三つ）を別に挙げます。それぞれが公開された構成の開いた問い（収束と一意性、質量ギャップ、Wilson ループと面積則）とどういう位置関係に在るかを表にし、最後に、公開された構成が止まる所（間隔 1 の段、弱結合）から第三巻へ渡るための見取りを置きます。

前提となる章 — 14-01 骨組みの比べ、6-04 示されていないこと、第 20〜22 部の各章。

先に言うこと — この章の定理は、どれも既知の型の結果の形式化です。格子間隔は 1 に固定で、連続極限については何も言いません。大半は強結合の窓の中の言明です：$18 \tanh |\beta| < 1$（$|\beta| < 0.0556$ 読 ）、面積則と渦の自由エネルギーの 441 の版（$\beta < 1.135 \cdot 10^{-3}$ 読 ）、4096 の版（$\beta < 1.22 \cdot 10^{-4}$ 読 ）。公開された構成が残した問いとは反対の端（強結合・格子間隔は固定）の言明で、その問いに答えるものでも、その問いに向く言明でもありません。言えるのは、同じ種類の問いを、格子の上の別の場所で言明として持っている、までです。

この章の順序

1. この章の約束 — 既知の型、格子間隔は固定、連続極限は言わない
2. 強結合の格子 — 無限体積の極限、質量ギャップ、クラスター性
3. 強結合の面積則と、渦の自由エネルギーの上界 — 窓の中で、面積あたりの率が格子の大きさに依らない（前の因子は残る）
4. 中心渦 — 薄い渦の床、太い渦の床、Polyakov ループの対、渦の比
5. 弱結合での大きい面の稀さ — 体積に一様、陽な閾
6. フェルミオンの重み — 鏡映正値性、分配関数が正、対称

7. 本書の設計に固有のもの — 三つまで。どちらにも無いもの
8. 開いた問いとの位置関係（表 1） — 同じ種類の問いを、反対の端で
9. 第三巻への橋 — 間隔 1 の段から先を、どう問いにするか

札：源 ＝公開された構成の源を読んだ／推 ＝本書の推し量り／評 ＝委員会の評価書による。ほかの札（初・典・読・Lean など）は本全体と同じ意味です（くわしくは 6-00 の「札」）。本書の検討の Lean の定理は、札の外に名と範囲を同じ行に書きます。

01

この章の約束

評価書は、公開された構成が扱っていない主な点として、五つの開いた問いを挙げています 評 （評価書 §8）。

1. 部分列でなく収束を示し、無限体積の極限の一意性を示すこと。
2. 連続の理論の確率測度を定義すること。
3. 一様な質量ギャップ（相関の指数の減衰と、Osterwalder–Schrader のハミルトニアンのスペクトルの隙間）を示すこと。
4. Wilson ループの観測量を作り、局所の観測量と関係づけること。Wilson ループの面積則を示すこと。
5. 一粒子の状態を作り、エネルギー・運動量のスペクトルを調べること。

本書の検討の Lean には、このうち 1・3・4 と同じ種類の言明が在ります。ただし三つの点で、場所が違います。

- **既知の型**。どの定理も、格子ゲージ理論で知られた型の結果（強結合の展開、Osterwalder–Seiler の面積則、't Hooft の捩れと渦の自由エネルギー、チェス盤の Peierls の議論）の形式化です典 。
- **格子間隔は固定**。格子間隔を 1 に固定した一つの格子の言明か、その無限体積の極限の言明です。連続極限については何も言いません。
- **結合の領域**。大半は強結合の窓の中の言明です。窓は定理ごとに違い、$18\tanh|\beta| < 1$（$|\beta| < 0.0556$読 ）、$24(1 - e^{-4|\beta|}) < 1$（$|\beta| < 0.0106$読 ）、面積則と渦の自由エネルギーの

441 の版 $441(1-e^{-2\beta})<1$（$\beta<1.135\cdot10^{-3}$ 読 ）、4096 の版（$\beta<1.22\cdot10^{-4}$ 読 ）です。公開された構成は全ての段を弱結合のまま運ぶので、二つは結合の上で重なりません。公開された構成が残した問いとは、反対の端の言明です。

02

強結合の格子

周期トーラス $(\mathbb{Z}/N)^4$ の SU(2) の Wilson の測度について、強結合の窓で次が Lean に在ります（第 20 部）。

- **無限体積の極限（部分列なし）。** $18\tanh|\beta|<1$ で、トーラスの測度を周期に持ち上げた列が、部分列を取らずに一つの確率測度 ν_β に弱収束します。全ての大きさの列で同じ極限です。Lean：`InfVol.wilson_infvol_unique`・`AllN.wilson_infvol_allN`（20-03）。
- **並進不変とクラスター性。** 極限は四方向の単位の並進で不変で、離れた観測量の相関は指数で減ります。Lean：`TransI.wilson_infvol_translation`・`WilsonLimit.cluster_limit`。
- **質量ギャップ。** 再構成した Hilbert 空間の上の転送の作用素 T が、真空の直交補空間の上で $\|T\|\le e^{-m}$（$m>0$）を満たし、その補空間は 0 でない（非退化）。ある極限点についての形は Dobrushin の窓（`WilsonLimit.wilson_massGap_dob_exists`）、全ての極限点についての形は窓 $24(1-e^{-4|\beta|})<1$（`WilsonLimit.wilson_massGap_nondegenerate`）です。ゲージ不変な部門の形と、一本にまとめた言明も在ります（`GaugeZ.wilson_massGap_gauge_exists`・`InfMain2.wilson_infvol_main2`、20-04）。

言っていないこと：窓の外、ほかの境界条件、質量が有限であること（上界 $\|T\|\le e^{-m}$ は質量の下界だけ）、連続極限での質量ギャップ。

03

強結合の面積則と、渦の自由エネルギーの上界

面積則（有限の箱）。 $(\mathbb{Z}/N)^4$ の SU(2) の Wilson の格子ゲージ理論で、$0\le\beta$、$q=1-e^{-2\beta}$、$4096q<1$、$1\le R,T<N$ のとき、原点を角とする $(0,1)$ 面の $R\times T$ の長方形の縁の Wilson ループ W について

$$\left|\langle\tfrac{1}{2}\operatorname{tr}W\rangle_\beta\right| \;\le\; \frac{16\,(4096\,q)^{R\cdot\min(T,N-T)}}{4096\,(1-4096\,q)} \tag{1}$$

が成り立ちます。定数は N, R, T に依りません。Lean：`AreaLaw.area_law_wilson`（$2T \le N$ で指数が RT の形は `area_law_wilson_area`）。任意の角と向きの長方形は `area_law_wilson_general` です。定数を $6 \cdot 441$ に締めた版（`area_law_wilson_sharp`・`area_law_wilson_max_sharp`）は窓 $441q < 1$（$\beta < 1.135 \cdot 10^{-3}$ 読）で成り立ち、指数は $\max(R \cdot \min(T, N-T),\, T \cdot \min(R, N-R))$ です。

面積則（無限体積）。$\beta > 0$、$18 \tanh \beta < 1$（Dobrushin の条件）、$4096q < 1$ の三つのもとで、強結合の無限体積の極限 ν_β で、原点を角とする $(0,1)$ 面の長方形について、全ての $R, T \ge 1$ で

$$\left| \langle \tfrac{1}{2} \operatorname{tr} W(\partial(R \times T)) \rangle_{\nu_\beta} \right| \;\le\; \frac{16\,(4096\,q)^{RT}}{4096\,(1 - 4096\,q)} \tag{2}$$

が成り立ちます。Lean：`AreaLaw.area_law_infvol`（全ての極限点で `area_law_limit_sub`、20-06）。どちらも既知の型（Osterwalder–Seiler）の形式化です典。

渦の自由エネルギーの上界。$(\mathbb{Z}/N)^2 \times (\mathbb{Z}/M)^2$ で、捩れた分配関数 Z_0, Z_1（19-02）について、全ての背景で、$\beta \ge 0$ かつ $441q < 1$ のとき

$$\frac{|Z_0 - Z_1|}{Z_0 + Z_1} \;\le\; \frac{N^2\,(441\,q)^{M^2}}{441\,(1 - 441\,q)} \tag{3}$$

が成り立ちます。Lean：`VortexStrongMN.vortex_floor_MN_sharp`（仮定は $\beta \ge 0$ と $441q < 1$ と背景の選びだけ）。等方のトーラス $(\mathbb{Z}/N)^4$ の形は `VortexStrong.vortex_floor`（仮定 $\beta \ge 0$、$4096q < 1$、右辺の定数 4096、指数 N^2）と `VortexStrong.vortex_floor_sharp`（441 の版）です。強結合の窓の中では、面積あたりの率 $-\log(441q)$ が N, M に依りません。前の因子 N^2（横の面積）は残ります。窓の外では、横の大きさに一様な形はありません。$Z_1 \le Z_0$ の符号の側は言いません。

04 中心渦

渦の比 $\theta_M = (Z_0 - Z_1)/(Z_0 + Z_1)$ とその仲間について、次が Lean に在ります（第 21 部）。どれもブロック写像を使わず、細かい格子の Wilson の測度と捩れた分配関数だけを使います。

項目	中身	Lean と範囲
薄い渦の床	$\theta_M \le \tanh(N^2 \lvert\beta\rvert)^{M^2}$（両側の形も）	`TwistedWilson.twisted_vortex_bound`・`_abs`。全ての実の β、仮定の欄なし（21-02）。率は N に依る

項目	中身	Lean と範囲
太い渦の床	十分大きい β ごとに十分大きい M で、渦の最小作用 S_N を指数に持つ床	`TwistBlocks.thick_vortex_floor`（仮定の欄なし、21-03）。S_N の値と閾は陽でない
渦の最小作用	$0 < S_N \le 2N^2$。$N = 2, 3, 4$ で $S_N < 2N^2$	`VortexPos.SN_pos`・`TwistBlocks.SN_bounds`、$N = 2, 3, 4$ は計算機の証書 `VortexCert.SN_two_lt`・`SN_three_lt`・`SN_four_lt`（21-05）
θ の符号	縦の大きさ M が偶数なら、全ての実の β で $Z_1 \le Z_0$	`HalfSplit.Z1_le_Z0`・`TwistBlocks.theta_nonneg`（仮定 M が偶数、21-06）
Polyakov ループの対	$\lvert\langle P_b(0) P_b(T)\rangle_0\rvert \le 2\tanh(N^2\lvert\beta\rvert)^{M \min(T, M-T)}$（$0 \le T \le M$）ほか	`PolyakovT.polyakov_pair_all`（仮定 $M \equiv 0 \pmod 4$、全ての実の β）・`HalfSplit.polyakov_pair_theta`。N に一様な張力は言わない
渦の比の連続・極限・合わせ	θ_M は連続、$\theta_M(0) = 0$、$\beta \to \infty$ で 1、全ての $\kappa_0 \in [0, 1)$ に最大の解	`ThetaTuning.thetaM_continuous`・`ThetaLimit.tendsto_theta_one`・`ThetaLimit.tuning_all`（21-07）
捩れた箱の欠けの下界	直交する二つの面に捩れを持つ箱に平らな配位は無く、対称な箱の欠けは N に依らず $1/2$ 以上	`TwistFlat.no_flat_twist11`・`TwistFloor.defect11_sym_half`（21-07）

言っていないこと：連続極限、強結合の窓の外での N に一様な率、閉じ込めそのもの。捩れた箱に平らな接続が無いことは既知の型です[典]。

05

弱結合での大きい面の稀さ

偶数の辺のトーラスの Wilson の測度で、β が大きい（弱結合の）とき、面の集合 X の全ての面で $\mathrm{Re}\, U_p < 0$ となる確率は $q_1^{\lfloor |X|/6 \rfloor}$ 以下で、$q_1 < 1$ は X とトーラスの大きさに依りません。Lean：`FoldCap.rarity_explicit`（閾は陽）、率 $e^{-c\beta}$ の形は `FoldQuarter.rarity_uniform4`（22-01）。鏡映正値性からのチェス盤の Peierls の議論の形式化です[典]。

これは一つの尺度で大きい面（大きい場）を抑える型の評価で、本書の検討の大きい場の問い（14-04、28-04 の大きい場の評価）に向く位置に在ります[推]。一意性を出す型の言明ではありません。言っていないこと：粗い尺度の測度、段を跨ぐ形、格子間隔に一様な形。閾は証明の都合の値で、物理で興味のある β の帯から遠い値です。

06

フェルミオンの重み

Wilson–Dirac の作用素の行列式を重みに持つ、フェルミオンつきの格子の測度について、格子点の面の鏡映正値性（`WilsonGauge.site_reflection_positive_wilson_full`）、分配関数が正（`WilsonGauge.partition_pos_wilson_full`）、格子の対称の生成元での不変（`CubicSym.wfProb_lattice_generators` ほか）が Lean に在ります（20-05）。公開された構成は純粋ヤン–ミルズ（フェルミオンなし）です評。言っていないこと：連続極限、カイラル対称性、質量の繰り込み、フェルミオンつきの質量ギャップ。

07

本書の設計に固有のもの

繰り込みの側で、本書の設計に固有と言えるのは次の三つまでです。どれも設計の段階の言明です。

1. **切断に依らない決まったブロック写像**。本書のブロック写像は結合にも切断にも依らない一つの写像で、段の間の整合は押し出しの等式（任意の細かい測度の族について、段を一つずつ押しても、まとめて押しても同じ測度）になります。Lean：`ChainBlockMap.hcons_blockMap`（19-04）。写像の合成から出る等式で、中身は薄い言明です。公開された構成の核は $\beta(N, p, m+1)$ に依り、切断とともに写像が変わります源（14-02）。
2. **押し出した測度の鏡映正値性**。辺 3・中心・一様の写像で押し出した Wilson の測度の鏡映正値性。L が偶数の周期格子、格子点の面の鏡映について、二枚の粗い格子点の面の間に厳に入るリンクだけに依る有界可測な関数の類で（ゲージ不変は課さない。全ての実の β。リンクの真ん中の面の版は無い）。Lean：`Block3.rp_push`（14-02 §06）。公開された構成の鏡映正値性の言明は、元の Wilson の測度についてだけです源（`YM/Slice/Reflection.lean:98`、名前の検索の範囲）。
3. **測度で決まる量による合わせ**。押し出しの測度での粗い面の平均の期待値（`Block3.tuned3_exists`）や渦の比（`ThetaLimit.tuning_all`）を決めた値に合わせる結合の列の存在（14-03）。`tuned3_exists` の仮定は設計の値と算術（$0 < r_0 \le 1$、$3^{m_0} L \ge 2$、目標 $\kappa_0 \in [0, 1)$）だけ、`tuning_all` は格子ごと（N, M を止めて）$\kappa_0 \in [0, 1)$ について言います。どちらも結合の列の単調・発散・有界、解の一意性は言いません。今の設計（辺 2）では、合わせた列の存在は条件つきです。公開された構成の合わせは表示の中の係数で、設計の選びの段階で違います。

どちらにも在る、またはどちらにも無いもの。次の三つは「本書にだけ在る」とは書きません。

- 固定した粗い格子の上の極限の測度。本書の検討では部分列の極限として在り（28-01）、公開された構成の核についても、固定した段の密度の一様な収束（`Flux.fanned`、`YM/FullVolume/Fields/Cement.lean:50`）から出る見込みです推。公開された構成には、名前のついた言明が無いだけです源（名前の検索の範囲）。
- 評価書の開いた問いの二つ目は連続の理論の確率測度で、固定した粗い格子の上の測度の族はそれに当たりません評。
- 連続の Wilson ループは、どちらにも在りません。本書の面積則は格子の Wilson ループの言明です。

08

開いた問いとの位置関係

公開された構成の赤外の側は、上界だけで閉じています源。無限体積は部分列で取り、長い距離の相関の指数の減衰の言明は見当たりません源（名前の検索の範囲）。長い距離について在るのは、相に一様な多項式の上界（エネルギー $(0, u]$ のスペクトルの重みが u^2 の程度、`YM/EveryPhase/Light.lean:221`；熱の時間 τ についての評価 τ^{-2}、`YM/EveryPhase/Decay.lean:173`）です源。これは質量ゼロの理論とも両立する形です推。連続の相関そのものは、全ての離れた点で在ります評（評価書 §5）。格子の道に沿う平行移動（`YM/Lattice/Path.lean:105` の `travel`）は在りますが、連続の Wilson ループの観測量は見当たりません源（名前の検索の範囲）。境界条件は周期だけです（`YM/Wilson/Law.lean:87`）源。

表 1　本書の検討の項目と、公開された構成の開いた問いの位置関係

本書の検討の項目	同じ種類の開いた問い	同じ所	違う所
強結合の無限体積の極限（部分列なし）	1. 収束と一意性	周期の持ち上げの列が部分列なしに一つの極限を持つ	反対の端（強結合の窓・格子間隔 1）。公開された構成の極限は弱結合の紫外から来る連続の相関
強結合の質量ギャップ・クラスター性	3. 一様な質量ギャップ	転送の作用素の隙間と、相関の指数の減衰	同上。連続極限での隙間は何も言わない
強結合の面積則	4. Wilson ループと面積則	格子の Wilson ループの期待値が面積について指数で小さい	格子の Wilson ループで、局所の観測量との関係は扱わない

本書の検討の項目	同じ種類の開いた問い	同じ所	違う所
渦の自由エネルギーの上界・薄い渦の床・太い渦の床・Polyakov ループの対・渦の比	4（閉じ込めの別の言い方）	捩れた境界条件と中心渦 源 （公開された構成に見当たらない、名前の検索の範囲）	率が横の大きさに依らないのは強結合の窓の中だけ（前の因子は残る）
大きい面の稀さ	直接の関係は無い	—	大きい場を抑える型の、一つの尺度の評価
フェルミオンの重み	（純粋ヤン–ミルズの外）	—	器の性質だけ。質量ギャップや連続極限は言わない

表 1 の「同じ種類」は、同じ種類の問いを格子の上の反対の端で持っている、という意味です。公開された構成の開いた問いに本書の検討の定理が答えている、あるいはその問いに向いている、という意味ではありません。

09

第三巻への橋

この節は見取りで、推し量りを含みます。

公開された構成が止まる所。公開された構成は、全ての段を弱結合 $\beta_m \in [\hat{\beta}_m/2, 2\hat{\beta}_m]$ のまま運び、格子間隔 1 の段（段 0）で止まります 源 。段 0 の結合は大きい基準値 $\bar{\beta}$ で、体積 L_p はその単位で測ります 源 。間隔 1 より長い距離について、相関の指数の減衰・面積則・無限体積の極限の一意性の言明は、読んだ範囲に見当たりません 源 （名前の検索の範囲）。在るのは §08 の多項式の上界です。閉じ込めや質量ギャップが見える長さは、そこからさらに先です 推 。

残る問いの言い直しの候補。残る問い（質量ギャップ、面積則、一意性）を、「段 0 の有効な理論（結合 $\bar{\beta}$ は大きい）を、長い距離へ、弱結合から強結合まで追う」問いと言い直す道が考えられます 推 。本書の検討が「移り変わりの帯」と呼んできた所（第 26 部）は、この間に在ります。ただし、これは断定できません。段 0 の理論は Wilson の作用の格子の理論ではなく、表示（切った作用・活動・気体）つきの有効な作用で、連続の相関も段 0 の測度だけの関数ではありません 源 。

言い直すのに足りない言明。この言い直しを言明の形にするには、公開された構成に見当たらない言明が少なくとも五つ要ります 源 （名前の検索の範囲）。

1. 段 0 の押し出しの密度の、切断 $N \to \infty$ での極限の対象の存在と名前（密度の一様な Cauchy は在る：`Flux.fanned`。極限は出る見込みで 推 、名前のついた言明が無い）。

2. 段 0（あるいは任意の段）の押し出しの測度の鏡映正値性（核のパッチが面を跨ぐので自明でない推）。本書の設計では `Block3.rp_push` がこれに当たる言明を本書の写像について持ちますが、公開された構成の核についてではありません。
3. 粗い配位の Wilson ループと、細かい場（あるいは連続）の Wilson ループの関係。
4. 体積に一様な段 0 の局所の評価（段 0 の対象の密度の水準の評価は体積の指数を含む源）。
5. 観測量の段 0 での像と、その極限。

本書の持ち札の位置。本書の検討の Lean の定理の多くは、この間の強結合の側の端に在ります（質量ギャップ・クラスター性・面積則・強結合の窓の中で横の大きさに率が依らない渦の自由エネルギー）。どの結合でも成り立つのは薄い渦の床で、その率は横の大きさに依ります。間は開いたままです。第三巻は、公開された構成の赤外の端（16-03）と本書の位置（16-04）から始めて、この間を、条件つきの言明と前提の木（第 27・28 部）の形で書きます。

この章が言えている範囲

言えている	言えていない
本書の検討の Lean：強結合の窓で、部分列なしの無限体積の極限、質量ギャップ（非退化つき）、クラスター性（第 20 部）。既知の型の形式化	窓の外、格子間隔を変えること、連続極限での質量ギャップ
本書の検討の Lean：強結合の面積則（有限の箱と無限体積）、渦の自由エネルギーの上界（強結合の窓の中で、面積あたりの率が N, M に依らない。前の因子 N^2 は残る）。既知の型の形式化	窓の外での一様な形、$Z_1 \le Z_0$ の符号の側、弱結合
本書の検討の Lean：薄い渦の床（全ての実の β）、太い渦の床、Polyakov ループの対、渦の比の連続と合わせ（第 21 部）	強結合の窓の外での横の大きさに一様な率、閉じ込め、連続極限
本書の検討の Lean：弱結合（β が大きい）での大きい面の稀さ、体積に一様、陽な閾（22-01）	粗い尺度の測度、段を跨ぐ形、格子間隔に一様な形、一意性
本書の検討の Lean：設計に固有の三つ（決まったブロック写像の押し出しの整合、押し出した測度の鏡映正値性、測度で決まる量による合わせ）	どれも設計の段階の言明で、連続極限の中身は言わない
源 （名前の検索の範囲） 公開された構成に、長い距離の相関の指数の減衰の言明、連続の Wilson ループ、周期以外の境界条件は見当たらない。長い距離について在るのは、相に一様な多項式の上界	リポジトリ全体の名前によらない検索はしていない
推 残る問いを「段 0 の有効な理論の長い距離の問い」と言い直す道が考えられる	そう言い直すのに足りない言明が少なくとも五つ在る（§09）。段 0 の理論は Wilson の作用ではない

出典と再現

もの	種別	出典・道具
強結合の格子の定理	Lean	20-02・20-03・20-04 の出典の表（`InfVol.wilson_infvol_unique`、`WilsonLimit.cluster_limit`、`WilsonLimit.wilson_massGap_nondegenerate`、`WilsonLimit.wilson_massGap_dob_exists`、`InfMain2.wilson_infvol_main2` ほか）
強結合の面積則	Lean	本書の検討の Lean の束（`AreaLaw.area_law_wilson`・`area_law_wilson_area`・`area_law_wilson_general`・`area_law_wilson_sharp`・`area_law_wilson_max_sharp`・`area_law_infvol`・`area_law_limit_sub`）。核の再検査を通し、源で確かめた。詳しくは 20-06
渦の自由エネルギーの上界	Lean	`VortexStrong.vortex_floor`・`VortexStrong.vortex_floor_sharp`（等方のトーラス）、`VortexStrongMN.vortex_floor_MN_sharp`（横 N・縦 M）。20-06
中心渦の定理	Lean	21-02・21-03・21-05・21-06 の出典の表と 21-07（`VortexCert.SN_two_lt`・`SN_three_lt`・`SN_four_lt` は計算機の証書）
大きい面の稀さ	Lean	22-01 の出典の表
フェルミオンの重み	Lean	20-05 の出典の表
設計に固有の三つ	Lean	`ChainBlockMap.hcons_blockMap`（19-04）、`Block3.rp_push`・`Block3.tuned3_exists`（14-02・14-03）、`ThetaLimit.tuning_all`（21-07）
面積則・強結合・渦の自由エネルギーの既知の型	典	Osterwalder–Seiler（強結合の面積則）、Dobrushin の条件、't Hooft の捩れた境界条件と渦の自由エネルギー。書誌は各章の出典の表と A-03
開いた問い	評	評価書（`yang-mills-group/YM` の `docs/assessment-1.pdf`、2026-11-10）§8
公開された構成の赤外の側と段 0	源	リポジトリ `yang-mills-group/OpenAI-YM-20261028`（Apache-2.0）の `YM/EveryPhase/Light.lean:221`（`light_bound`）、`YM/EveryPhase/Decay.lean:173`（`inverse_square`）、`YM/Lattice/Path.lean:105`（`travel`）、`YM/Wilson/Law.lean:87`（`law`、周期トーラス）、`YM/Slice/Reflection.lean:98`（`reflected_positive`）、`YM/RG/History.lean:213`（`Conv` の欄 `band`）、`YM/FullVolume/Fields/Cement.lean:50`（`fanned`）

この章で使った語 — 強結合の窓、無限体積の極限、質量ギャップ、クラスター性、面積則、Wilson ループ、捩れた分配関数、渦の自由エネルギー、薄い渦の床、太い渦の床、Polyakov ループ、渦の比、大きい面の稀さ、フェルミオンの重み、押し出しの測度、移り変わりの帯。意味は A-02 用語集 にあります。

次に読む章：15-00 入口 — 紫外の制御とは何か — 第二巻の最後の部（第 15 部 紫外の制御の試みの記録）の入口です。第三巻へ先に進むなら 16-02 五つの開いた問い — 公開された構成

の開いた問いを一つずつ読みます。